



Mécanique et Interactions en Dynamique Rapide Sous Chargements Variables

André Langlet

► To cite this version:

André Langlet. Mécanique et Interactions en Dynamique Rapide Sous Chargements Variables. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université d'Orléans, 2015. tel-01261083

HAL Id: tel-01261083

<https://hal.science/tel-01261083>

Submitted on 26 Jan 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**LABORATOIRE PRISME/Dynamique des
Matériaux et des Structures**

HDR présentée par:
André LANGLET

soutenue le: 2 avril 2015
Spécialité « **Mécanique** »

**Mécanique et Interactions en
Dynamique Rapide
Sous Chargements Variables**

RAPPORTEURS :

M. Yvon Chevalier	Pr. Emérite Sup Méca. Paris
M. Pascal Drazetic	Pr. Univ. Valenciennes
M. Han Zhao	Pr. LMT Cachan

EXAMINATEURS :

M. Azeddine Kourta	Pr. Univ. Orléans, Président du jury
M. Patrice Bailly	Pr. INSA-CVL
M. Alexandre Papy	Pr. Ecole Royale Militaire de Belgique
M. Mame William-Louis	Pr. Univ. Orléans

Semper Eadem ...

Remerciements

La recherche est loin d'être un long fleuve tranquille.

Elle est formée de ruptures successives, à partir desquelles on progresse, mais qui parfois, aussi, font reculer.

Eh bien ! malgré tout, l'essentiel est de regarder l'avenir avec un regard confiant et optimiste.

A ce moment, je tiens à exprimer ma sincère reconnaissance aux personnes qui m'ont permis d'aboutir à cette étape, pour l'humanité et la rigueur que j'ai apprises auprès d'elles. Je salue Jérôme Renard pour cela ! Les équations sont arides mais certaines dans ce mémoire sont pleines de souvenirs.

Il y a parmi les entreprises avec qui j'ai travaillé, une réelle volonté de comprendre les problèmes physiques pour aboutir à une perfection industrielle. Cette volonté se traduit par des échanges qui sont incroyablement féconds afin de définir des problèmes scientifiques. Pour cela, je suis très reconnaissant aux entreprises qui m'ont accordé leur confiance dans les travaux sur la dynamique des structures ou la vulnérabilité des structures.

Enfin, j'ai un grand respect pour les doctorants et les thèses que j'ai suivies. C'est une vraie satisfaction de voir l'accomplissement personnel des thésards et du travail qu'ils ont engagé !

Bourges, le 2 avril 2015.

Résumé

Titre : Mécanique et interactions en dynamique rapide sous chargement variables

Les travaux présentés concernent la dynamique des structures soumises à des chargements en mouvement, ou à des impacts de projectiles déformables. Les charges mobiles considérées sont soit des charges ponctuelles, soit des charges réparties, créées respectivement par des corps en mouvement sur la structure ou par la pression d'une explosion (détonation). Les applications se trouvent dans l'élaboration de modèles numériques, la dynamique des tubes d'armes, et, en biomécanique, dans l'étude de la vulnérabilité de la cage thoracique. Ces travaux ont été menés dans le cadre de thèses ou de masters, ou de contrat de recherches. Le mémoire est organisé en trois parties.

La première partie est consacrée à la réponse en flexion des structures élancées. Les solutions analytiques obtenues en appliquant les transformées de Fourier et Laplace ou par synthèse modale, sont présentées. On propose ensuite une méthode mixte (expérimentale et numérique) permettant de quantifier dans un tube de canon le cumul d'endommagement dans les zones les plus sollicitées au tir.

La deuxième partie présente d'abord les résultats analytiques relatifs à la résolution un problème d'interaction fluide-structure sous chargement mobile. Puis les résultats de l'approche numérique mixte (simulation de l'explosion et du couplage fluide-structure) sont présentés et analysés à la lumière des calculs analytiques et de résultats expérimentaux.

Dans la troisième partie, la démarche méthodologique et les principaux résultats de l'étude portant sur la réponse de la cage thoracique à des impacts non-pénétrants sont présentés. Une analyse de résultats expérimentaux publiés par d'autres auteurs a permis de suggérer l'influence déterminante de la quantité de mouvement du projectile sur les lésions intra-thoraciques. La confirmation de l'influence de certains paramètres quant à la sévérité des lésions impose de comprendre l'interaction entre l'impacteur et la cage thoracique. Ceci a nécessité, en premier lieu, la détermination du comportement dynamique des matériaux constituant le projectile, puis la connaissance du chargement à l'impact sur une paroi rigide. Ces caractérisations préalables ont été effectuées respectivement avec le dispositif des barres de Hopkinson et grâce à des mesures de forces d'impact sur une paroi rigide ou d'impulsion transmise à un pendule balistique rigide. En second lieu, l'étude de l'interaction entre le projectile et le thorax a été effectuée expérimentalement en utilisant comme substitut animal des parois thoraciques isolées de porcs. Les protocoles de mesures ont permis de mettre en évidence la corrélation significative de l'impulsion et couple « masse-vitesse » avec la fracture dynamique des côtes et de mesurer en temps réel la dynamique de la paroi et des côtes situées sous la zone d'impact.

Mots clés : Dynamique rapide, charges mobiles, détonations, interaction fluide - structure, expérimentations, modélisation, biomécanique des impacts

Table des matières

Table des matières	viii
Liste des figures	xi
Liste des tableaux	xv
1 Curriculum Vitae	1
1.2.1 Formation initiale	1
1.2.2 Enseignement	2
1.2.3 Bourses	2
1.3 Service National	2
1.4 Encadrement de recherches	2
1.5 Publications	3
1.6 Résumé des activités d'enseignement	7
1.7 Responsabilités d'intérêt collectif	8
1.8 Résumé des activités de recherche exercées <u>entre 2010 et 2013</u>	9
1.9 Informations significatives sur le déroulement de la carrière et les conditions d'exercice	11
2 Introduction générale	13
I Dynamique des structures	19
3 Réponse des poutres à des charges en mouvement	23
3.1 Introduction	23
3.2 Réponse transitoire des poutres d'Euler-Bernoulli à une force f_0	26
3.3 Réponse des poutres de Timoshenko à une force constante f_0	29
4 Sur la réponse stationnaire	35
4.1 La réponse stationnaire	35
4.2 Mouvement des cordes vibrantes soumises à une force glissante	36
4.3 Relation entre les solutions transitoire et stationnaire dans le cas des poutres	40
4.3.1 Cas des poutres d'Euler-Bernoulli	40
4.3.2 La réponse stationnaire pure de la poutre d'Euler	42
4.3.3 Cas des poutres de Timoshenko lorsque $V = \theta$ ou $V = 1$	43
4.4 Conclusion	45
5 Réponse des poutres de Timoshenko à une masse en mouvement	47
5.1 Principe de résolution	47
5.2 Modes et fréquences propres de la poutre de Timoshenko	47
5.3 Calcul de la réponse par superposition modale	49
5.4 Applications du modèle « poutre-masse mobile »	50
6 Dynamique des tubes d'armes : introduction	55

6.1	Introduction	55
6.2	Une dynamique complexe en quelques millisecondes	55
6.3	Vue d'ensemble des travaux	57
7	Dynamique des tubes d'armes : synthèse et discussion des résultats	61
7.1	Introduction	62
7.2	Experimental study	64
7.2.1	Methods	64
7.2.2	Experimental results	65
7.2.3	Measurement of the material properties of the 30-B barrel	69
7.3	Numerical model	70
7.4	Simulation of the barrel response and comparison with test results	73
7.5	Lifetime calculation	78
7.5.1	Principle of the method	78
7.5.2	Application to tube samples	80
7.5.3	Application to the barrel	80
7.6	Conclusion	81
II	Interaction fluide-structure	83
8	Introduction à la partie II	85
9	Quelques éléments sur les chargements de pression créées par les détonations	87
9.1	Introduction	87
9.2	Pression réfléchie par une surface plane : résultats expérimentaux obtenus à Bourges	89
9.3	Pression réfléchie par une surface : simulation numérique	92
9.4	Couplage « fort », couplage « faible »	94
9.5	Configurations expérimentales pour l'étude des plaques	94
9.6	Vérification du calcul numérique	96
9.7	Pression réfléchie par une surface cylindrique	98
9.8	Conclusion	98
10	Interaction fluide-structure en régime stationnaire	101
10.1	Introduction	101
10.2	Equations du problème	101
10.3	Méthode de résolution	104
10.3.1	Rappel de nos travaux antérieurs	104
10.3.2	Résolution par la transformée de Fourier complexe	108
10.4	Résultats	110
10.5	Conclusion sur la résolution analytique stationnaire	113
11	Interaction fluide-structure en régime transitoire	115
11.1	Introduction	115
11.2	Modèle numérique du système plaque-liquide	117
11.2.1	Formulation des équations du problème	117
11.2.2	Conditions de couplage et conditions de symétrie	118
11.2.3	Résolution par un schéma numérique explicite	119
11.3	Formulation de la pression de la détonation par interpolation	120
11.4	Simulations numériques et comparaison avec les résultats expérimentaux	122
11.5	Conclusion de l'étude	128

III	Biomécanique : étude des impacts en région thoracique	129
12	Introduction à la partie III	131
12.1	Portée générale de l'étude	131
12.2	Vue d'ensemble des travaux présentés dans la partie III du mémoire	132
13	Sur les paramètres influençant la gravité des impacts des projectiles à létalité réduite.	137
13.1	Introduction	138
14	Caractérisation des matériaux	141
14.1	Introduction	141
14.2	Caractérisation quasi-statique des matériaux	141
14.3	Caractérisation dynamique des matériaux	143
14.3.1	Principe de mesure avec le système des barres de Hopkinson.	143
14.4	Analyse de l'essai dynamique avec un échantillon de matériau	145
14.5	Résultats : comportement des matériaux	146
14.6	Définition du modèle numérique de la loi de comportement	148
14.6.1	Formulation retenue	148
14.6.2	Programation de la loi de comportement	149
14.7	Etude de l'influence du frottement aux interfaces barre – échantillon	152
14.7.1	Méthode numérique	152
14.7.2	Résultats et discussion	154
14.8	Conclusion sur la caractérisation des matériaux déformables	155
15	Etude de la fracture dynamique des côtes	157
15.1	Introduction	157
15.2	Matériels et méthodes	158
15.2.1	Dispositif expérimental d'étude de la flexion dynamique	158
15.2.2	Spécimens de côte	159
15.3	Résultats expérimentaux	159
15.4	Analyse des résultats	161
15.5	Conclusion	164
16	Etude expérimentale de la réponse de la paroi thoracique aux impacts	165
16.1	Introduction	166
16.2	Characterization of the materials and of the projectiles	168
16.2.1	Constitutive material law of the projectile nose foam	168
16.2.2	Study of the projectile impacts on a rigid wall	170
16.3	Material and methods for studying the isolated porcine TW	173
16.4	Results	176
16.5	Discussion	181
16.5.1	Analysis of the rib response	181
16.5.2	Experimental evidence for the importance of the mass-velocity combination.	182
16.5.3	Relevance of the impulse as a coupling parameter.	184
16.6	Conclusion	186
IV	Conclusion générale et perspectives	189
	Bibliographie	197

Liste des figures

Figure 2.1	Déformation d'un tube mince par l'écoulement interne (d'après Migeon et al. (1995)).	14
Figure 3.1	Description de la poutre à l'instant t	24
Figure 3.2	Allure typique des contraintes de flexion dans la poutre d'Euler-Bernoulli. . .	29
Figure 3.3	Déplacement transversal des poutres de Timoshenko (trait continu) et de Euler-Bernoulli (trait en pointillés).	32
Figure 3.4	Contraintes de flexion dans la poutre de Timoshenko.	33
Figure 4.1	Exemple de repère relatif (coordonnée y).	35
Figure 4.2	La corde tendue et son chargement.	37
Figure 4.3	Déplacement transversal sur une corde chargée par une force en mouvement. .	38
Figure 4.4	Déformée de la corde vibrante si $v < c$, à un instant donné.	39
Figure 4.5	Déformée de la corde vibrante si $v = c$, à deux instants succesifs.	39
Figure 4.6	Déformée de la corde vibrante si $v > c$, à deux instants successifs.	39
Figure 4.7	Forme du déplacement W pour des grandes valeurs de temps (poutre de Bernoulli).	41
Figure 4.8	Solutions transitoires (3.31) et (3.32) comparées aux solutions stationnaires (4.30)-(4.31) et purement numériques, pour $V = \theta$	44
Figure 5.1	Section du tube de 40 et représentation de sa déformée initiale.	51
Figure 5.2	Force f calculée avec et sans défaut périodique.	51
Figure 5.3	Réponse en flexion avec la déformée initiale du poids propre.	52
Figure 5.4	Réponse en flexion avec le défaut périodique seul.	52
Figure 5.5	Exemple de défaut de rectitude mesuré dans le tube de 25.	53
Figure 5.6	Variations fictives de la vitesse en ballistique intérieure.	53
Figure 5.7	Forces de contact avec deux fonctions $v(t)$	54
Figure 6.1	Données de balistique intérieure (tube de 40).	56
Figure 6.2	Vue de l'intérieur d'un tube montrant la disposition des rayures.	57
Figure 6.3	Schéma d'époque montrant le forçement de la ceinture de l'obus à l'intérieur de la partie rayée du tube.	58
Figure 6.4	Obus montrant la ceinture et les traces de la prise de rayures.	58
Figure 7.1	Normalized circumferential strain histories, when firing a full caliber shell (GPR) and an Armor Piercing Fin Discarding Sabot projectile (APFSDS). (40 mm bore).	65
Figure 7.2	Normalized circumferential strains histories measured at two locations on the tube barrel and strains calculated only from the pressure using Lamé's formula.(30-A barrel).	66
Figure 7.3	(a) Normalized circumferential strains measured on the 30-B barrel (GPR). (b) Corresponding Lamé's pressure (black) and pressure obtained by subtracting the gas pressure from the Lamé's pressure (red).	66

Figure 7.4	Influence of the material of the projectile band on the strains (20mm barrel).	68
Figure 7.5	Influence of the material of the projectile band on the strains (20mm barrel).	68
Figure 7.6	View of the projectile and driving band at time 1.02 ms, $x/L = 0.21$. The rifling can be seen by transparency (in the band, maximum Von Mises stress in red is 819 MPa).	70
Figure 7.7	The breech pressure, the shot base pressure and the base pressure in the 30-B barrel firing the GPR.	72
Figure 7.8	Correlation between the simulation and the experiment at $x/L = 0.21$, 30-B barrel.	74
Figure 7.9	Correlation between the simulation and the experiment at $x/L = 0.28$, 30-B barrel.	74
Figure 7.10	Correlation between the simulation and the experiment at $x/L = 0.46$, 30-B barrel.	75
Figure 7.11	Correlation between the simulation and the experiment at $x/L = 0.57$, 30-B barrel.	75
Figure 7.12	Correlation between the simulation and the experiment at $x/L = 0.82$, 30-B barrel.	76
Figure 7.13	Normal and tangential contact forces components between the band and the bore.	76
Figure 7.14	Von-Mises stresses computed with the pressure load only (time is 1.02 ms, stresses in MPa).	77
Figure 7.15	Von-Mises stresses computed with the pressure load only (time is 1.02 ms, stresses in MPa).	78
Figure 7.16	Enlarged section showing the stresses in region of interest where the grooves and the driving band are in contact (time 1.02 ms, stresses in MPa).	79
Figure 9.1	Illustration de la reproductibilité des expériences avec les détonations. Chaque graphe montre les pressions de 6 essais différents mesurées à des distances croissantes d'une explosion dans les mêmes conditions (Langlet et al. 2014a).	88
Figure 9.2	Paramètres de la détonation face à un plan.	90
Figure 9.3	Courbe temporelle de la pression réfléchiée en un point d'une structure.	90
Figure 9.4	Pression sur le plan face à la détonation, d'après Brossard et al. (1995).	91
Figure 9.5	Propagation et réflexion d'une onde de choc au dessus d'une paroi plane (isomach), Langlet et al. (2014b).	93
Figure 9.6	Couplage « fort ».	94
Figure 9.7	Déplacement et pression sur une paroi métallique fine.	95
Figure 9.8	Dispositif expérimental : configuration 1.	95
Figure 9.9	Dispositif expérimental : configuration 2.	96
Figure 9.10	Comparaison du calcul et de la mesure en B (Config. 1).	97
Figure 9.11	Comparaison du calcul et de la mesure en C (Config. 1).	97
Figure 9.12	Comparaison du calcul et de la mesure en D (Config. 1).	97
Figure 9.13	Image de l'onde de pression calculée par Langlet et al. (2014a).	98
Figure 10.1	Le système couplé plaque liquide et son chargement.	102
Figure 10.2	Champ de pression dans le fluide pour $v = 1350$ m/s, au temps $150 \mu s$ (calcul numérique).	106
Figure 10.3	Champ de pression dans le fluide, $v = 5871$ m/s, au temps $46 \mu s$ (calcul numérique).	107

Figure 10.4	Spectre des racines de $F(\xi)$ sur tout le domaine des vitesses V (aluminium-eau).	110
Figure 10.5	Spectre des racines subsoniques pour une plaque d'aluminium couplée avec de l'eau.	110
Figure 10.6	Spectre des racines subsoniques pour une plaque en acier couplée avec de l'eau.	111
Figure 10.7	Contrainte de flexion en subsonique ($V = 0.25$).	113
Figure 10.8	Contrainte de flexion en supersonique ($V = 1.1$).	113
Figure 10.9	Pression numérique transitoire et pression purement stationnaire (Pa).	114
Figure 11.1	Principe de l'interpolation de pression.	121
Figure 11.2	Vérification de justesse de l'interpolation.	121
Figure 11.3	Pression sur la plaque et dans le liquide. Cas 60-220.	123
Figure 11.4	Evolution des déformations de flexion sur la plaque (cas 62.5-283).	124
Figure 11.5	Evolution des déformations de flexion sur la plaque (cas 60-220).	124
Figure 11.6	Temps d'arrivée aux points de la plaque.	126
Figure 11.7	Vitesse du chargement aux points de la plaque.	126
Figure 11.8	Simulations et mesures dans le cas expérimental 62.5-283 aux positions $r = 20\text{ cm}$ et $r = 30\text{ cm}$	127
Figure 11.9	Simulations et mesures dans le cas expérimental 60-220 aux positions $r = 20\text{ cm}$ et $r = 30\text{ cm}$	127
Figure 12.1	Modèle de Lobdell (1973).	133
Figure 12.2	Réponses du modèle de Lobdell : cas de l'accidentologie automobile (à gauche) et des impacts étudiés dans ce mémoire (à droite). Les paramètres des différents éléments rhéologiques du modèle de Lobdell sont les paramètres d'origine. . .	133
Figure 14.1	Vue au microscope des mousses alvéolaires (une cellule mesure entre 50 et 100 micromètres).	142
Figure 14.2	Loi de comportement quasi-statique des matériaux 21, 22, 23 (vitesse 0.01 s^{-1}).	142
Figure 14.3	Montage de l'échantillon entre les deux barres.	143
Figure 14.4	Forces entrante et sortante (échantillon 23).	145
Figure 14.5	Loi de comportement obtenues à trois vitesses de déformations.	146
Figure 14.6	Comparaison des courbes $\sigma - \varepsilon$ des trois matériaux.	147
Figure 14.7	Hystérésis statique et dynamique de la loi de comportement (matériaux 21 et 23).	148
Figure 14.8	Compression d'un élément fini décrit par la loi de comportement MAT_181. .	150
Figure 14.9	Comparaison de la loi de comportement calculée avec la courbe de référence (mat. 23) pour différentes vitesses de déformation $\dot{\varepsilon}$	151
Figure 14.10	Restitution de la décharge statique et dynamique par le modèle.	151
Figure 14.11	Comparaison de la décharge dynamique avec la la courbe expérimentale. . . .	152
Figure 14.12	Simulation numérique de l'essai aux barres de Hopkinson.	154
Figure 14.13	Comparaison des courbes $\sigma - \varepsilon$ pour les trois longueurs d'échantillon avec la courbe de référence (matériau 23bis).	154
Figure 14.14	Influence de la longueur des échantillons expérimentaux sur la pente des courbes $\sigma - \varepsilon$	155
Figure 15.1	Dispositif expérimental de flexion dynamique.	158
Figure 15.2	Cinématique de l'essai à la rupture.	159
Figure 15.3	Forces aux interfaces et vitesse lors d'une rupture à l'équilibre.	160
Figure 15.4	Forces aux interfaces et vitesse lors d'une rupture hors équilibre.	160

Figure 15.5	Propagation de la fissure durant l'essai de flexion.	161
Figure 15.6	Courbe force-déplacement pour les vitesses comprises entre 5 et 7 m/s.	162
Figure 15.7	Courbe force-déplacement pour les vitesses d'impacteur comprises entre 8 et 10 m/s.	163
Figure 15.8	Courbe force-déplacement pour les vitesses d'impacteur comprises entre 11 et 13 m/s.	163
Figure 16.1	Input force F_e and output force F_s vs. time (sample 23).	169
Figure 16.2	Strain-rate of 780 s^{-1} (a) and stress-strain curves (b) of the three materials. .	170
Figure 16.3	Dynamic and static hysteresis.	170
Figure 16.4	Kinematic of the 40 mm caliber projectiles 22L and 23L.	171
Figure 16.5	Influence of the projectile characteristics on the impact force on a rigid wall. .	172
Figure 16.6	The peak force of projectiles 22S, 23S, 23L, plotted vs. the impact velocity. . .	173
Figure 16.7	Mounting of the biological surrogate and schematic view of the experimental bench.	174
Figure 16.8	Speckle and size of the area defined for the image correlation process (a) and example of 3-D reconstruction.	176
Figure 16.9	Plane views of the normal displacement field W of the rear side of the lateral TW (23S - 50 J). The spine is at the bottom of the image. The white line follows the impacted rib.	177
Figure 16.10	Displacement profiles (TW) created by the 23L projectiles (kinetic energy is 50 J) obtained after image correlation (transverse line).	178
Figure 16.11	Displacement profiles (TW) created by the 23S projectiles (kinetic energy is 50 J) obtained after image correlation (transverse line).	178
Figure 16.12	Displacement profiles (TW) created by the 22S projectiles (kinetic energy is 50 J) obtained after image correlation (transverse line).	179
Figure 16.13	Typical views of the rib response showing the fracture.	179
Figure 16.14	Accelerations of the ribs and of the three projectile bases (absolute values). .	180
Figure 16.15	Acceleration (a) and velocity (b) of the projectile base.	182
Figure 16.16	Deformed shapes of the rib obtained from the acceleration measurements (a) 23S-89 J, (b) 23L-90 J.	183
Figure 16.17	Impulse histories and events for impacts of Fig. 16.16.	183
Figure 16.18	Examples of impulse histories (a) and comprehensive plot of I (b) (the star symbols indicate the values corresponding to rib fractures).	185
Figure 16.19	The local maximal displacement W_{max} vs. Q_0 (a), (b) and vs. the pre-impact kinetic energy E_c (c), (d).	185

Liste des tableaux

Tableau 7.1	Ranges of the 30-B tube elasticity parameters used in the simulations	69
Tableau 7.2	Ranges of the 30-B tube plasticity parameters used in the simulations	69
Tableau 7.3	Ranges of the 30-B tube fatigue parameters used in the simulations	69
Tableau 7.4	Ranges of the driving band parameters used in the simulations	70
Tableau 7.5	Predicted lifetime (number of firings) at the regions of interest in the barrel. .	80
Tableau 9.1	Données pour les configurations expérimentales.	96
Tableau 10.1	Propriétés de la plaque et du fluide	106
Tableau 11.1	Caractéristiques de la plaque	122
Tableau 11.2	Caractéristiques du liquide	122
Tableau 14.1	Plages de vitesses de déformations $\dot{\epsilon}$ des échantillons étudiés.	146
Tableau 16.1	Projectile materials and sizes	171
Tableau 16.2	Ballistic data measured with three projectiles	173
Tableau 16.3	Projectile configurations for the study of the thoracic response.	174

Chapitre 1

Curriculum Vitae

LANGLET André

Né le 26 mars 1963 à **Saigon**, *Viêt-Nam*. Nationalité : Française.

Situation de famille : marié, père de deux enfants nés le 4 mai 1991 et le 23 juin 1995.

Adresse personnelle : 11 rue du Château d'eau 18000 Bourges. Tél. : 02 48 67 03 41.

Adresse professionnelle : recherche : PRISME/Dynamique des Matériaux et des Structures, 65 avenue de Lattre de Tassigny, 18000 Bourges.

E-mail : andre.langlet@univ-orleans.fr. Tél. 02 48 67 80 38.

Enseignement : Département Génie Civil, IUT de Bourges, 65 avenue de Lattre de Tassigny, 18000 Bourges. 02 48 23 80 38.

Fonction : Maître de conférences 60^{ème} section, mécanique.

1.1 Titres et diplômes universitaires français

1988 Diplôme d'Etude Approfondie : Mécanique Milieux Vivants Simulation, mention bien, (Université Paris VI).

1992 Thèse de Doctorat, spécialité Mécanique, Robotique, Modélisation, mention très honorable avec félicitations : Ecoulement stationnaire en conduite collabable, étude théorique et expérimentale d'un limiteur de débit. Soutenue le 15/12/1992, université Paris XII.

1999 Février : Inscription sur la liste de qualification aux fonctions de maître de conférences, section 60. Septembre : nommé Maître de Conférences à l'IUT de BOURGES

1994 Mcf titulaire 2e classe

1996 Février : Maître de Conférences 1ère classe

1.2 Formation professionnelle, qualification et emplois

1.2.1 Formation initiale

1987/1988 Diplôme d'Etude Approfondie Mécanique Milieux Vivants Simulation à l'Université Paris VI

1988/1992 Thèse de Doctorat à Paris XII

Stages :

Juillet 1982 Stage au laboratoire INSERM du Professeur Morucci à Toulouse : Contribution à l'étude d'un capteur d'élasticité artérielle.

Été 1984 : Stage au CHU de Rennes : analyses d'images stéréotaxiques obtenues par RMN.

Hiver 1988 : Stage de DEA à l'Université Paris XII (Laboratoire de Mécanique Physique, Pr. Oddou) : *calcul des profils de vitesses et des pertes par frottement dans les conduites élastique écrasées.*

1.2.2 Enseignement

Hiver 90 et 91 Stagiaire au Centre d'Initiation à l'Enseignement Supérieur de Paris - Jussieu (CIES).
 1989-1990 Moniteur de Mécanique à l'Université Paris XII.
 1990-1991 Moniteur de Mécanique à l'Université Paris XII.
 1991-1992 ATER poste complet 60^{ème} section à l'Université Paris VI.
 1992-1993 ATER 2/3 poste 60^{ème} section à l'Université Paris XII.
 Sept. 1993 Maître de conférences 60^{ème} à l'université d'Orléans, IUT de Bourges.

1.2.3 Bourses

1987 Bourse de DEA.
 1988-1990 Thèse : Allocation de recherche du Ministère de la Recherche et de la Technologie.
 1990-1991 Renouvellement de l'allocation du MRT.

1.3 Service National

1986-1987 Service militaire actif au 7^{ème} Régiment de Chasseurs, (Régiment de reconnaissance blindé de la 8^{ème} DI, stationné à Arras - 62). Fonction : tireur AMX 10 RC, 1^{ère} Classe.

1.4 Encadrement de recherches

Thèses

- **Gilles Favière**, (bourse Région Centre) : Interaction Fluides-Structure dans les conduites souples. Aspects fondamentaux et applications industrielles. Thèse de Doctorat de l'Université d'Orléans ; BOURGES Décembre 1996. Encadrement : J. Renard 50%, A. Langlet 50%. Financement : bourse Région Centre.
- **Grégory Girault**, débutée en novembre 2002, soutenue le 19 Juillet 2006. Dynamique rapide en interaction fluide-structure : Expérience et modélisation appliquée aux plaques sollicitées par des détonations. Encadrement : J. Renard 40%, A. Langlet 60%. Financement : bourse Région Centre.
- **Ophélie Safont**, débutée en octobre 2008, soutenue le 15-12-2011. Méthodologie de dimensionnement de tubes d'armes en dynamique. Thèse Cifre Nexter. A. Langlet 70% Y. Touré 30%.
- **Julien Pavier**, débutée le 12-01-2010, soutenue le 25-06-2013. Contributions à la compréhension de phénomènes physiques lors de l'impact d'un corps sur un modèle de structure biologique pour déterminer les paramètres influents des chocs à létalité réduite. Thèse Cifre Nexter. Patrice Bailly 40%, André Langlet 60%.
- **Mathilda Liennard**, débutée le 12-10-2012, en cours, soutenance prévue avant le 12-10-2015. Etude mécanique des paramètres influents sur la dispersion d'un projectile à sa sortie du tube d'arme. Thèse Cifre Nexter. André Langlet 60% , Patrice Bailly 40%.

Masters

- **Loïc Esbraire**, février 2007 à septembre 2007 Master « Mécanique du Solide et Ingénierie » de l'Université de Poitiers (co-habilitation ENSMA/ENSI de Bourges). Compréhension des phénomènes physiques survenant lors d'un choc violent sur la tête. Encadrement : 100%. Financement : contrat DGA-ETBS.
- **Julien Pavier**, février 2009 à septembre 2009 Master « Recherche et développement en Mécanique » (co-habilitation ENSMA Poitiers/ENSI de Bourges). Développement de méthodes de calculs pour évaluer la vulnérabilité d'une structure biologique soumise à un choc contondant. Modélisation, corrélation avec les critères appliqués en accidentologie. Etude financée par Nexter. Encadrement : 100%.
- **Romain Aubert**, février 2012 à septembre 2012 : Stage Master. « Recherche et développement en Mécanique » (co-habilitation ENSMA Poitiers/ENSI de Bourges). Etude d'impacts non pénétrants sur une structure multicouches. Encadrement 70%, P. Bailly 30%. Rémunération 6 mois, contrat Nexter-Munition,
- **Khalid Chemsî**, février 2012 à septembre 2012, Master « Modélisation en Mécanique », Université de La Rochelle. Modélisation de la réponse d'une structure simple sous l'action d'une explosion à échelle réduite. Encadrement : 70% , Mame William-Louis 30%.
- **Raphaël Salibartan**, mai 2014-Juillet 2014 : Etude de la fracturation dynamique des côtes : modélisation et expériences. Stage de 4^e année d'ingénieur Polytech Orléans, filière Matériaux et Mécanique des Structures. Encadrement : 70%, Ridha Hambli 30%.

1.5 Publications

Mémoire de Diplôme d'Etude Approfondie. *Etude de l'écoulement laminaire permanent d'un fluide visqueux incompressible dans une conduite collabable cylindrique : calcul du coefficient de forme*. Spécialité Mécanique Milieux Vivants Simulation, stage au LMP, Pr. C. Oddou, Université Paris XII. Juillet 1988. Mémoire de Thèse : *Ecoulement en conduite collabable : étude théorique et expérimentale d'un limiteur de débit*. Université Paris XII. 15 décembre 1992.

1.5.1 Articles publiés dans des revues internationales avec comité de lecture, répertoriés dans les bases de données

1. A. Langlet, S. Naili, C. Ribreau, 1992. Loi de Poiseuille dans une conduite cylindrique obtenue par aplatissement uniforme d'un tube initialement elliptique. *La Houille Blanche International Journal of Water*. **1**, 71-78.
2. C. Ribreau , S. Naili, Bonis M., A. Langlet, 1993. Collapse of thin-walled elliptical tubes for high values of major-to-minor axis ratio. *Journal of Biomechanical Engineering (American Society of Mechanical Engineers)*, vol. 115, nov. 1993, 432-440.
3. C. Ribreau, S. Naili, A. Langlet. Head loss in smooth pipes obtained from collapsed tubes. *Journal of Fluids and Structure*, vol. 8, 1994, 183-200.
4. J. Renard, A. Langlet, Favière G. Impédance d'un tube souple rempli d'un liquide visqueux et compressible. *Mécanique industrielle et Matériaux* – Vol I. 49 – No. 3 – Septembre 1996, pp 122-124.
5. M. Thiriet, S. Naili A. Langlet, C. Ribreau. Modelling of Thin Walled Tubes with a Flowing Fluid and their Applications in the Study of the Collapse of Anatomic Vessels. - In : *Biofluid Methods in Vascular and Pulmonary Systems, Biomechanical Systems Techniques and Applications Series*, Vol. IV, Edited by C. Leondes, CRC Press, pp. 1-43, 2001

6. J. Renard, A. Langlet, O. Pennetier. Response of a large plate-liquid system to a moving pressure step. Transient and stationary aspects, *Journal of Sound and Vibration* **265** (2003) 699-724.
7. A. Langlet, G. Girault, J. Renard. Interaction d'un liquide avec une plaque soumise à une explosion : validation expérimentale d'un modèle linéaire. *Mécanique & Industries* **7**, pp. 97-106 (2006).
8. J. Renard, A. Langlet, G. Girault. Response of an infinite free plate-liquid system to a moving load : theoretical stationary response in the subsonic case. *Journal of Sound and Vibration* **265**, Volume 292, Issues 1-2 , 25 April 2006, Pages 124-147.
9. J. Renard, A. Langlet. Moving pressure running over a plate coupled with a liquid : The analytical stationary response in the one-dimensional case. *Journal of Sound and Vibration*, Volume 310, Issue 3, 19 February 2008, Pages 650-662.
10. Q. Lambert, A. Langlet, J. Renard, N. Eches. Dynamique en flexion de tubes parcourus à grandes vitesses. *Mécanique & industries* ISSN 1296-2139, 2008, vol. 9, no6, pp. 559-569. Elsevier, Paris, France
11. A. Langlet, J. Renard, O. Pennetier. Analytical Stationary acoustic wave in a liquid over which a moving pressure runs. *Shock and Vibrations*. ISSN 1070-9622, Vol. 17 Number 3 / 2010, pp. 251-267.
12. A. Langlet, O. Safont, J. Renard. The Response of Infinite Strings and Beams to an Initially Applied Moving Force : Analytical Solution (Research Paper). *ASME J. Vib. Acoust.* – August 2012 – Volume 134, Issue 4.
13. O. Chevalier, A. Langlet Y. Guilmard, L. Fouché-Sanseigne. Assessment of the Life-time of Gun Barrels Under High-Speed Moving Loads. *J. Pressure Vessel Technol.* 137(1), 015001 (Sep 15, 2014).
14. J. Pavier, A. Langlet, N. Eches, J.F. Jacquet. On ballistic parameters of less lethal projectiles influencing the severity of thoracic blunt impacts, *Comput. Methods Biomech. Biomed. Engng.* Vol.29, 2013.
15. A. Langlet, M. William-Louis, G. Girault, O. Pennetier. Transient response of a plate-liquid system under an aerial detonation : Simulations and experiments. *Computers and Structures*, 133-0, pp. 18 – 29, 2014.
16. A. Langlet, M. Souli, N. Aquelet, O. Pennetier, G. Girault. Air Blast Reflecting on a Rigid Cylinder : Simulation and Reduced Scale Experiments. *Shock Waves*, 25, pp. 47-61, 2015.
17. O. Pennetier, M. William-Louis, A. Langlet. Numerical and reduced-scale experimental investigation of blast wave shape in underground transportation infrastructure. *Process Safety and Environmental Protection*. 94, pp. 96-104, 2015.
18. J. Pavier, A. Langlet, N. Eches, N. Prat, P. Bailly, J.F. Jacquet. Experimental study of the coupling parameters influencing the terminal effects of thoracic blunt ballistic impacts. *Forensic Science International* (2015), <http://dx.doi.org/10.1016/j.forsciint.2015.04.004>

1.5.2 Communications à des congrès scientifiques internationaux avec actes et comité de lecture (CI)

1. A. Langlet, C. Ribreau, 1990. Poiseuille's flow in a buckled tube of constant cross-section. *First World Congress of Biomechanics*, du 30 août au 4 septembre, San diego, Californie, U. S. A.. Abstract, vol. 1-118.
2. C. Ribreau, Bonis M., A. Langlet, 1990. The flattening of elliptical tubes and rings for high values of the major-to-minor axis ratio : analytical tubes laws. *First World Congress of Biomechanics*, du 30 août au 4 septembre, San diego, Californie, U. S. A.. *Abstract, vol. 1, 28.

3. A. Langlet, C. Ribreau, (en collaboration avec le LMP de Créteil) Flow limitation in a collapsible tube : a steady onde dimensional modeling and related experiments. *10th Conference of the European Society Of Biomechanics*, august 28-31, 1996. Actes du congrès - LOWET - Van der SLOTEN Editors Leuven 96 ISSN 90-803242-1-3.
4. A. Langlet, Migeon B., Marché P., (en collaboration avec le LVR de Bourges). Echographic measurement of the wall geometry in a thin walled elastic tube undergoing vertical steady flow. *10th Conference Of the European Society of Biomechanics*, august 28-31, 1996, pp 139. Actes du congrès - LOWET - Van der Sloten Editors Leuven 96 ISSN 90-803242-1-3.
5. Migeon B., Charreyron R., Deforge P., A. Langlet, J. Renard, Marché P., (En collaboration avec le L.V.R.). A spline contour interpolation for the 3D reconstruction of the geometry in a thin-walled elastic tube, *XVIII International conference on Medical Physics and Biomedical Engineering* - 14/19 sept. 1997. Nice France.
6. A. Langlet, Petit P, Favière G., J. Renard, Mechanical Response of a liquid filled segment of a flexible tube under harmonic excitation, *XVIII International Conference on Medical Physics and Biomedical Engineering* - 14/19 sept. 1997. Nice France.
7. A. Langlet, G. Girault, J. Renard Estimation of the non linear effects in the re-sponse of a blast-loaded plate in contact with a fluid. *Structural Dynamics EUROLYN 2005*. Actes du Congrès pp 1361-1366. Edited by : C. Soize & G.I. Schuëller. Millpress, Rotterdam, The Netherlands.
8. J. Renard, A. Langlet. Theoretical stationary response of a plate coupled with a liquid and run over by a high speed pressure front. *Euromech Colloquium 484 : Wave mechanics and stability of long flexible structures subject to moving loads and flows*. 18-22 septembre 2006, Delft. Conférence invitée.
9. J. Pavier, A. Langlet, N. Eches, JF. Jacquet, R. Cayzac. Analysis of existing in-juries criteria in order to evaluate the severity of thoracic impact injury. 11882. *Proceedings of the 26th International Symposium on Ballistic*. Miami, september 12-16 2011. Publication Date : September 12, 2011 | ISBN-10 : 1605950521 | ISBN-13 : 978-1605950525
10. N. Eches, D. Cosson, A. Langlet. Modeling of the dynamics of a 40 mm gun and ammunition system during firing. 12029. *Proceedings of the 26th International Symposium on Ballistic*. Miami, september 12-16 2011. Proceedings of the 26th International Symposium on Ballistic. Miami, september 12-16 2011. Publication Date : September 12, 2011 | ISBN-10 : 1605950521 | ISBN-13 : 978-1605950525
11. O. Pennetier., A. Langlet, M. William-Louis - Numerical and experimental study of blast wave shape in tunnels. *22nd Military Aspects of Blast and Shock (MABS)*- November 4-9, 2012 - Bourges, France. <http://www.mabs.ch/spiezbase/mabs22/P85-pennetier.pdf>
12. J. Pavier, N. Eches A. Langlet. Less lethal projectile characterization-Analysis of foam nose properties influence on terminal effect. *Proceedings of 27th International Symposium on Ballistics*, 2013. Publication Date : May 1, 2013 | ISBN-10 : 1605951064 | ISBN-13 : 978-1605951065
13. N. Eches, J. Pavier, A. Langlet. On Ballistic Parameters of Less-Lethal Projectiles Influencing the Severity of Thoracic Blunt Impacts. Published in : *28th International Symposium on Ballistics*, September 24-26, 2014, Atlanta, Georgia, USA. Edited by : Richard G. Ames, Raytheon Missile Systems and R. Daniel Boeka, General Dynamics OTS. | ISBN : 978-1-60595-149-2

Articles publiés dans des revues Internationales avec comité de lecture, numéros spéciaux « special issue »

- J. Pavier, A. Langlet, N. Eches, J.F. Jacquet, R. Cayzac. Analysis of existing injury criteria in order to evaluate the severity of thoracic impact injury. *Comput. Methods Biomech. Biomed. Engng*, Volume 14, Supplement 1, August 2011, pages 25-26. **Corresponding author.**

- R. Aubert, J. Pavier, N. Eches, A. Langlet, P. Bailly. On the use of Hopkinson bar bending apparatus to study soft impact on porcine ribs , *Comput. Methods Biomech. Biomed. Engng*, Volume 15, Supplement 1, September 2012, pages 311-312. **Corresponding author.**

1.5.3 Communications à des congrès scientifiques nationaux avec actes et comité de lecture (CN)

A. Langlet, S. Naili, C. Ribreau, 1989. Loi de Poiseuille dans des conduites non circulaires à l'image des veines. XIV^{ème} *Congrès de la Société de Biomécanique*, du 6 au 7 septembre, Marseille.* Actes du Congrès, 108-109. Résumé publié dans Les archives Internationales de Physiologie et de Biochimie, vol. 98, fasc.4., C56-C57, août 1990.

C. Ribreau, S. Naili, A. Langlet, 1991. Fléchissement élastique sans allonge-ment des coques cylindriques elliptiques : étude des écoulements laminaires dans les conduites rigides associées. 10^{ème} *Congrès français de Mécanique*, mini-colloque Biomécanique des fluides et des tissus biologiques, du 2 au 6 septembre, Paris. *Actes du Congrès, vol. 4, 37.

A. Langlet. Limitation de débit dans une conduite élastique collabable dont l'extrémité amont est maintenue ouverte. XVIII^{ème} *Congrès de la Société de Biomécanique*, 7 juillet 1993, Paris. * Actes du Congrès.

G. Favière, A. Langlet, J. Renard. Propagations de vibrations harmoniques dans un fluide parfait confiné par un tube souple. *Ann. of Physiology and Biochemistry*, Actes du 20^{ème} Congrès de biomécanique, Vol. 103, no. 3, C65, july 1995, ISSN 1381-3455.

A. Langlet, Migeon B. (en collaboration avec le Laboratoire Vision et Robotique), Mesure échographique des sections droites d'une conduite verticale collabable en écoulement permanent. *Ann. of Physiology and Biochemistry*, Actes du 20^{ème} Congrès de biomécanique, Vol. 103, no. 3, C72, july 1995. ISSN 1381-3455

O. Pennetier, Desrosier C., A. Langlet, J. Renard. Etude expérimentale à échelle réduite d'une explosion au voisinage d'une structure : détermination de l'impulsion. 2^{ème} *Colloque d'Analyse Vibratoire Expérimentale*, Blois, 13-14 Novembre 2003.

A. Langlet, G. Girault, J. Renard Réponse d'une plaque soumise à une explosion et couplée à un liquide. *Congrès Français de Mécanique 2003*. Actes du Congrès. http://calcul-scientifique-isitv.univ-tln.fr/calcul-scientifique-documents/documents-di-vers/cfm/cfm/S7/183_Langlet.pdf

G. Girault, A. Langlet, J. Renard. Interaction d'un liquide avec une plaque soumise à une explosion. 15^{ème} *Colloque Vibrations Chocs et Bruits*, Lyon, 14-18 Juin 2004. Actes du Congrès.

G. Girault, A. Langlet, J. Renard Réponse d'une plaque couplée à un liquide : résolution analytique dans le cas d'un chargement mobile stationnaire. *Congrès Français de Mécanique 2005*. Actes du Congrès.

A. Langlet, J. Renard. Sur la réponse d'une plaque couplée à un liquide et soumise une pression mobile. Aspects théorique et expérimentaux en détonique. Communication orale au 1^{er} *Colloque du GDR Interaction Fluide-Structure*. Actes du colloque : pages 269-274. Nice 26 & 27 Septembre 2005.

G. Girault, A. Langlet, O. Pennetier, J. Renard Réponse dynamique d'un réservoir soumis à une onde de choc plane sur une de ses extrémités. 18^e *Congrès Français de Mécanique*, Grenoble 2007.

Q. Lambert, A. Langlet, J. Renard. Dynamique en flexion de tubes parcourus à grande vitesse. XVI^e *Congrès Vibrations Chocs et Bruit*. Ecole Centrale de Lyon. 10-12 juin 2008.

O. Safont, D. Lebaillif, I. Randrianangaly, A. Langlet. Etude la propagation bidimensionnelle de fissures. 19^e *Congrès Français de Mécanique*, Marseille 2009.

O. Pennetier, A. Langlet, L.Bouazaoui. Description d'un banc d'essais - sollicitation de plaques métal-

liques en grandes déformations. Session Mécanique et structure. *Actes du CNR IUT* – Angers – 9–11 juin 2010.

A. Langlet. Réponse des poutres infinies a une force en mouvement appliquée initialement en un point. Session Mécanique et structure. *Actes du CNR IUT*, Angers, 9-11 juin 2010.

O. Safont, A.Langlet, O. Pennetier. Méthodologie de dimensionnement de tube en conditions dynamiques. Session Mécanique et structure. *Actes du CNR IUT*, Angers – 9–11 juin 2010.

J. Pavier, A. Langlet. Analysis of existing injury criteria in order to evaluate the severity of thoracic impact injury. *Actes du CNR IUT*, Caen, 8-10 juin 2011.

J. Pavier, A. Langlet, N. Eches, JF. Jacquet, R. Cayzac. Aptitude des critères lésionnels existants à prédire les effets des impacts non pénétrants sur le thorax. *Actes du 36^{ème} Congrès de la Société de Biomécanique Besançon*, 31 août - 2 septembre 2011. Publié dans *Comput. Methods Biomech. Biomed. Engng.*

O. Safont, A. Langlet. Dynamique des tubes parcourus à grandes vitesses et prévision de leur fiabilité. 489. Session dynamique, ondes et vibrations. *Actes du 20^{ème} Congrès Français de Mécanique*, Besançon, 28 août-2 septembre 2011.

1.6 Résumé des activités d'enseignement

1.6.1 Enseignements avant 1993 (monitorat-ATER)

Moniteur à Paris XII (64 h d'équivalent TD par an) : TD : Mécanique générale, Ondes en mécanique, Mécanique des fluides (SSM2). TD : Mécanique générale en Formation Continue (Niveau Licence). TP : Mécanique des fluides et Ondes (SSM2).

ATER à Paris VI (192 h équivalent TD par an) : TD : Mécanique des fluides (SSM2 option SPI), Mécanique des fluides (SSM2 option), Thermodynamique (Licence de Mécanique), TP : Mécanique des Fluides (Licence de Mécanique).

ATER à Paris XII (2/3 poste 128 h eq. TD) : TD : Mécanique des Fluides (Licence et Maîtrise de Mécanique), Mécanique des Fluides (SSM2). TP : Projet étudiants MST Génie Médical Instrumentation.

1.6.2 Enseignement (Maître de Conférences)

- *Département Mesures Physiques IUT de Bourges.*

Cours, TD, TP de : Mécanique des Fluides, Résistance des Matériaux et de Vibration (2^e année), TP de calcul sur « Matlab ». TP de DAO (Autocad). A partir de 2003 : une partie de l'enseignement des Mathématiques en première année.

- *Département génie Civil IUT de Bourges (intégralité du service depuis septembre 2010)*

Cours, TD, TP de mécanique des structures (modules MS1, MS2, MS3, MS4), Projet, Stage. PFE (projets de fin d'études). Enseignement du module « Sismique » dans la Licence Professionnelle Risques Construction Environnement.

- *Ecole Supérieure d'Ingénieurs de Bourges (ENSIB)*

TD de Mécanique des fluides à l'ENSI de Bourges en 1998-1999. Encadrement de Projets étudiants en mécanique, 1998-1999-2000. Participation aux concours de recrutement des élèves (promotion 2000) de l'Ecole.

- *Formation continue.*

1995-1996 : cours et TD de Mécanique aux étudiants de l'ITII Bourges.

2000-2001 : participation au cours de capteur au CNAM de Bourges.

2003-2004 : responsable du module CNAM « Mécanique des Structures et des Systèmes B3 » : Modélisation mécanique des structures : « Elastostatique » 60 heures.

2004-2005 : responsable des modules CNAM Mécanique des Structures et des Systèmes : B5 (Mécanique expérimentale des structures) et B6 (Mécanique numérique des structures), au total 100 heures.

2005-2006 : Enseignement dans les modules « Systèmes Poly-articulés » et « Composites » du cycle B, CNAM.

2006-2007 : Responsable des modules « Mécanique numérique des structures » et « Elastostatique », CNAM.

- *Mémoires d'ingénieur CNAM*

Christophe Dubois : *Influence des bulles de désaération dans les fluides hydrauliques sur le bruit généré par les pompes hydrauliques à palettes*. Soutenu le 10 juin 2012. En lien avec l'entreprise PARKER.

Noredinne Cheiks : *Optimisation des écoulements en vue d'optimiser le rendement des pompes hydrauliques à palettes*. Soutenu le 8 juillet 2011. En lien avec l'entreprise PARKER.

Stéphane Cotet : *Définition et validation d'un système d'amorçage pyro-mécanique pour le projectile de 120 mm en fonction de son chargement en explosif et de la fragmentation du corps d'obus*. Soutenu le 19 janvier 2012. En lien avec l'entreprise Nexter-Munitions.

Philippe Nugue : *Etude expérimentale de l'usure intérieure d'un tube de canon*. Soutenu le 17 juin 2013. En lien avec la Délégation Générale pour l'Armement Techniques Terrestres (DGA-tt).

1.7 Responsabilités d'intérêt collectif

- 1996- 1998 : directeur des études chargé des emplois du temps au département Mesures Physiques.
- 1998-2002 : membre élu du Conseil d'Administration de l'IUT.
- Depuis mars 1995 : membre élu titulaire de la Commission de Spécialiste 60^{ème} section mécanique de l'Université d'Orléans, devenue maintenant CED 60.
- Avril 2000-2009 : membre extérieur coopté titulaire de la Commission de Spécialiste 60^{ème} section mécanique de l'Université de Bourgogne (Dijon). participation à plusieurs recrutements (le dernier pour l'IUT d'Auxerre en mai 2013).
- 2003-2004 : mise en place de la **Licence Professionnelle Expertise Mesures Essais**.

Après l'inscription du projet de Licence Professionnelle *Expertise Mesures Essais* au plan quadriennal 2004-2008, j'ai porté le projet de la LP au sein du département Mesures Physiques. J'ai élaboré le projet pédagogique et la formation de l'équipe, en liaison le département, la direction de l'IUT (merci à Jacques Guilly, alors directeur, pour ses conseils et sa clairvoyance) et les partenaires industriels ou institutionnels (DGA notamment). Ce travail a consisté à : définir le contenu des enseignements, constituer l'équipe pédagogique, se mettre en liaison avec les entreprises devant être impliquées dans la licence professionnelle. Ensuite j'ai présenté le projet devant une commission (DEVE-CEVU) de l'Université d'Orléans le 7 octobre 2003. En juin 2004, le projet a été habilité. L'objectif de la licence Expertise – Mesures – Essais est de former des techniciens capables d'assurer des fonctions d'encadrement et capables de s'adapter à l'évolution des techniques et des objectifs dans toutes activités « essais ». De plus, la formation apporte une sensibilisation particulière aux risques industriels dans le but d'optimiser la fiabilité des outils de production et les procédures liées à l'expertise.

Les entreprises locales spécialisées dans les activités d'essais et de conception participent aux enseignements et accueillent des stagiaires. Il s'agit de l'ETBS (établissement d'essais et d'expertise de la

DGA), d'AUXITROL (capteurs), MBDA, et de PME. La formation a fait intervenir les enseignants chercheurs de l'Université d'Orléans présent à Bourges : du LEES pour leur expertise concernant les mesures dynamiques et leur interprétation par les modèles ; du LVR pour son expertise dans le domaine de la conception des capteurs, de la mise en œuvre des capteurs et du traitement du signal.

- 2007-2008 : Evolution de la LP Expertise – Mesures – Essais vers la **LP Expertise Mesures Environnement**. Le département Mesures Physiques de l'IUT de Bourges dispense les options « Techniques Instrumentales » et « Matériaux et Contrôles Physico-Chimiques ». L'objectif de la LP Expertise Mesures Environnement était d'appliquer ces disciplines à l'acquisition et la maîtrise des grandeurs environnementales tout en conservant le soutien et la participation des entreprises à la formation.
- 2004 - 2010 : responsable de la Licence professionnelle Expertise – Mesures – Essais, puis Expertise – Mesures – Environnement.

Avril 2006 : membre élu du CEVU de l'Université d'Orléans.

Avril 2006 : membre élu du CA de l'IUT de Bourges.

Avril 2008 : membre élu du CEVU de l'Université d'Orléans.

1.8 Résumé des activités de recherche exercées entre 2010 et 2013

1.8.1 Publications et production scientifique

Articles publiés dans des revues Internationales avec comité de lecture, et indexées (ISI WEB, Scopus)

Sur la période 2010-2013 :

- A. Langlet, J. Renard, O. Pennetier. Analytical Stationary acoustic wave in a liquid over which a moving pressure runs. *Shock and Vibrations*. ISSN 1070-9622, Vol. 17 Number 3 / 2010, pp. 251-267. <http://dx.doi.org/10.3233/SAV-2010-0510>
- A. Langlet, O. Safont, J. Renard. The Response of Infinite Strings and Beams to an Initially Applied Moving Force : Analytical Solution (Research Paper). *ASME Journal of Vibrations and Acoustics* 134(4), 041005 (May 31, 2012) (16 pages), DOI : 10.1115/1.4005847 History : Received April 07, 2011 ; Revised November 22, 2011 ; Published May 29, 2012 ; Online May 31, 2012
- J. Pavier, A. Langlet, N. Eches, J.F. Jacquet. On ballistic parameters of less lethal projectiles influencing the severity of thoracic blunt impacts, *Comput. Methods Biomech. Biomed. Engng.* Vol. 29, 2013. DOI : 10.1080/10255842.2013.789101. Received : 28 Jun 2012. Accepted : 20 Mar 2013. Published online : 29 Apr. 2013. **Corresponding author.**
- A. Langlet, M. William-Louis, G. Girault, O. Pennetier. Transient response of a plate-liquid system under an aerial detonation : Simulations and experiments. *Computers and Structures*, 133-0, pp. 18 – 29, 2014. Available online 25 December 2013.
- O. Chevalier, A. Langlet, Y. Guilmar, L. Fouché-Sanseigne. Assessment of the Lifetime of Gun Barrels Under High-Speed Moving Loads. *Journal of Pressure Vessel Technology*. Mars 2014. DOI : 10.1115/1.4027306. **Corresponding author.**

Articles publiés dans des revues Internationales avec comité de lecture, numéros spéciaux « special issue »

- J. Pavier, A. Langlet, N. Eches, J.F. Jacquet, R. Cayzac. Analysis of existing injury criteria in order to evaluate the severity of thoracic impact injury. *Comput. Methods Biomech. Biomed. Engng*, Volume 14, Supplement 1, August 2011, pages 25-26. **Corresponding author.**
- R. Aubert, J. Pavier, N. Eches, A. Langlet, P. Bailly. On the use of Hopkinson bar bending apparatus

to study soft impact on porcine ribs , *Comput. Methods Biomech. Biomed. Engng*, Volume 15, Supplement 1, September 2012, pages 311-312. **Corresponding author.**

Congrès internationaux avec actes publiés

- J. Pavier, A. Langlet, N. Eches, JF. Jacquet, R. Cayzac. Analysis of existing injuries criteria in order to evaluate the severity of thoracic impact injury. 11882. *Proceedings of the 26th International Symposium on Ballistic*. Miami, september 12-16 2011. Publication Date : September 12, 2011 | ISBN-10 : 1605950521 | ISBN-13 : 978-1605950525
- N. Eches, D. Cosson, A. Langlet. Modeling of the dynamics of a 40 mm gun and ammunition system during firing. 12029. *Proceedings of the 26th International Symposium on Ballistic*. Miami, september 12-16 2011. Proceedings of the 26th International Symposium on Ballistic. Miami, september 12-16 2011. Publication Date : September 12, 2011 | ISBN-10 : 1605950521 | ISBN-13 : 978-1605950525
- O. Pennetier., A. Langlet, M. William-Louis - Numerical and experimental study of blast wave shape in tunnels. *22nd Military Aspects of Blast and Shock (MABS)*- November 4-9, 2012 - Bourges, France. <http://www.mabs.ch/spiezbase/mabs22/P85-pennetier.pdf>
- J. Pavier, N. Eches A. Langlet. Less lethal projectile characterization-Analysis of foam nose properties influence on terminal effect. *Proceedings of 27th International Symposium on Ballistics*, 2013. Publication Date : May 1, 2013 | ISBN-10 : 1605951064 | ISBN-13 : 978-1605951065
- N. Eches, J. Pavier, A. Langlet. On Ballistic Parameters of Less-Lethal Projectiles Influencing the Severity of Thoracic Blunt Impacts. Published in : *28th International Symposium on Ballistics*, September 24-26, 2014, Atlanta, Georgia, USA. Edited by : Richard G. Ames, Raytheon Missile Systems and R. Daniel Boeka, General Dynamics OTS. | ISBN : 978-1-60595-149-2

Congrès nationaux

- Pavier, J., Langlet, A., Eches, N., Jacquet, JF., Cayzac, R, Aptitude des critères lésionnels existants à prédire les effets des impacts non pénétrants sur le thorax. *Proceedings of XXXVIème Congrès de la Société de Biomécanique*, 2011.
- O. Safont, A. Langlet. Dynamique des tubes parcourus à grandes vitesses et prévision de leur fiabilité. 489. Session dynamique, ondes et vibrations. *Actes du 20ème Congrès Français de Mécanique*, Besançon, 28 août-2 septembre 2011.
- Aubert, R, Pavier, J, Eches, N, Langlet, A, Bailly, P. On the use of Hopkinson bar bending apparatus to study soft impact on porcine ribs. *Proceedings of XXXVIIème Congrès de la Société de Biomécanique*, 2012.

1.8.2 Encadrement doctoral et scientifique

Thèses

- Ophélie Safont, thèse débutée en octobre 2008, soutenue le 15-12-2011. Méthodologie de dimensionnement de tubes d'armes en dynamique. Thèse Cifre Nexter. Direction : Youssoufi Touré 30
- Julien Pavier, thèse débutée le 5 février 2010, soutenue le 25 juin 2013. Contributions à la compréhension de phénomènes physiques lors de l'impact d'un corps sur un modèle de structure biologique pour déterminer les paramètres influents des chocs à létalité réduite. Direction : Patrice Bailly, 40%. Encadrement : André Langlet 60%.
- Mathilda Liennard, thèse débuté en octobre 2012, soutenance prévue en octobre 2015. Etude mécanique des paramètres influents sur la dispersion d'un projectile à sa sortie du tube d'arme. Direction Patrice Bailly 40%. Encadrement : André Langlet 60%.

Masters

- Romain Aubert février 2012 à septembre 2012 : Stage Master. « Recherche et développement en Mécanique » (co-habilitation ENSMA Poitiers/ENSI de Bourges). Etude d'impacts non pénétrants sur une structure multicouches. Rémunération 6 mois, Financement : Nexter-Munition,

- Khalid Chemsî, février 2012 à septembre 2012, Master « Modélisation en Mécanique », université de La Rochelle. Modélisation de la réponse d'une structure simple sous l'action d'une explosion à échelle réduite. Mame William-Louis 30
- Raphaël Salibartan, mai 2014-Juillet 2014 : Etude de la fracturation dynamique des côtes : modélisation et expériences. Stage niveau Master en 4e année d'Ingénieur Polytech Orléans, filière Matériaux, Mécanique des structures. Encadrement 70%, Ridha Hambli 30%. Financement sur contrat Nexter.

1.8.3 Responsabilités scientifiques

Responsable des contrats industriels

- Nexter-System 047N (thèse Cifre de Ophélie Safont)
- Nexter-System 13048 (thèse Cifre de Mathilda Liennard)
- Initiateur et Porteur du projet PARCHOC (2010-2013) avec les entreprises : Nexter-Munitions, ITC Elastomères, ATCOM Télémétrie, et l'Université d'Orléans (montant total du projet 1.1 M€). Au cours du projet la gestion financière a été faite par le « pôle capteur » de l'Université d'Orléans.

Autres activités et responsabilités

- Membre élu du CED 60 de l'université d'Orléans.
- Membre extérieur du CED 60 de l'université de Bourgogne (participation en 2013 au recrutement sur le poste 0979)
- Reviewer pour les revues « Wave Motion » (Elsevier), « Journal of Fluids and Structures » (Elsevier), et « Journal of Vibration Analysis, Measurement, and Control » (Columbia International Publishing).

1.9 Informations significatives sur le déroulement de la carrière et les conditions d'exercice

Engagé dans la création d'une Licence Professionnelle (« Expertise – Mesures – Essais ») en 2004, et dans sa direction jusqu'en 2010, élu au CEVU en 2006, et en 2008 et au CA de l'IUT de Bourges pendant cette période, j'ai choisi en 2010 de me consacrer plus exclusivement à la Recherche dans la thématique de la Dynamique des Structures au sein du laboratoire PRISME, équipe Dynamique des Matériaux et des Structures (« DMS »).

Entre 2010 et 2013, j'ai contribué à la soutenance de 2 thèses que j'ai très largement suivies : « Méthodologie de dimensionnement de tubes d'armes en dynamique » (Ophélie Safont, 2011), « Contributions à la compréhension de phénomènes physiques lors de l'impact d'un corps sur un modèle de structure biologique pour déterminer les paramètres influents des chocs à létalité réduite » (Julien Pavier, 2013), et une troisième thèse à débuté en 2012 (Mathilda Liennard). Les deux doctorants ayant soutenu leur thèse ont été qualifiés par le CNU 60 aux fonctions de Mcf; ils ont cependant été recrutés comme ingénieur par NEXTER-system (O. Safont) et Nexter-munitions (J. Pavier) dès la fin de leur thèse.

Deux Masters ont été réussis (Khalid Chemsî, 2012, et Romain Aubert 2012) dans les thématique de l'interaction Fluide-structure et de la fracturation dynamique expérimentale (fracture osseuse). Un troisième master est en cours (Raphaël Salibartan) sur la fracturation dynamique des os (côtes) causée par un impact.

Mon travail de recherche est d'abord décliné sous une approche fondamentale, dans l'étude des poutres et des plaques interagissant avec les fluides, avec des chargements de type ondes de choc d'explosions ou des forces en mouvement. Les résultats fondamentaux obtenus ont permis d'étudier les problèmes de couplage propres à certaines applications industrielles : la dynamique des tubes d'armes, sur laquelle je travaille dans le cadre d'une collaboration avec l'entreprise Nexter-System depuis 2008 : thèse de

Ophélie Safont (2011) et de Mathilda Liennard (démarrée en 2012). Les travaux effectués pendant la thèse d'Ophélie Safont ont permis de développer une méthode d'estimation de la durée de vie en fatigue des canons de moyens calibre, basée sur l'accumulation de l'endommagement. Pour cela une simulation numérique du tir et une validation expérimentale ont été réalisées (voir l'article paru dans *Journal of Pressure Vessel Technology*). Pour la thèse de Mathilda Liennard, il s'agit de déterminer comment le couplage entre le projectile et le tube génère des petits mouvements de ballottement du projectile et de comprendre pourquoi ce ballottement affecte la dispersion des conditions initiales de vol et donc la dispersion à la cible. Une deuxième partie de mon travail concerne la biomécanique. En 2007, j'ai encadré le master de Loïc Esbraire, avec un financement de la DGA, afin de réaliser une étude sur les ondes créées par un choc sur une sphère élastique contenant du liquide. Ce travail s'inscrivait dans la problématique des chocs crâniens. En fait, le thème des impacts sur l'organisme humain a véritablement été lancé en 2010 avec le projet PARCHOC (« Paramètres Influent des Chocs à Létalité Réduite », durée 3 ans : février 2010-février 2013), après une phase « amont » d'élaboration qui avait débuté en 2008. Du point de vue pratique, il fut nécessaire de construire le projet pour organiser, structurer, établir les jalons à atteindre : ce projet a réuni, de 2010 à 2013 les acteurs suivants : le laboratoire PRISME, la Délégation Générale pour l'Armement – techniques terrestres (DGA-tt), les entreprises ITC-Elastomères et ATCOM télémétrie. C'est dans ce projet que la thèse de Julien Pavier a été menée. J'ai engagé grâce au projet PARCHOC une problématique nouvelle au sein du laboratoire : la réponse de l'organisme humain à des chocs non pénétrants, consécutifs aux impacts de projectiles « souples » sur la région thoracique. En effet, les travaux sur la dynamique rapide menés dans l'équipe DMS concernent essentiellement les structures et matériaux rencontrés par exemple dans les infrastructures du Génie Civil ou certains explosifs. L'objectif fondamental du projet PARCHOC est la compréhension des phénomènes se produisant *in-vivo* après l'impact et leur relation avec les paramètres balistiques des projectiles. Le but est de définir des valeurs limites de ces paramètres associées à des critères lésionnels.

Chapitre 2

Introduction générale

Préambule

La Mécanique est une science dont la discipline et les résultats sont immédiatement confrontés à notre expérience quotidienne la plus banale : pensons par exemple au principe d'inertie et à ses conséquences, ou aux effets de la gravité. A cause des conflits qui naissent inévitablement, entre notre expérience sensible et la formulation abstraite qui découle de ses principes, bien des aspects de la Mécanique sont difficiles à comprendre et à enseigner. Avec la qualité des modèles actuels, la puissance des simulations de toute nature, et la portée des réalisations réelles, quelle contribution puis-je apporter dans ce domaine ?

J'ai commencé à m'intéresser à la recherche en 1983, quand, pour être admis dans une « maîtrise de sciences et techniques en génie biologique et médical », j'ai fait un stage à l'INSERM dans le Service Commun 13 du Pr. Morucci à Toulouse. Il s'agissait de tenter de mesurer au travers des tissus, la déformation d'une artère, avec un prototype de capteur utilisant les infra-rouges. Puis, un modèle simplifié (on sait maintenant que ce problème est toujours ouvert) devait permettre de quantifier l'élasticité de la paroi de l'artère. J'ai ensuite suivi les cours du DEA Mécanique Milieux Vivants Simulation de Paris VI – Paris XII, avec comme sujet de mémoire la détermination des coefficients de frottement dans les conduites souples (Langlet et al. (1992)) utilisées comme modèle expérimental des veines, étude menée au Laboratoire de Mécanique Physique, Université Paris XII, animé par le regretté Pr. Oddou. Ce DEA fut prolongé par une thèse (Directeur Christian Ribreau) sur le phénomène de limitation du débit dans les conduites « collababables » représentant les veines. Nous voulions montrer qu'il était possible de comprendre, grâce aux expérimentations et aux simulations, les mécanismes de limitation du débit observés en physiologie (retour veineux, expiration forcée,...). Pour simuler le couplage entre la déformation du tube et l'écoulement, l'idée était d'appliquer un modèle unidimensionnel, où la déformation de chaque section du tube est identique à celle d'un tube infini (Ribreau et al. (1993)) comprimé uniformément par la pression régnant localement dans l'écoulement ; de plus le frottement était supposé identique à celui d'un écoulement laminaire établi dans le tube infini, Ribreau et al. (1994). Ces travaux apportent certaines réponses, tant qualitatives que quantitatives, voir Thiriet et al. (2001), mais restent évidemment ouverts pour des recherches plus complexes (mêlant biologie, mécanique, biochimie).

Lorsque je suis arrivé au Laboratoire de Recherche Universitaire de Bourges, devenu ensuite Laboratoire Energétique Explosions Structures, j'ai poursuivi l'étude du couplage entre structures et fluides, mais en étant plus éloigné de la problématique initiale. Au laboratoire, mes travaux ont débuté par l'étude des vibrations dans les tubes visco-élastiques (thèse de Gilles Favière), avec comme application la limitation du bruit rayonné par les conduites élastiques dans les moteurs. Avec Bruno Migeon, actif

au Laboratoire Vision et Robotique (plus connu sous ses initiales : « LVR ») à Bourges, nous avons aussi entrepris de reconstituer la surface d'une veine déformée par l'écoulement interne grâce à une expérience simple et un algorithme de reconstruction d'image, basé sur la tomographie par ultra-sons, Migeon et al. (1995), Fig. 2.1. C'est un souvenir de Bruno Migeon disparu prématurément et dont je voudrais saluer la mémoire.

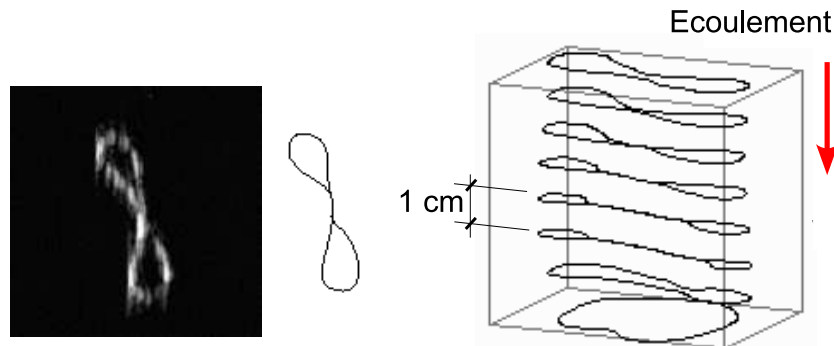


Figure 2.1 – Déformation d'un tube mince par l'écoulement interne (d'après Migeon et al. (1995)).

Pour tenter de progresser dans la compréhension de ce qui peut affecter l'organisme s'il subit un choc violent, j'ai engagé en 2007 une pré-étude portant sur les « phénomènes physiques survenant lors d'un choc violent sur la tête ». Il s'agissait d'un travail financé par un contrat avec la DGA-ETBS¹, dans le cadre duquel eut lieu le stage de Master de Loïc Esbraire. Cette étape fut le préliminaire du projet PARCHOC, lancé en février 2010. J'ai été à l'origine de cette action, qui a réuni le laboratoire PRISME et plusieurs autres partenaires. Les différents acteurs, liés à ce projet, ont très vite montré un grand intérêt et un grand dynamisme : le Pôle Capteurs de notre université, les entreprises ATCOM Télémétrie, ITC Elastomères, Nexter-Munitions, la DGA. L'acteur le plus marquant a été Julien Pavier, doctorant, au centre de ce projet, et devenu Ingénieur au sein de l'entreprise Nexter Munition. L'objectif était de comprendre quelles grandeurs peuvent influencer la sévérité d'un impact de projectile non pénétrant sur le thorax. En particulier, la rupture d'une côte dans la cage thoracique, est un indice concret de la gravité de l'impact et cette rupture a pu être reliée aux paramètres balistiques des projectiles étudiés : *quantité de mouvement et impulsion*. La spécificité de cette étude est qu'elle doit intégrer le comportement du projectile, et simultanément, celui de la structure, qui est ici de nature biologique. Toute la difficulté réside dans le fait que la prise en compte des propriétés biomécaniques par les modèles de simulation demeure très complexe. Idéalement, il faudrait pouvoir disposer d'un modèle biomécanique complet de la structure. Il a donc fallu élaborer une stratégie de travail mixte : expérimentale et numérique, menée par étape, chaque étape ayant été confirmée de manière rationnelle. De plus, comme chaque partie du corps humain possède des modes de réponse qui lui sont spécifiques, il a été nécessaire de restreindre l'étude aux impacts sur la partie latérale du thorax. Comme le montrent les nombreuses publications concernant des études post-traumatiques (menées en accidentologie notamment), la fracture des côtes est un indice pertinent de la dangerosité de l'impact. Comme on le verra, cet événement lésionnel a pu être corrélé à la quantité de mouvement du projectile et à l'impulsion transmise lors de l'impact.

A côté de ces études, dont les résultats peuvent s'appliquer à la protection et à la santé, j'ai obtenu des résultats purement fondamentaux concernant des problèmes de mécanique liés à la dynamique rapide. En dynamique, rien n'est en général défini à l'avance car les phénomènes se déroulent par l'intermédiaire d'interactions pouvant être non-linéaires. Pourtant, il est ici possible de raisonner avec

1. Délégation Générale pour l'Armement, Etablissement de Bourges

des petites perturbations, car, dans des durées très courtes, aucun mouvement ne peut être à la fois de grande amplitude et très rapide.

Deux problèmes de portée très générale peuvent être définis à ce stade : trouver la solution du mouvement d'une poutre soumise à une force en mouvement et trouver la solution du mouvement d'une plaque couplée à un liquide lorsque la plaque est parcourue par une pression constante.

Une partie des solutions analytiques a été obtenue grâce aux travaux menés pendant la thèse de Grégory Girault (2006) et d'Ophélie Safont (2011). Les solutions analytiques nous ont permis de valider certaines stratégies numériques dans la thèse d'Ophélie Safont (Thèse Cifre avec Nexter-Munition).

Ces résultats fondamentaux trouvent leurs applications dans les études qui vont suivre : la validation de codes numériques plus élaborés, l'adaptation d'un code de simulation directe des ondes d'explosion (« METAS »), et le traitement de certains aspects de la simulation de la dynamique des tubes d'armes.

Mesurer et calculer les ondes créées par une explosion au-dessus d'une plaque posée sur de l'eau constitua le sujet de la thèse de Grégory Girault (2006). Pour le chargement de la plaque, Grégory Girault reprit les formules de pression déduites des expérimentations de Brossard et al. (1995) et, vérifia, de manière très claire, la justesse du modèle linéaire de la plaque. Plus récemment, nous avons introduit la simulation directe de l'explosion pour déterminer la pression avec le code numérique METAS développé par Mame William-Louis, voir Benselama et al. (2009).

J'aborde ensuite une étude liée plus étroitement à une problématique industrielle : il s'agit de la *dynamique des tubes d'armes*, et plus particulièrement pendant la phase dite de « balistique intérieure », pendant laquelle le projectile se déplace dans le tube. Malgré la parenté directe de cette étude avec la recherche industrielle, on se rend compte que la brièveté des phénomènes observés permet de les isoler du reste du système et de les étudier dans le cadre d'hypothèses scientifiques rigoureuses. Du point de vue scientifique, l'étude des tubes d'armes relève donc aussi de la dynamique rapide, mais en incluant des aspects non-linéaires, liés aux contacts ou à la plastification et l'endommagement des matériaux. Il faut modéliser le contact entre solides par des algorithmes spécifiques (méthode des pénalités par exemple) ; il faut savoir appliquer numériquement la pression du gaz qui pousse le projectile ; il faut modéliser les mouvements instationnaires du projectile et du tube. La trajectoire d'un projectile qui dure quelques millisecondes dans un tube de deux mètres de longueur, demande sept heures de calcul au moins. A partir des contraintes calculées, il faut en déduire une limite de *fatigue* de la structure (si elle atteint un seuil d'endommagement). Il faut vérifier, aussi, que les calculs ne sont pas contredits par les mesures expérimentales de déformations, de déplacements, ou de pression. Cette étude a fait l'objet de la thèse d'Ophélie Safont (2011).

Plan du mémoire

Ce mémoire présente les activités de recherche auxquelles j'ai participé au sein du laboratoire PRISME, équipe Dynamique des Matériaux et des Structures.

Le mémoire se compose de trois parties :

La **première partie** est dédiée à la *dynamique des structures*. Je présenterai d'abord dans les chapitres 3 et 5, les calculs analytiques basés sur la méthode des transformées (Fourier et Laplace), ou la synthèse modale, qui ont permis d'obtenir les solutions temporelles des EDP des poutres sur lesquelles s'appliquent des forces en mouvement. Dans le chapitre 4, on trouvera certaines réflexions

sur le lien entre cette réponse transitoire et la réponse stationnaire. Les études analytiques contribuent à la compréhension de la réponse en flexion des structures réelles parcourues à grandes vitesses. De plus, les solutions stationnaires qui émergent du mouvement transitoire constituent des solutions de référence pour les calculs numériques. J'aborderai l'étude du comportement au tir des canons (rayés intérieurement) dans le chapitre 6. Ce chapitre comprend d'abord une étude expérimentale ayant permis de quantifier le « gonflement » du tube accompagnant le projectile. La simulation tridimensionnelle (code LS-DYNA) incluant la géométrie et les pressions balistiques propulsant le projectile permet d'identifier les zones les plus contraintes dans ce régime de sollicitations hautement dynamique. Le gonflement du tube est très bien reproduit par le calcul. Lorsque la combinaison des contraintes circonférentielles et des contraintes tangentiels dues au couple de déviation (causé par la rotation imposée par les rayures) est maximale, les contraintes extrêmes et l'endommagement apparaissent dans le fond des rayures. Les contraintes obtenues dans ces zones critiques du tube sont ensuite intégrées à un calcul de durée de vie permettant de fixer une limite en terme de nombre de coups tirés. Une autre volet de l'étude est l'identification des mouvements « vibratoires » du projectile pendant la phase de balistique intérieure qui vont influencer sur la dispersion des conditions initiales de vol du projectile. Cette problématique concerne une thèse en cours, basée sur la simulation, et surtout, sur la mesure *in-situ* des accélérations transversales et leur transmission par télémétrie par un dispositif en cours de mise au point pour la thèse.

La **deuxième partie** est consacrée à l'*interaction fluide-structure* dans le contexte de la détonique. Je rappellerai d'abord dans le chapitre 8 certains résultats relatifs aux détonations et les montages expérimentaux ayant permis l'étude des couplages solides-fluides. Puis, dans le chapitre 10, je présenterai les solutions analytiques stationnaires obtenues pour un système plaque - liquide, obtenues avec les transformées complexes. Enfin, le problème qui vient d'être traité dans un régime stationnaire va être étudié numériquement dans le régime transitoire au chapitre 11, en faisant intervenir le code de détonique METAS (développé à l'université de Valenciennes) couplé à un schéma numérique mis au point par nous-mêmes, et décrivant correctement les ondes sur la structure pendant la durée de la réflexion de l'onde de choc sur la plaque.

La **troisième partie** est consacrée à l'*étude des impacts non pénétrants sur le thorax*. Un des objectifs scientifiques majeurs de ces recherches est d'améliorer la compréhension des mécanismes lésionnels découlant de l'interaction entre un projectile non pénétrant et une structure biologique. Le substitut du corps humain considéré dans cette recherche est le modèle porcin (appelé aussi Réacteur Biologique) et la modélisation numérique. Après l'impact sur la cage thoracique, le risque de lésions vitales est maximum si l'énergie du projectile demeure suffisamment élevée après la fracturation des côtes. En effet, la structure devient fragilisée et peut même être traversée si la réserve d'*impulsion* de l'impacteur est encore trop grande. Grâce aux moyens de *caractérisation dynamique des matériaux* (barres de Hopkinson), de *caractérisation des structures* (test de fracturation dynamique des os, mesures des forces d'impact des projectiles, mesure de la réponse de la paroi thoracique, imagerie rapide, corrélation d'images), l'impulsion a pu être mesurée et corrélée aux propriétés des matériaux et des paramètres balistiques des impacteurs mis au point pour les expériences. L'impulsion est l'intégrale temporelle de la force de contact : ce résultat permet donc de quantifier expérimentalement l'interaction projectile/paroi thoracique. Le principal résultat est que la fracturation osseuse a pu être expérimentalement reliée à la quantité de mouvement du projectile *ou* à l'impulsion transmise lors de l'impact. La finalité de ces travaux menés en partenariat avec différentes structures de recherche et industrielles est de comprendre

les mécanismes lésionnels mis en jeu, de proposer des critères de blessures et finalement d'établir des références normatives qui permettraient une évaluation objective et pertinente du potentiel lésionnel des impacteurs.

Partie I

Dynamique des structures

Introduction à la partie I

Le thème abordé dans cette première partie est celui de la dynamique des structures, mais plus particulièrement, de la réponse de structures élancées telles que les poutres ou les tubes.

Les premiers travaux présentés sont plutôt académiques : réponse des poutres à une force ou à une masse en mouvement. Les solutions sont recherchées sous forme analytiques, ou semi-analytiques.

Les résultats ont servi de base dans l'étude qui va suivre (chapitre 6) concernant la dynamique des tubes d'armes en vue de quantifier leur « durée de vie ». L'étude de la durée de vie a fait l'objet de la thèse CIFRE de Ophélie Safont, soutenue le 15 décembre 2011, sous le titre : *Dimensionnement de tubes en conditions dynamiques*. Cette étude sera présentée aux chapitres 6 et 7, en reprenant, pour plus de concision, l'article publié à ce sujet : Chevalier et al. (2014).

Un autre travail est en cours, il fait l'objet de la thèse de Mathilda Liennard (soutenance prévue en octobre 2015). Le but de ce travail est de déterminer quels sont les facteurs les plus influents sur les mouvements de « ballotement » du projectile pendant la phase de balistique intérieure. Le but ultime est de maîtriser le phénomène de dispersion du tir. Le problème de la dispersion sera, quant à lui, abordé plutôt en termes de perspectives car il est actuellement en cours d'étude.

Bien que le sujet concernant les poutres soit classique, il demeure, du point de vue mathématique, un sujet de recherche, en raison du « comportement » mathématique des équations aux dérivées partielles (ou EDP) de la théorie des poutres. Dans le chapitre 3 nous présentons la solution analytique obtenue lorsque une force f_0 constante et mobile est appliquée à l'instant 0. Une spécificité des chargements mobiles réside dans leur capacité à créer un régime vibratoire établi si certaines conditions sont réunies : cet aspect sera examiné au chapitre 4.

Lorsque le chargement de la poutre résulte de son couplage avec une masse en mouvement, une stratégie numérique doit être mise en place : celle-ci est présentée dans le chapitre 5.

Chapitre 3

Réponse des poutres à des charges en mouvement

3.1 Introduction

Préliminaire

Le thème abordé dans cette première partie est celui de la dynamique des structures, mais plus particulièrement, de la réponse de structures élancées telles que les poutres ou les tubes.

Les premiers travaux présentés sont plutôt académiques : réponse des poutres à une force ou à une masse en mouvement. Les solutions sont recherchées sous forme analytiques, ou semi-analytiques.

Bien que le sujet concernant les poutres soit classique, il demeure, du point de vue mathématique, un sujet de recherche, en raison du « comportement » mathématique des équations aux dérivées partielles (ou EDP) de la théorie des poutres. Dans le chapitre 3 nous présentons la solution analytique obtenue lorsque une force f_0 constante et mobile est appliquée à l'instant 0. Une spécificité des chargements mobiles réside dans leur capacité à créer un régime vibratoire établi si certaines conditions sont réunies : cet aspect sera examiné au chapitre 4.

Lorsque le chargement de la poutre résulte de son couplage avec une masse en mouvement, une stratégie numérique doit être mise en place : celle-ci est présentée dans le chapitre 5.

Problématique de la partie I

Déterminer la réponse des structures à des chargements à la fois variables et mobiles est un problème d'une grande importance pratique. Les nombreuses applications se trouvent dans les domaines du génie civil couplé à celui des transports (ponts traversés par des véhicules, trains à grandes vitesses, pistes flottantes, etc...), de la conception des machines d'usinage, mais aussi, de la dynamique des tubes d'armes, ou encore de la réponse des structures parcourues par des ondes de choc. C'est pour cette raison que le problème des chargements mobiles est à l'origine de nombreux travaux théoriques.

Comme le rappelle Lee (1998), depuis les travaux de Stokes en 1849, de nombreux articles ont été publiés sur ce sujet ; on peut en trouver une synthèse dans l'article de Pesterev et al. (2001). La structure étudiée est une poutre, généralement avec les hypothèses de Euler-Bernoulli, ou avec celles de Timoshenko. On distingue trois approches pour exprimer le chargement sur la poutre : **(i)** il est constitué par une force constante, se déplaçant à vitesse constante ; **(ii)** il est créé par la force couplant

un oscillateur en mouvement avec la poutre ; **(iii)** il est constitué par une masse se déplaçant à la vitesse $v(t)$ sur la poutre.

La description de la poutre est schématisée dans la Fig. 3.1, avec : x la coordonnée longitudinale de l'axe de la poutre non déformée, $w(x, t)$ le déplacement de translation dans le plan du chargement. La rotation de la section droite, ψ , est égale à $\partial w / \partial x$ dans le cadre des hypothèses de Bernoulli. Cela n'est plus le cas sous les hypothèses de Timoshenko, qui imposent de résoudre deux EDP couplées pour obtenir w et ψ .

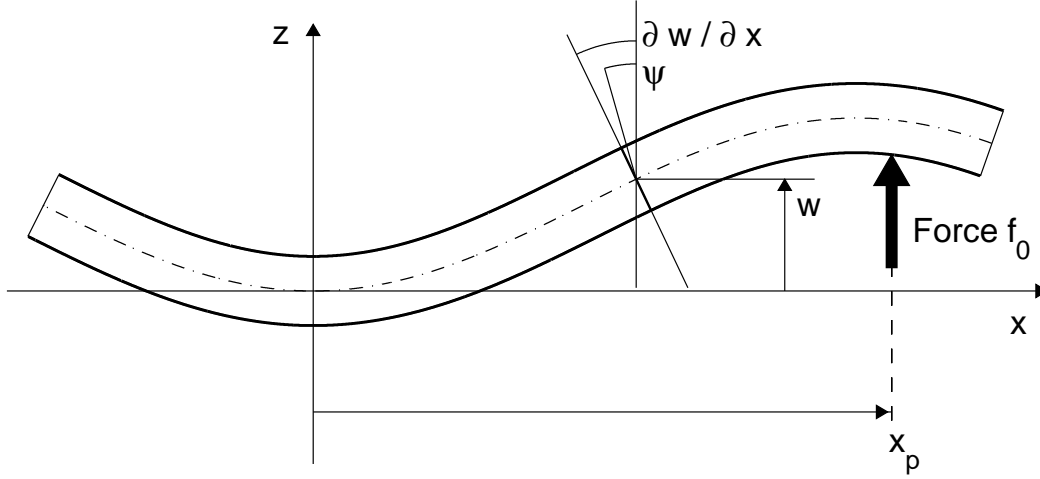


Figure 3.1 – Description de la poutre à l'instant t .

Le cas **(i)** ne comporte pas de couplage : la solution est issue de la résolution des EDP de la poutre avec l'excitation $f_0 \delta(x - x_p(t))$; δ est la distribution de Dirac¹ et $x_p(t)$ la position de la force f_0 à l'instant t . Bien que conceptuellement le plus simple, ce problème est intéressant car il est possible d'en trouver une solution analytique, soit *stationnaire*, soit *transitoire*, en appliquant des méthodes diverses. La résolution que nous avons effectuée avec la méthode des transformées est présentée à la section 4.3.

Dans le cas **(ii)**, la masse m est reliée à la poutre par un ressort (raideur k) et un amortisseur (constante c) ; dans ce cas, la force de contact, action de la masse sur la poutre s'écrit :

$$f_k = \left\{ mg + k[z(t) - w(x_p, t)] + c \left[\frac{dz}{dt} - \frac{\partial w}{\partial t} \right] \right\} \delta(x - x_p) \quad (3.1)$$

avec $z(t)$ le déplacement de la masse m , solution de :

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -k [z(t) - w(x_p, t)] - c \left[\frac{dz}{dt} - \frac{\partial w}{\partial t} \right]_{x=x_p} \quad (3.2)$$

Ce cas a été abordé dans l'article déjà cité (Lambert et al. 2008) auquel on pourra se référer pour plus de détails sur les résultats et les valeurs numériques des paramètres utilisés.

Dans le cas **(iii)**, la force de contact f contient des termes d'inertie traduisant l'interaction entre la structure et la masse : force centrifuge, de Coriolis, terme dépendant de t par la loi de vitesse $v(t)$,

1. $\delta(x - vt) = 1$ si $x = vt$, $\delta(x - vt) = 0$ sinon.

(supposée ici ne dépendre que du temps) :

$$f = m \left[g - \frac{d^2 w_t}{dt^2} \right]_{x=x_p} \quad (3.3)$$

$$= m \left[g - \frac{\partial^2 w_t}{\partial t^2} - 2v \frac{\partial^2 w_t}{\partial t \partial x} - v^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{dv}{dt} \frac{\partial w}{\partial x} \right]_{x_p} \quad (3.4)$$

où w_t est le déplacement transverse de la poutre et g l'accélération de la pesanteur. Avec une déformée initiale $w_0(x)$ de la poutre on a : $w_t(x, t) = w(x, t) + w_0(x)$, ce qui conduit à ² :

$$f = m \left[g - v^2 w_0'' - \dot{v} w_0' \right]_{x_p} - m \left[\ddot{w} - 2v \dot{w}' - v^2 w'' - \dot{v} w' \right]_{x_p} \quad (3.5)$$

La solution de ce problème est très intéressante car elle permet d'évaluer rapidement l'influence des paramètres suivants : loi de vitesse $v(t)$, flexibilité de la structure, rapport entre la masse mobile et celle de la structure, influence de la « rectitude » par les termes en $w_0(x)$. La résolution est difficile mais peut s'appuyer sur certaines approximations qui sont exposées, notamment, dans l'ouvrage de Frýba (1999). Parmi les méthodes de résolutions suivies, on peut citer : le calcul par éléments finis, le développement en série de modes propres, la formulation des EDP sous forme intégral-différentielles (à l'aide de fonctions de Green) puis leur résolutions numériques. Des références supplémentaires peuvent être trouvées Lambert et al. (2008).

L'expression (3.5) montre que f est constante seulement si tous les autres termes sont négligeables devant mg . Tel n'est pas le cas si l'on étudie la dynamique des tubes d'armes, car la vitesse v , l'accélération \dot{v} , notamment, prennent des valeurs très élevées, lesquelles amplifient significativement les effets géométriques (courbure w'' et pente w'). Nous avons étudié la réponse des poutres à ce type de chargement couplé en appliquant une méthode de résolution approchée par synthèse modale. La base modale était celle de la poutre seule. Il existe cependant des approches plus précises, qui incluent la position instantanée de la masse m pour déterminer une base modale à partir de laquelle la résolution est effectuée ; voir à ce sujet l'article de Siddiqui et al. (2000). Mais la difficulté de la résolution et le coût en terme de temps de calcul nous a fait adopter la synthèse modale simplifiée (connue en anglais sous le nom de « *assumed modes method* », Lee (1998)), en tant que modèle d'approche simplifiée de la dynamique des tubes en flexion (thèse de Matilda LIENNARD en cours). Ceci se justifie d'autant plus, parce que les résultats de la méthode améliorée restent voisins de ceux de la méthode modale simplifiée pour la gamme des paramètres considérés.

Le présent chapitre est consacré à la résolution des EDP des poutres, lorsque le chargement est du type charge f_0 à vitesse constante, ou masse m à vitesse variable. Ces solutions constituent des bases analytiques (pour le chargement f_0) ou semi-analytiques (pour le couplage avec la masse), avant d'aborder l'étude numérique et expérimentale de la dynamique des tubes d'armes sous des chargements très rapides au chapitre 6.

- On présentera ici les résultats purement analytiques concernant les poutres d'Euler-Bernoulli et de Timoshenko. Dans ces deux cas, les structures sont infinies. La résolution analytique peut être vue étudiée en détail dans : *The Response of Infinite Strings and Beams to an Initially Applied Moving Force : Analytical Solution*, ASME J. of Vibrations and Acoustics, A. Langlet, O. Safont, J. Renard, 2012.

2. On peut alléger les notations en notant : $\dot{(\cdot)} = \partial/\partial t$, $\ddot{(\cdot)} = \partial^2/\partial t^2$, $(\cdot)' = \partial/\partial x$, $(\cdot)'' = \partial^2/\partial x^2$, $(\dot{\cdot})' = \partial^2/\partial x \partial t$.

• Ensuite, on examinera brièvement la solution stationnaire des EDP traitées précédemment en régime transitoire. En effet, la rapidité des chargements appliqués sur les structures dans nos applications donne aux *solutions stationnaires* une pertinence toute particulière pour la compréhension des premiers instants de la réponse dynamique de ces structures. En toute rigueur, une solution purement stationnaire ne peut être obtenue que si certaines conditions sont réunies (charge constante, se déplaçant à vitesse constante, propriétés uniformes de la structure, etc.).

• Enfin, on présentera l'étude du couplage avec la masse. Ici, le but était de mettre en place un outil fiable et rapide pour obtenir la réponse de la poutre avec ce couplage. La méthode de calcul est basée sur les travaux publiés par To (1981), Hou et Tsen (1996), dans des articles remarquablement bien documentés. Aussi, notre contribution sur ce point est assez restreinte. La présentation sera donc centrée sur les applications de ce calcul aux problèmes que nous avons traités.

3.2 Réponse transitoire des poutres d'Euler-Bernoulli à une force f_0

On étudie le mouvement d'une poutre droite s'étendant à l'infini, de part-et-d'autre de $x = 0$. A l'instant $t = 0$, une force f_0 est appliquée en $x = 0$ puis se déplace à la vitesse v vers la droite ($x > 0$).

Généralement, les poutres sont considérées liées à des appuis, et donc soumises à des conditions aux limites. L'hypothèse qu'il n'existe pas de conditions aux limites peut s'appliquer si l'on étudie un phénomène où les ondes n'ont pas encore atteint les limites de la structure. Dans le cas des poutres infinies, l'absence de conditions aux limites a été très souvent introduite dans la formulation de solutions stationnaires, voir par exemple l'article de Felszeghi (1996).

Sous les hypothèses de Euler-Bernoulli (théorie classique de la flexion), l'équation du mouvement de flexion s'écrit :

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{E}{\rho} \frac{I}{A} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = q(x, t) \quad (3.6)$$

où : E et ρ sont respectivement le module d'Young et la masse volumique de la poutre ; A et I sont respectivement l'aire de la section droite et le moment d'inertie en flexion. Enfin, $q(x, t)$ représente le chargement, qui, du point de vue dimensionnel, est homogène à une force par unité de longueur. La relation (3.6) fait apparaître les rapports c^2 et r_0^2 :

$$c^2 = \frac{E}{\rho} \quad (3.7)$$

$$r_0^2 = \frac{I}{A} \quad (3.8)$$

c est la célérité des ondes longitudinales dans la poutre et r_0 est le rayon de gyration.

Comme le chargement est une force f_0 constante qui commence à se déplacer à l'instant $t = 0$ depuis l'abscisse $x = 0$, l'expression adaptée pour la fonction $q(x, t)$ est la suivante :

$$q(x, t) = f_0 H(t) \delta(x - vt) \quad (3.9)$$

H désigne la fonction de Heaviside : $H(t) = 0$ si $t \leq 0$, $H(t) = 1$ si $t > 0$. La formulation des charges mobiles ponctuelles, qui apparaissent à partir d'un certain instant, fait intervenir la distribution de Dirac δ et la fonction H , lesquelles sont « manipulables » par le calcul formel.

En choisissant le rayon de gyration $r_0 = \sqrt{I/A}$ comme longueur caractéristique et comme temps caractéristique la durée $t_0 = r_0/c$, nous définissons les variables sans dimensions (écrites en capitales) :

$$X = x/r_0 \quad W = w/r_0 \quad T = t/t_0 \quad Q = qr_0/(\rho c^2 A) \quad (3.10)$$

Introduisant ces variables dans (3.6), on obtient l'équation adimensionnelle du mouvement :

$$\frac{\partial^2 W}{\partial T^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial X^4} = F_0 H(T) \delta(X - VT) \quad (3.11)$$

Dans ce qui suit, nous définissons la *transformée de Fourier intégrale* \mathcal{F} , comme la transformation $\mathcal{F}(f) = \overset{+}{f}$ portant sur la dépendance spatiale d'une fonction f , telle que :

$$\overset{+}{f}(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{i\xi x} dx \quad (3.12)$$

où ξ est un nombre réel, qui a la dimension de l'inverse d'une longueur si x est une longueur et i est le nombre complexe de module 1 et d'argument $\pi/2$.

La transformée inverse est définie par :

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \overset{+}{f}(\xi) e^{-i\xi x} d\xi \quad (3.13)$$

Remarque : si il y a des dérivées :

$$\mathcal{F}(\partial f / \partial x) = -i\xi \mathcal{F}(f) = -i\xi \overset{+}{f} \quad (3.14)$$

$$\mathcal{F}(\partial^2 f / \partial x^2) = i^2 \xi^2 \mathcal{F}(f) = -\xi^2 \overset{+}{f} \quad (3.15)$$

Appliquant la transformée de Fourier définie par (3.12), puis la transformée de Laplace ($\mathcal{L}(\overset{+}{W})$ est la transformée de Laplace de $\overset{+}{W}$), on a :

$$\frac{\partial^2 \overset{+}{W}}{\partial T^2} + \xi^4 \overset{+}{W} = F_0 H(T) \frac{e^{iVT\xi}}{2\pi} \quad (3.16)$$

$$s^2 \mathcal{L}(\overset{+}{W}) + \xi^4 \mathcal{L}(\overset{+}{W}) = \frac{F_0}{2\pi} \frac{1}{s - iV\xi} \quad (3.17)$$

Pour obtenir la fonction recherchée, le déplacement $W(X, T)$ en espace et temps, la technique est d'abord de développer $\mathcal{L}(\overset{+}{W})$ en « éléments simples », ce qui conduit à :

$$\overset{+}{W}(\xi, T) = \frac{F_0}{2\pi} \frac{1}{\xi^2(\xi^2 - V^2)} \left(\frac{1}{s - iV\xi} - \frac{s + iV\xi}{s^2 + \xi^4} \right) \quad (3.18)$$

et, ensuite, on applique la transformée de Fourier inverse définie par (3.13), ce qui conduit à :

$$W(X, T) = \frac{F_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i(X-VT)\xi}}{\xi^2(\xi^2 - V^2)} d\xi + \frac{F_0}{2\pi V^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{\xi^2} - \frac{1}{\xi^2 - V^2} \right) \left(\cos \xi^2 T + i \frac{V}{\xi} \sin \xi^2 T \right) e^{-iX\xi} d\xi \quad (3.19)$$

La première intégrale de (3.19) est notée $\tilde{W}(Y)$; en effectuant, là aussi, un développement en éléments simples, on peut obtenir l'expression analytique de \tilde{W} :

$$\tilde{W}(Y) = \frac{F_0}{2V^2} Y \operatorname{Sgn}(Y) - \frac{F_0}{2V^3} \sin(VY) \operatorname{Sgn}(Y) \quad (3.20)$$

où $\text{Sgn}(Y)$ donne le signe de $Y = X - VT$. La seconde intégrale de (3.19) contient la partie transitoire du mouvement, que nous notons $\tilde{\tilde{W}}(X, T)$. On a donc :

$$W(X, T) = \tilde{W}(X, T) + \tilde{\tilde{W}}(X, T) \quad (3.21)$$

Une décomposition de l'intégrand de $\tilde{\tilde{W}}(X, T)$ en éléments simples (encore une fois !) permet de montrer que $\tilde{\tilde{W}}(X, T)$ est la somme de 5 intégrales faisant apparaître les intégrales de Fresnel $C(X)$ et $S(X)$ ³. Pour ne pas alourdir la présentation, le résultat complet obtenu (après de longs développements et vérifications) pour le déplacement $W(X, T)$ est présenté directement :

$$\begin{aligned} W(X, T) = & \frac{F_0}{2V^3} \text{Sgn}(Y) (VY - \sin VY) \\ & - \frac{F_0}{2V^2} (X - 2VT) \left[C\left(\frac{X}{\sqrt{2\pi T}}\right) + S\left(\frac{X}{\sqrt{2\pi T}}\right) \right] \\ & + \frac{F_0}{2V^3} \left[C\left(\frac{X}{\sqrt{2\pi T}}\right) - S\left(\frac{X}{\sqrt{2\pi T}}\right) \right] \\ & + \frac{F_0}{2V^3} \cos(VY) \left[S\left(\frac{X - 2VT}{\sqrt{2\pi T}}\right) - C\left(\frac{X - 2VT}{\sqrt{2\pi T}}\right) \right] \\ & + \frac{F_0}{2V^3} \sin(VY) \left[S\left(\frac{X - 2VT}{\sqrt{2\pi T}}\right) + C\left(\frac{X - 2VT}{\sqrt{2\pi T}}\right) \right] \\ & + \frac{F_0}{2V^2} \sqrt{\frac{2T}{\pi}} \left(\sin \frac{X^2}{4T} - \cos \frac{X^2}{4T} \right) \\ & - \frac{F_0}{2V} \int_0^X u \left[C\left(\frac{u}{\sqrt{2\pi T}}\right) - S\left(\frac{u}{\sqrt{2\pi T}}\right) \right] du \end{aligned} \quad (3.22)$$

Le tracé de cette fonction est présenté dans la Fig. 3.3, en même temps que celui obtenu pour les poutres de Timoshenko.

Evolution du déplacement près de l'origine $X = 0$

Etudions maintenant le déplacement (3.22) au voisinage de l'origine $X = 0$, où F_0 a été initialement appliquée.

Pour de très grandes valeurs de T , et pour des valeurs finies de X (inférieures à VT), l'expression de $W(X, T)$ peut être approchée par :

$$\begin{aligned} W(X, T) \simeq & -\frac{F_0}{2V^2} \left\{ (X - VT) + (X - 2VT) \left[C\left(\frac{X}{\sqrt{2\pi T}}\right) + S\left(\frac{X}{\sqrt{2\pi T}}\right) \right] \right\} \\ & + \frac{F_0}{2V^2} \sqrt{\frac{2T}{\pi}} \left(\sin \frac{X^2}{4T} - \cos \frac{X^2}{4T} \right) \\ & - \frac{F_0}{2V} \int_0^X u \left[C\left(\frac{u}{\sqrt{2\pi T}}\right) - S\left(\frac{u}{\sqrt{2\pi T}}\right) \right] du \end{aligned} \quad (3.23)$$

L'expression (3.23) est une très bonne approximation de la relation (3.22). Si on trace les valeurs de la fonction (3.23), la courbe obtenue est quasiment superposée à celle du déplacement (3.22) lorsque X est proche de zéro. Dans cette zone, le déplacement augmente continuellement avec le temps.

³. $C(X) = \int_0^X \cos(\pi t^2/2) dt$ et $S(X) = \int_0^X \sin(\pi t^2/2) dt$ Ces intégrales peuvent être évaluées numériquement, voir : Abramowitz et Stegun (1972) ou <http://people.math.sfu.ca/>, par exemple.

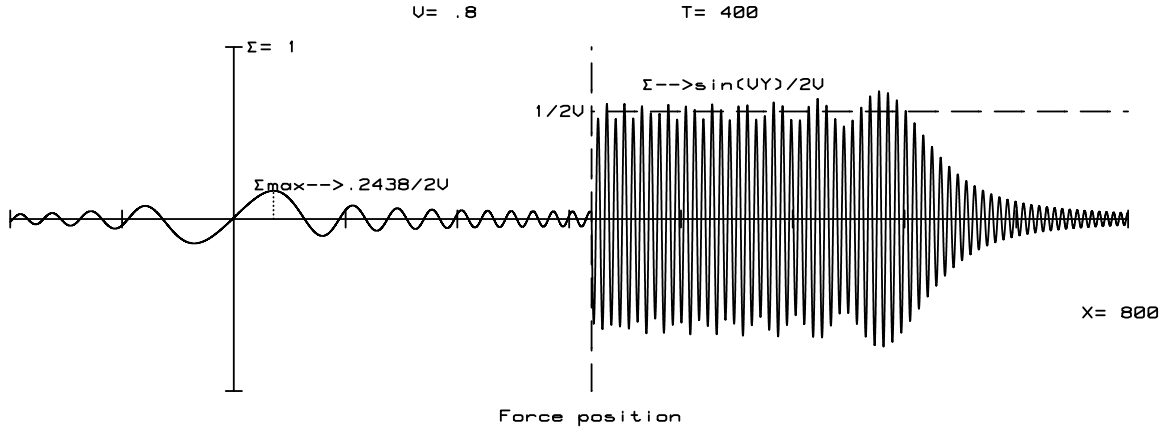


Figure 3.2 – *Allure typique des contraintes de flexion dans la poutre d'Euler-Bernoulli.*

Réponse en terme de contraintes

Avec les grandeurs sans dimension, la contrainte de flexion sur la fibre supérieure de la poutre s'écrit :

$$\Sigma_m = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial X^2} \quad (3.24)$$

A partir de l'expression (3.22), on peut donc obtenir la contrainte (3.24). On peut remarquer que, contrairement au déplacement $W(X, T)$ qui augmente indéfiniment, la contrainte est bornée. Son amplitude varie comme $1/V$.

La contrainte Σ_m est tracée (en fonction de X) dans la Fig. 3.2. Avec la théorie de Bernoulli, cette forme de répartition est indépendant de la vitesse V .

- Au voisinage de F_0 , une analyse similaire à celle effectuée pour le déplacement montre que :

$$\Sigma_m \simeq 0 \quad \text{pour } Y \leq 0 \quad (3.25)$$

$$\Sigma_m \simeq -\frac{F_0}{2V} \sin(VY) \quad \text{pour } Y \geq 0 \quad (3.26)$$

Ce sont des contraintes stationnaires.

- En arrière du chargement, on peut là encore, simplifier l'expression Σ_m en négligeant certains termes. Ceci fait, on obtient :

$$\Sigma_m \simeq \frac{F_0}{4V} \left[C\left(\frac{X}{\sqrt{2\pi T}}\right) - S\left(\frac{X}{\sqrt{2\pi T}}\right) \right] \quad (3.27)$$

La valeur maximale de Σ_m est : $F_0/(4V) [C(\sqrt{2}/2) - S(\sqrt{2}/2)] = F_0/(4V) \times 0,2438$, elle apparaît en $X = \sqrt{\pi T}$. On peut remarquer que le rapport entre les maxima de contraintes qui apparaissent devant et derrière le chargement est d'environ 4, et qu'il est indépendant de la vitesse V .

3.3 Réponse des poutres de Timoshenko à une force constante f_0

Dans le modèle de Timoshenko, on tient compte de la déformation due à l'effort tranchant. Il en résulte que, pour exprimer la contrainte de cisaillement moyenne dans une section, on définit un coefficient correcteur de cisaillement κ . Selon la section étudiée, sa détermination n'est pas aisée, mais on pourra trouver des formules de κ dans Cowper (1966) et Seon et al. (1999).

Pour les applications concernant la dynamique rapide, il est nécessaire d'étudier la réponse des poutres dans toutes les gammes de vitesses envisageables. Ces gammes sont définies par les *vitesses caractéristiques de la poutre*, c_s et c , respectivement : vitesse des ondes de cisaillement, vitesse des ondes longitudinales. Les expressions de ces vitesses caractéristiques sont les suivantes :

$$c = \sqrt{E/\rho} \quad (3.28)$$

$$c_s = \sqrt{\kappa G/\rho} \quad (3.29)$$

où : ν , est le coefficient de Poisson, et $G = E/[2(1 + \nu)]$, le module de cisaillement.

Le rapport c_s/c est noté :

$$\theta = \frac{c_s}{c} = \sqrt{\frac{\kappa}{2(1 + \nu)}} \quad (3.30)$$

Pour illustrer les résultats, les tracés des solutions seront effectués avec $\theta = 0.55$ et $\kappa = 0.86$, ce qui correspond à une section rectangulaire et à une valeur (arbitraire) du coefficient de Poisson égale à 0.4215. Si on prend comme ordre de grandeur $c = 5000 \text{ m/s}$, la vitesse c_s est alors de l'ordre de 2500 m/s .

En introduisant les variables sans dimension déjà définies (3.10), l'équation dynamique des poutres de Timoshenko s'écrit :

$$\frac{\partial^2 W}{\partial T^2} = \theta^2 \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) + F_0 H(T) \delta(X - VT) \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial T^2} = \theta^2 \left(\frac{\partial W}{\partial X} - \Psi \right) + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \quad (3.32)$$

où la rotation Ψ n'est pas affectée par le passage aux variables sans dimension.

Pour trouver le déplacement $W(X, T)$ et la rotation $\Psi(X, T)$, solutions du système (3.31, 3.32), nous avons appliqué la méthode des transformées, déjà présentée pour les poutres d'Euler-Bernoulli. Après application de la transformée de Fourier (3.12), puis de la transformée de Laplace, on obtient un système d'équations dont le polynôme caractéristique une fois factorisé s'écrit : $D(s) = (s^2 + a^2)(s^2 + b^2)$, avec :

$$a^2(\xi) = \frac{1}{2} \left[\xi^2 + \theta^2 + \theta^2 \xi^2 - \sqrt{(\xi^2 + \theta^2 + \theta^2 \xi^2)^2 - 4\theta^2 \xi^4} \right] \quad (3.33)$$

$$b^2(\xi) = \frac{1}{2} \left[\xi^2 + \theta^2 + \theta^2 \xi^2 + \sqrt{(\xi^2 + \theta^2 + \theta^2 \xi^2)^2 - 4\theta^2 \xi^4} \right] \quad (3.34)$$

Puis, on applique aux transformées de Laplace $\mathcal{L}(\overset{+}{W})$ et $\mathcal{L}(\overset{+}{\Psi})$ les développements nécessaires pour pouvoir en trouver les originaux $\overset{+}{W}$ et $\overset{+}{\Psi}$. Cette étape fait apparaître les termes ci-dessous :

$$\begin{aligned} A_W &= \frac{\xi^2(1 - V^2) + \theta^2}{(a^2 - V^2\xi^2)(b^2 - V^2\xi^2)} & C_W &= \frac{iV\xi}{a} B_W & E_W &= \frac{iV\xi}{a} B_W \\ B_W &= \frac{\xi^2 - a^2 + \theta^2}{(a^2 - b^2)(a^2 - V^2\xi^2)} & D_W &= \frac{\xi^2 - b^2 + \theta^2}{(b^2 - a^2)(b^2 - V^2\xi^2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_\Psi &= \frac{-\xi\theta^2}{(a^2 - V^2\xi^2)(b^2 - V^2\xi^2)} & D_\Psi &= \frac{-\xi\theta^2}{(b^2 - a^2)(b^2 - V^2\xi^2)} \\ B_\Psi &= \frac{-\xi\theta^2}{(a^2 - b^2)(a^2 - V^2\xi^2)} \end{aligned}$$

Après encore une étape (où l'on effectue la transformée de Fourier inverse et l'on tient compte de la parité des fonctions...), le déplacement et la rotation s'écrivent sous forme de « transformée de Fourier

cosinus et sinus » :

$$W(X, T) = \frac{F_0}{\pi} \int_0^\infty \overset{+}{W}_e(\xi) \cos \xi X \, d\xi + \frac{F_0}{\pi} \int_0^\infty \overset{+}{W}_o(\xi) \sin \xi X \, d\xi \quad (3.35)$$

$$\Psi(X, T) = \frac{F_0}{\pi} \int_0^\infty \overset{+}{\Psi}_e(\xi) \sin \xi X \, d\xi - \frac{F_0}{\pi} \int_0^\infty \overset{+}{\Psi}_o(\xi) \cos \xi X \, d\xi \quad (3.36)$$

Les indices « e » et « o » désignent respectivement une fonction paire (*even* en anglais) et une fonction impaire (*odd*) :

$$\overset{+}{W}_e(\xi, T) = A_W \cos VT\xi + B_W \cos aT + D_W \cos bT \quad (3.37)$$

$$\overset{+}{W}_o(\xi, T) = A_W \sin VT\xi + V\xi(B_W \frac{1}{a} \sin aT + D_W \frac{1}{a} \sin bT) \quad (3.38)$$

$$\overset{+}{\Psi}_e(\xi, T) = A_\Psi \cos VT\xi + B_\Psi \cos aT + D_\Psi \cos bT \quad (3.39)$$

$$\overset{+}{\Psi}_o(\xi, T) = A_\Psi \sin VT\xi + V\xi(B_\Psi \frac{1}{a} \sin aT + D_\Psi \frac{1}{b} \sin bT) \quad (3.40)$$

La complexité de ces fonctions n'a pas rendu possible l'obtention de l'expression littérale de chaque intégrale (3.35) et (3.36). Toutefois, un calcul numérique de (3.35) et (3.36) est possible. Il faut simplement, au préalable, déterminer les limites des fonctions en deux points particuliers :

$$\begin{aligned} \xi &\rightarrow 0 \\ \xi &\rightarrow V\theta\sqrt{|(V^2 - 1)(V^2 - \theta^2)|} \end{aligned}$$

De plus, les intégrales figurant dans (3.35) et (3.36) sont convergentes si X tend vers l'infini. Pour ces raisons, l'évaluation numérique n'a pas posé de problème (le logiciel Matlab a été utilisé).

Dans la Fig. 3.3, on a tracé le résultat $W(X, T)$ (3.35) de la poutre de Timoshenko et le déplacement (3.22) de la poutre de Bernoulli en trait pointillé.

La vitesse adimensionnelle est $V = 0.4$ (soit $v \simeq 2000 \text{ m/s}$). Cette comparaison montre que derrière la force, les deux résultats sont quasiment confondus. En avant de la force, les vibrations obtenues diffèrent à la fois en fréquence et en étendue.

Pour toutes les vitesses : $0 < V \leq 1$, le déplacement est très voisin de celui d'une poutre de Bernoulli et de nature vibratoire en avant du chargement (avec une amplitude très faible).

Par contre, si $V > 1$, il ne peut y avoir de déplacement devant le chargement.

Connaissant $W(X, T)$ et $\Psi(X, T)$, on peut calculer par dérivation des fonctions, la contrainte de flexion Σ_m sur la fibre supérieure et la contrainte de cisaillement moyenne Γ dans la section droite :

$$\Sigma_m = -\frac{1}{2} \frac{\partial \Psi}{\partial X} \quad (3.41)$$

$$\Gamma = \frac{\theta}{\sqrt{12}} \left(\frac{\partial W}{\partial X} - \Psi \right) \quad (3.42)$$

L'étude de la rotation, ou des contraintes, permet de visualiser plus nettement la dynamique de la poutre (puisque l'on visualise des gradients) dans les différents intervalles de vitesses. Pour cela, on a représenté dans la Fig. 3.4 la contrainte Σ_m pour $V = 0.4$, $V = 0.8$, $V = 1.4$, ce qui correspond respectivement à : $V < \theta$, $\theta < V < 1$, $1 < V$. Si la vitesse v est inférieure à celle des ondes de cisaillement c_s , des vibrations apparaissent devant le chargement. Si $v > c$, aucune perturbation ne peut devancer le chargement. Aux vitesses intermédiaires, $c_s < v < c$ (ou : $\theta < V < 1$), aucune vibration n'existe près du point d'application de la force F_0 ; il apparaît seulement des branches

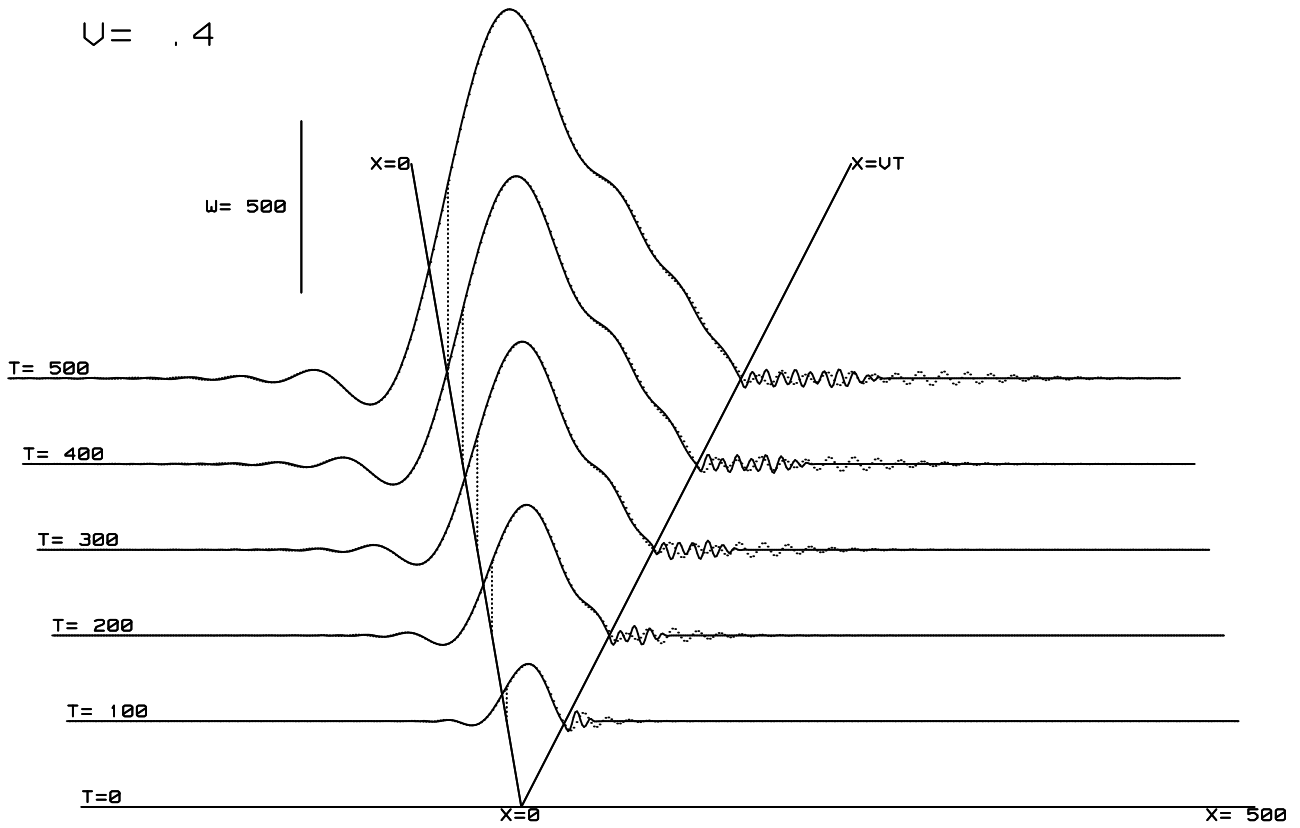


Figure 3.3 – Déplacement transversal des poutres de Timoshenko (trait continu) et de Euler–Bernoulli (trait en pointillés).

exponentielles formant un pic (négatif) à la position où est appliquée F_0 . En arrière du chargement ($X < VT$), les résultats sont si proches de la théorie classique qu'ils ne peuvent pratiquement pas en être distingués. Au voisinage de $X = VT$, par contre, les solutions tendent vers les solutions stationnaires déjà obtenues par Renard et Taazount (2002) (rappelées en partie dans la Fig. 3.4). La Fig. 3.4 résume ainsi, à elle seule, les différentes formes de réponses d'une poutre de Timoshenko à une force en mouvement uniforme : ces formes de réponses sont déterminées par la vitesse v de la force.

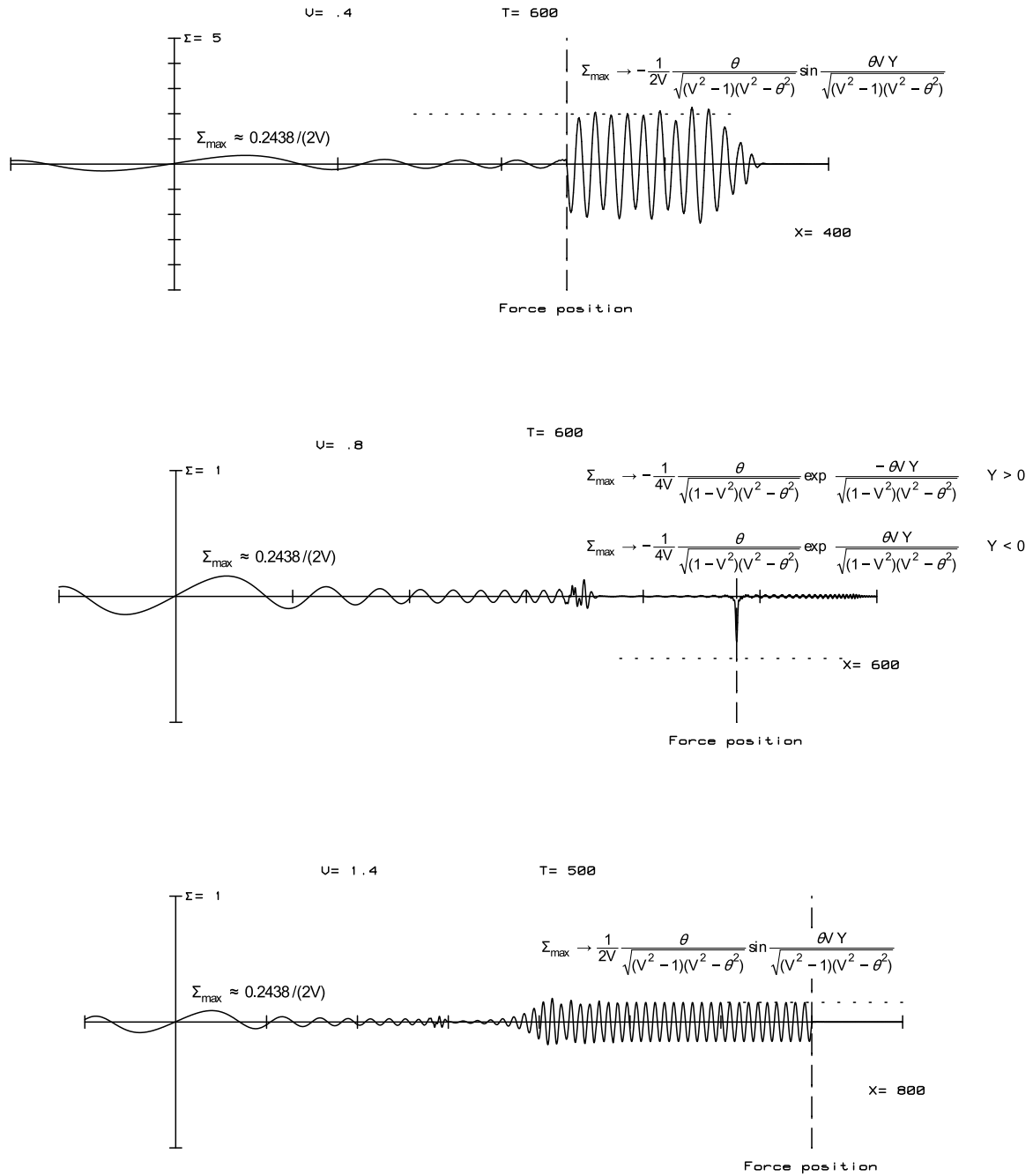


Figure 3.4 – Contraintes de flexion dans la poutre de Timoshenko.

Chapitre 4

Sur la réponse stationnaire

4.1 La réponse stationnaire

Quelles sont les conditions d'existence d'une solution stationnaire du mouvement si un chargement uniforme (par exemple une force constante f_0) se déplace à vitesse v constante sur une structure ?

Une solution est dite stationnaire si elle apparaît figée pour un observateur situé dans le repère lié au chargement ; ce repère est appelé repère relatif. La Fig. 4.1 montre au temps $t = 2$, un exemple de ce repère avec une vitesse $v = 15$.

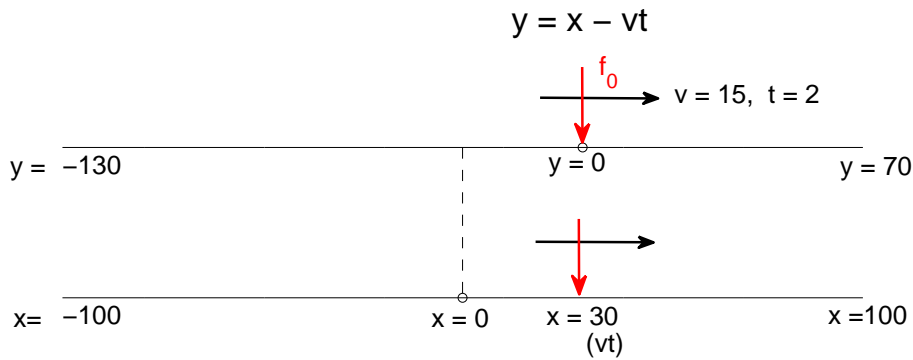


Figure 4.1 – Exemple de repère relatif (coordonnée y).

La coordonnée relative y s'exprime en fonction de la coordonnée absolue x et de l'abscisse instantanée, vt , du chargement f_0 :

$$y = x - vt \quad (4.1)$$

Les dérivées partielles dans le repère absolu, par exemple $\partial/\partial x$ et $\partial/\partial t$, deviennent des dérivées ordinaires dans le repère relatif :

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{d}{dy} \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = -v \frac{d}{dy} \quad (4.3)$$

Pour une structure de dimension finie, la définition d'une solution stationnaire signifie que les déplacements généralisés, ou leurs dérivées premières, demeurent constants au cours du temps. De telles conditions sont généralement possibles seulement s'il s'est écoulé une durée « suffisamment longue » depuis l'application de f_0 , c'est-à-dire suffisante pour que les effets transitoires se soient atténués (très souvent en raison de l'amortissement).

Pour une structure infinie soumise à une charge en mouvement, la définition est quelque peu différente et ne peut s'appliquer à la totalité de la structure. Dans ce contexte, une solution stationnaire est une solution qui apparaît figée si elle observée depuis le repère relatif. Pour un temps de parcours suffisamment long, l'étendue de l'intervalle où le mouvement transitoire tend vers le mouvement stationnaire tend également vers l'infini. Dans cet intervalle, les effets transitoires dus à la mise en mouvement de la structure disparaissent par amortissement géométrique (quel que puisse être l'amortissement matériel). En principe, la partie stationnaire de la solution peut être obtenue à partir de la solution du problème transitoire.

Toutefois, les solutions stationnaires peuvent être recherchées directement en introduisant les conditions de stationnarité dans les équations différentielles du mouvement. Alors, une difficulté nouvelle apparaît pour définir des conditions aux limites que doivent vérifier de telles solutions. Dans un régime de propagation « supersonique » (v est supérieure à la plus grande des célérités d'onde de la structure ou du système fluide-structure), aucune perturbation ne peut devancer le chargement. D'autres considérations, notamment énergétiques ou basées sur l'amortissement, permettent de préciser les solutions stationnaires.

Lorsque l'on s'intéresse aux réponses des structures à des charges en mouvement, on se trouve confronté à la détermination de la réponse stationnaire, soit parce que le chargement fait réellement apparaître ce type de mouvement, soit parce que les mouvements qui se mettent en place font rapidement apparaître une réponse stationnaire.

Ce chapitre est consacré à l'examen des solutions stationnaires qui peuvent se dégager des solutions transitoires. Nous commençons par considérer le cas des « cordes vibrantes ». Ce cas est classiquement traité car il est le modèle des EDP hyperboliques linéaires. On introduit alors généralement des conditions limites et des conditions initiales, puis la résolution peut être faite analytiquement, par exemple par une synthèse modale (Frýba 1999), ou par des schémas numériques (Euvrard 1994). La résolution exposée ici est différente car elle s'applique à une EDP écrite dans le repère relatif et à une corde vibrante de longueur infinie.

Le cas des cordes vibrantes est la réduction du problème bi-dimensionnel traité dans l'article Langlet et al. (2010)¹ auquel nous renvoyons pour plus de détail.

Ensuite, nous présenterons comment le mouvement stationnaire émerge des solutions transitoires des poutres.

Le problème stationnaire *pur* a, quant à lui, déjà été traité par d'autres auteurs, notamment dans les articles de Felszeghi (1996), Renard et Taazount (2002), Frýba (1999). Pour des grandes valeurs du temps (et une grande distance parcourue par le chargement f_0) il est ainsi possible d'interpréter la solution stationnaire grâce à la solution transitoire.

4.2 Mouvement des cordes vibrantes soumises à une force glissante

Dans ce problème, on considère un fil, (ou « corde »), de longueur infinie suivant la direction X , tendu par une force de module N supposée constante, et sur lequel une force f_0 , appliquée en $x = 0$, commence à se déplacer à l'instant $t = 0$ (Fig. 4.2). Avec cet exemple didactique, on peut prendre conscience que la formulation d'une solution stationnaire demande une certaine abstraction.

1. *Analytical stationary acoustic wave in a liquid over which a moving pressure runs*, A. Langlet and J. Renard and O. Penner. Shock and Vibrations, **17**-3, pp. 251-267, 2010.

• **Commençons par la solution transitoire $w(x, t)$**

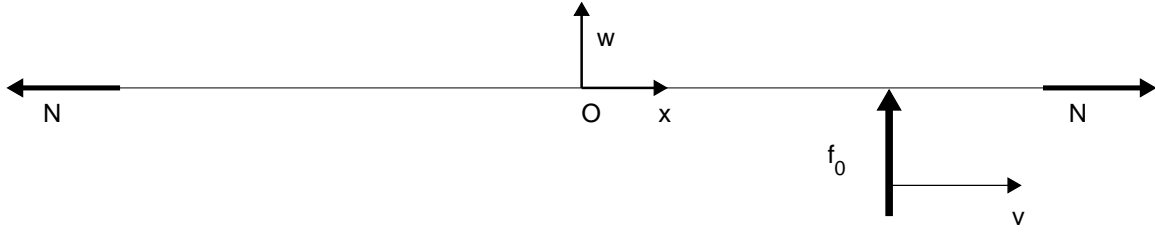


Figure 4.2 – *La corde tendue et son chargement.*

L'équation des cordes vibrantes s'écrit ici :

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{f_0}{\mu} H(t) \delta(x - vt) \quad (4.4)$$

$$c = \sqrt{\frac{N}{\mu}} \quad (4.5)$$

où : $w(x, t)$ est le déplacement du fil dans le plan du chargement, μ est la masse par unité de longueur, f_0 est homogène à une force par unité de longueur. La force N est supposée constante et indépendante de la déformation de la corde, ce qui est admissible lorsque la longueur de celle-ci est très grande. La vitesse de phase des ondes qui se propagent sur la corde est notée c .

La résolution par la méthode des transformées impose de considérer deux cas selon la vitesses v ; pour ces deux cas, les solutions obtenues sont formulées comme suit :

Cas (i), $v \neq c$:

$$w(x, t) = \frac{1}{2\pi} \frac{f_0}{N} \frac{c^2}{c^2 - v^2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\xi(x-vt)} \frac{d\xi}{\xi^2} - \frac{1}{2\pi} \frac{f_0}{N} \frac{c^2}{c^2 - v^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{c+v}{2c} e^{-i\xi(x-ct)} + \frac{c-v}{2c} e^{-i\xi(x+ct)} \right] \frac{d\xi}{\xi^2} \quad (4.6)$$

La première intégrale de (4.6) vérifie la relation générale :

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\xi y} \frac{d\xi}{\xi^2} = \frac{y}{2} [1 - 2H(y)] \quad (4.7)$$

avec $y = x - vt$.

Finalement, si $v \neq c$, la solution $w(x, t)$ de l'équation des cordes vibrantes s'écrit :

$$w(x, t) = \frac{f_0}{2N} \left\{ \frac{c}{c+v} (x+ct) [H(x+ct) - H(x-vt)] - \frac{c}{c-v} (x-ct) [H(x-vt) - H(x-ct)] \right\} \quad (4.8)$$

Cas (ii), $v = c$: la relation donnant le déplacement $w(x, t)$ est la suivante :

$$w(x, t) = \frac{f_0}{N} \frac{x+ct}{4} [H(x+ct) - H(x-ct)] \quad (4.9)$$

Les solutions sont tracées dans la Fig. 4.3.

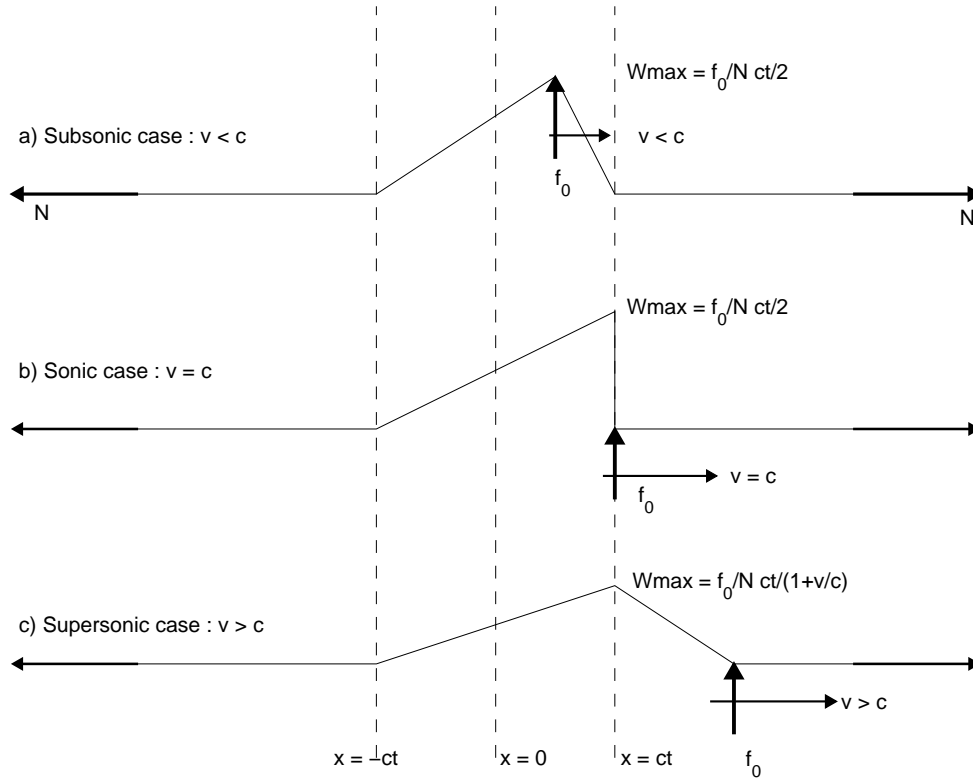


Figure 4.3 – Déplacement transversal sur une corde chargée par une force en mouvement.

• Considérons maintenant le problème stationnaire

En exprimant les dérivées dans le repère relatif avec (4.3) puis en appliquant la transformée de Fourier, l'équation des cordes vibrantes devient :

$$\xi^2(c^2 - v^2) \hat{w} = \frac{1}{2\pi} c^2 \frac{f_0}{N} \quad (4.10)$$

La solution de (4.10) apporte la solution particulière w_p de l'équation des cordes vibrantes (4.4). Cette solution particulière correspond exactement à la première intégrale présente dans l'expression 4.6 de la solution transitoire $w(x, t)$ du cas où $v \neq c$, soit :

$$\begin{aligned} w_p(y) &= \frac{1}{2\pi} \frac{f_0}{N} \frac{c^2}{c^2 - v^2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\xi y} \frac{d\xi}{\xi^2} \\ &= \frac{1}{2\pi} \frac{f_0}{N} \frac{c^2}{c^2 - v^2} \frac{y}{2} [1 - 2H(y)] \end{aligned} \quad (4.11)$$

La solution de l'équation (4.4) sans second membre est de la forme (avec a, b, c , des constantes) :

$$w_0(x, t) = ax + bt + c \quad (4.12)$$

Nous avons déterminé les termes a, b, c , lorsque $v < c$ et $v > c$, d'où les solutions complètes :

$$v < c, \quad w(y) = \frac{f_0}{2N} \frac{c^2}{c^2 - v^2} y [1 - 2H(y)] + \frac{f_0}{2N} \frac{cv}{c^2 - v^2} y + \frac{f_0}{2N} ct \quad (4.13)$$

$$c < v, \quad w(y) = \frac{f_0}{2N} \frac{c^2}{c^2 - v^2} y [1 - 2H(y)] + \frac{f_0}{2N} \frac{c^2}{c^2 - v^2} y \quad (4.14)$$

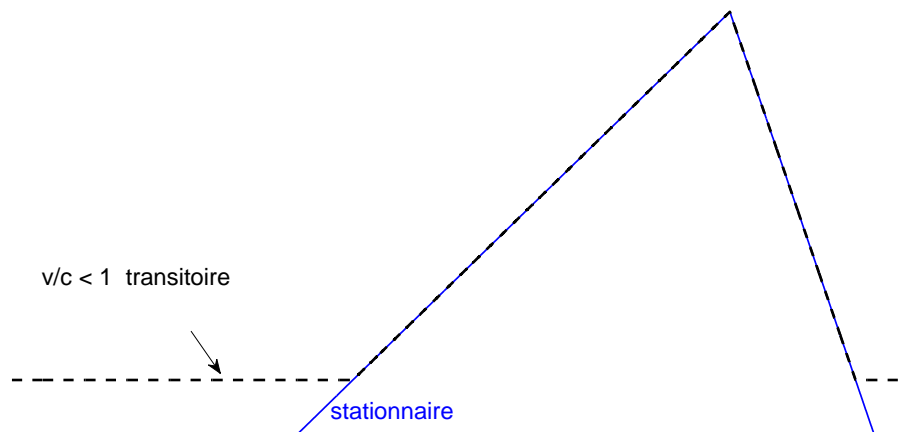


Figure 4.4 – Déformée de la corde vibrante si $v < c$, à un instant donné.

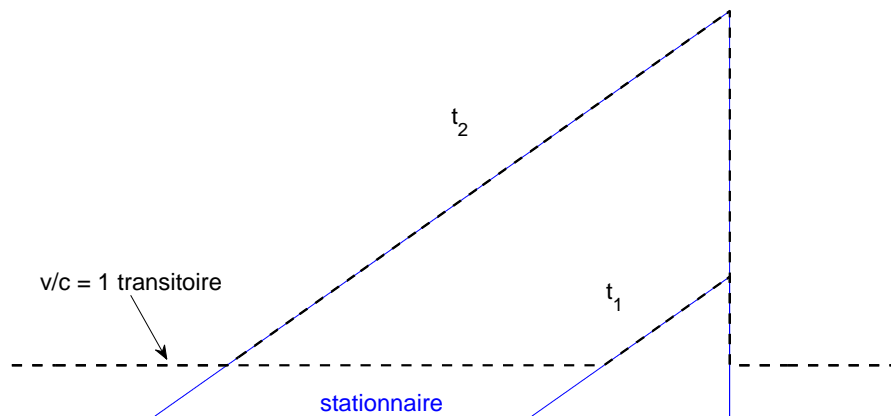


Figure 4.5 – Déformée de la corde vibrante si $v = c$, à deux instants successifs.

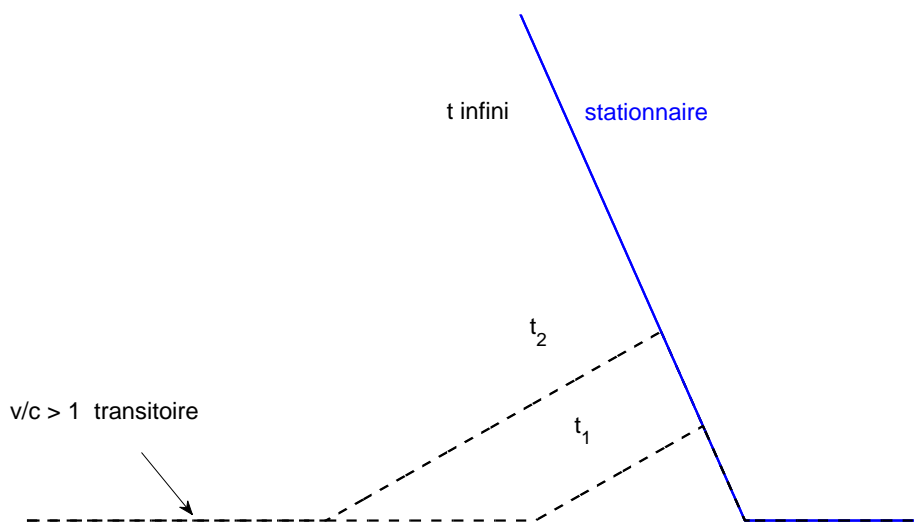


Figure 4.6 – Déformée de la corde vibrante si $v > c$, à deux instants successifs.

Le terme $f_0 ct/(2N)$ est la distance à l'instant t entre la pointe du triangle et sa base. Ce terme exprime

qu'à cet instant, la solution stationnaire *avait* atteint la hauteur $f_0 ct/(2N)$. Pour une valeur t finie, c'est la hauteur atteinte par le déplacement transitoire.

A cet instant *actuel*, la longueur de la base du triangle dépend du rapport v/c , mais elle est au maximum égale à $2ct + vt$. Ainsi, sur cet intervalle, la déformée se superpose à une partie *déjà passée* de la solution stationnaire, comme le montrent les figures 4.4, 4.5 et 4.6.

En effet, la solution stationnaire est, déjà, à tout instant, infinie, car elle est supposée exister depuis toujours.

La solution transitoire ne fait donc que tendre vers cette dernière, à mesure que le temps augmente.

La présence du terme $f_0 ct/(2N)$ dans (4.13) est donc absolument compatible avec une solution stationnaire. Ce terme signifie que la force qui s'applique sur la corde possède le même déplacement transversal, car le chargement et la structure demeurent en contact. L'observateur lié à la force, est en mouvement à vitesse constante (par rapport au repère absolu), de composante v suivant X , et de composante $c f_0/(2N)$ suivant Y .

Situé dans ce repère galiléen, l'observateur voit une déformée de la corde qui demeure figée dans le temps. D'un point de vue physique, le déplacement transversal du point d'application de la force implique que celle-ci crée un travail produisant une déformation croissante de la structure.

En conclusion, la solution stationnaire peut être comprise comme la limite de la solution (4.8) ou (4.9) lorsque le temps tend vers l'infini, c'est-à-dire lorsque le chargement a parcouru une distance vt infinie.

4.3 Relation entre les solutions transitoire et stationnaire dans le cas des poutres

4.3.1 Cas des poutres d'Euler–Bernoulli

La première intégrale $\tilde{W}(Y)$ figurant dans l'expression du déplacement (3.19), explicitée au chapitre 3, est une fonction uniquement de l'abscisse relative Y ; c'est donc une partie de la solution qui représente un mouvement stationnaire :

$$\tilde{W}(Y) = \frac{F_0}{2V^2} Y \operatorname{Sgn}(Y) - \frac{F_0}{2V^3} \sin(VY) \operatorname{Sgn}(Y) \quad (4.15)$$

La seconde intégrale de (3.19) contient la solution transitoire du mouvement : $\tilde{\tilde{W}}$.

On a donc :

$$W(X, T) = \tilde{W}(X, T) + \tilde{\tilde{W}}(X, T)$$

Evolution du déplacement au voisinage de la force F_0

Au voisinage de la force F_0 , c'est-à-dire pour des petites valeurs de la coordonnée Y , on s'aperçoit que si T devient très grand (et donc la distance parcourue X également), le déplacement W tend vers la forme suivante :

$$W_{lim}(Y) = \frac{F_0}{2V^3} [\operatorname{Sgn}(Y)(VY - \sin VY) - (VY + \sin VY)] \quad (4.16)$$

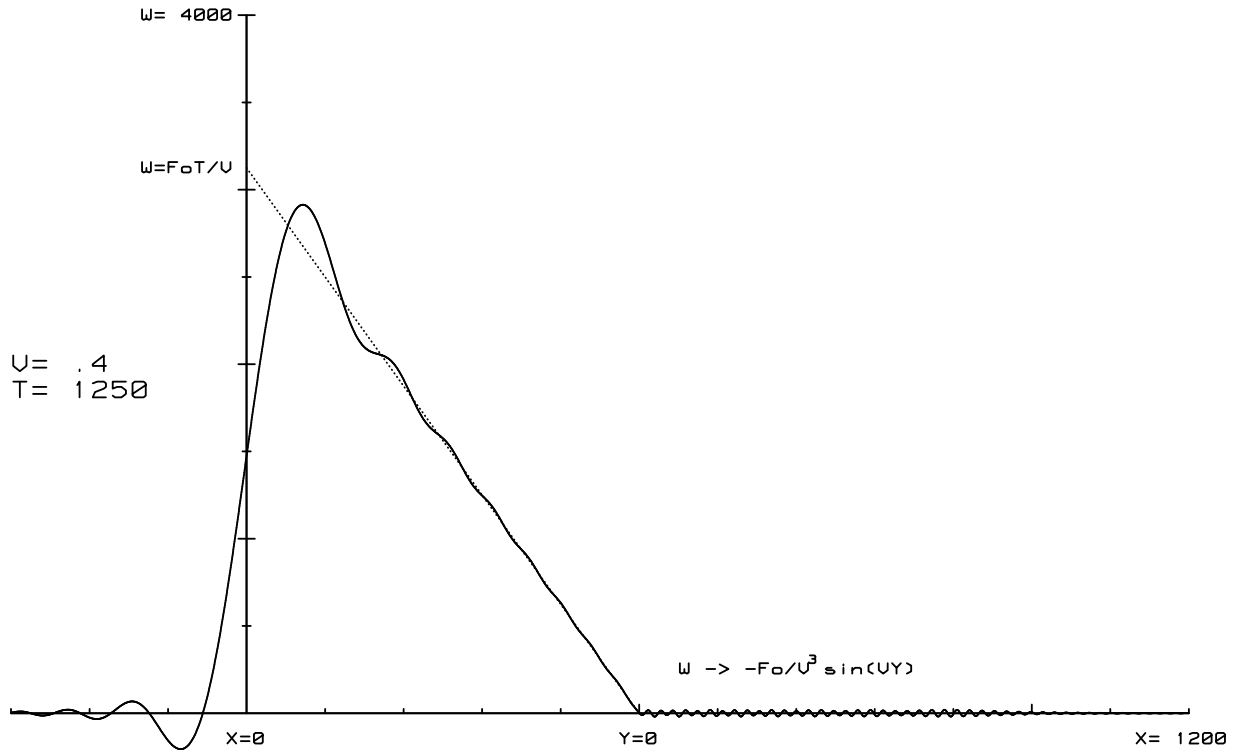


Figure 4.7 – Forme du déplacement W pour des grandes valeurs de temps (poutre de Bernoulli).

En effet : les fonctions C et S sont impaires et ont comme limite à l'infini la valeur $1/2$; de plus, la dernière intégrale qui figure dans l'expression (3.22) de $W(X, T)$ tend vers T si X tend vers l'infini.

De manière plus explicite, la relation (4.16) s'écrit :

$$W_{lim}(Y) = -\frac{F_0}{V^2} Y \quad \text{si } Y \leq 0 \quad (4.17)$$

$$W_{lim}(Y) = -\frac{F_0}{V^3} \sin(VY) \quad \text{si } Y \geq 0 \quad (4.18)$$

Selon (4.17), le déplacement tend vers une fonction linéaire de Y lorsqu'on est arriéré du point d'application de F_0 . En avant de ce point ($Y > 0$), le déplacement tend vers une fonction harmonique de Y , dont l'amplitude décroît proportionnellement à $1/V^3$ et dont la longueur d'onde adimensionnelle vaut : $\Lambda = 2\pi/V$, ou en valeur dimensionnelle : $\lambda = r_0\Lambda$. Si l'on exprime la fréquence associée en valeur dimensionnelle, celle-ci vaut : v/λ .

Le déplacement $W(X, T)$ donné par (3.22) et les relations limites W_{lim} sont représentés dans la Fig. 4.7.

Les expressions limites (4.17) et (4.18) constituent la solution du problème stationnaire. Une vibration se propage vers la « droite », mais son amplitude décroît avec X . Du côté « gauche », X positifs, la courbe du déplacement oscille autour de la droite d'équation $W_{lim}(Y)$ tracée en pointillés. Cette droite coupe l'axe vertical à l'ordonnée $-\frac{F_0}{V^2} \times -VT = F_0T/V$ qui représente une approximation de la flèche maximale de la poutre à un instant donné.

Contraintes au voisinage de F_0

Au voisinage de F_0 , une analyse similaire à celle effectuée pour le déplacement montre pour la contrainte de flexion (sur la fibre supérieure) que :

$$\Sigma_m \simeq 0 \quad \text{pour } Y \leq 0 \quad (4.19)$$

$$\Sigma_m \simeq -\frac{F_0}{2V} \sin VY \quad \text{pour } Y \geq 0 \quad (4.20)$$

Il s'agit de contraintes stationnaires.

Dans les poutres de Bernoulli, un déplacement vibratoire peut théoriquement exister sur une grande étendue devant le chargement, au bout d'un temps suffisamment long, et cela, même si la vitesse v est supérieure la vitesse c des ondes longitudinales. En réalité cette « bizarrerie » apparente est cohérente avec la théorie classique de la flexion, selon laquelle, il n'existe pas de vitesse limite à la propagation des ondes dans la relation de dispersion de la poutre, voir Miklowitz (1980). Ainsi, la vitesse adimensionnelle $V = 1$ (ou $v = c$) n'est pas une vitesse caractéristique pour la poutre d'Euler. Ce comportement qui est physiquement irréaliste, s'explique par le fait que l'inertie de rotation n'est pas incluse dans l'équation du mouvement (3.6) : aucune inertie de rotation s'oppose à la mise en mouvement. La vitesse c aurait été une vitesse caractéristique si l'inertie de rotation ρI avait été introduite dans l'équation du mouvement, comme cela est effectué dans le cadre des hypothèses de Rayleigh. On peut se référer notamment à l'article de Seon et al. (1999) pour la formulation des modèles de poutres.

4.3.2 La réponse stationnaire pure de la poutre d'Euler

Si, comme on l'a fait pour les cordes vibrantes, on applique les conditions de stationarité à l'équation des poutres (3.11), et notamment en modifiant les dérivées selon (4.3), on a :

$$-V^2 \frac{d^2 W}{dY^2} + \frac{d^4 W}{dY^4} = F_0 \delta(Y) \quad (4.21)$$

et après application de la transformée de Fourier :

$$-V^2 \xi^2 \overset{+}{W} + \xi^4 \overset{+}{W} = \frac{F_0}{2\pi} \quad (4.22)$$

L'équation sans second membre (ou « homogène ») s'écrit :

$$-V^2 \xi^2 \overset{+}{W} + \xi^4 \overset{+}{W} = 0 \quad (4.23)$$

- La solution de (4.22) correspond à la solution particulière de (4.21) qui s'écrit dans ce cas :

$$\tilde{W}(Y) = \frac{F_0}{2V^2} Y \operatorname{Sgn}(Y) - \frac{F_0}{2V^3} \sin(VY) \operatorname{Sgn}(Y) \quad (4.24)$$

c'est exactement la même fonction que la première intégrale figurant dans l'expression (3.19) du déplacement, obtenue lors de la résolution du problème transitoire (page 27).

- La forme acceptable pour une solution de (4.23) est la suivante (a, b, c, d sont des constantes) :

$$\tilde{W}_0(Y) = aY + b + c \cos VY + d \sin VY \quad (4.25)$$

La solution générale W de (4.21) est la somme d'une solution acceptable $\tilde{W}_0(Y)$ et de la solution particulière $\tilde{W}(Y)$:

$$W(Y) = \tilde{W}_0(Y) + \frac{F_0}{2V^2} Y \operatorname{Sgn} Y - \frac{F_0}{2V^3} \sin(VY) \operatorname{Sgn}(Y) \quad (4.26)$$

L'identification des termes de $\tilde{W}_0(Y)$ pose certains problèmes, notamment pour vérifier les conditions à l'infini. Cette question est traitée, par exemple par Tang (1965), et par Renard et Taazount (2002), en supposant que la solution de l'équation homogène dans une structure sans amortissement est la limite de la solution dans le cas où l'amortissement α tendrait vers zéro. En effet, si une solution harmonique est de la forme :

$$A \cos \Omega Y + B \sin \Omega Y$$

on peut la considérer comme la limite quand $\alpha \rightarrow 0$ de :

$$(A \cos \Omega Y + B \sin \Omega Y) e^{\alpha Y}$$

Ainsi, il est clair que pour un amortissement donné, la partie vibratoire de la solution homogène ne peut être présente à la fois du côté $Y < 0$ et du côté $Y > 0$. Cette remarque permet de préciser la forme des solutions.

Pour le cas qui nous intéresse la démarche est différente, car on peut déterminer directement les termes de la solution homogène $\tilde{W}_0(Y)$ en identifiant la solution complète $W(Y)$ à la limite de $W(X, T)$ quand X et T tendent vers l'infini : cette limite est donnée par (4.17) et (4.18). D'où² :

$$\tilde{W}_0(Y) = -\frac{F_0}{2V^2}Y - \frac{F_0}{2V^3}\sin VY \quad (4.27)$$

4.3.3 Cas des poutres de Timoshenko lorsque $V = \theta$ ou $V = 1$

Si on exprime les EDP de la poutre de Timoshenko dans le repère relatif lié à la force mobile F_0 , on obtient le système d'équations différentielles ordinaires suivant :

$$V^2 \frac{d^2 W}{dY^2} = \theta^2 \left(\frac{d^2 W}{dY^2} - \frac{d\Psi}{dY} \right) + F_0 \delta(Y) \quad (4.28)$$

$$V^2 \frac{d^2 \Psi}{dY^2} = \frac{d^2 \Psi}{dY^2} + \theta^2 \left(\frac{dW}{dY} - \Psi \right) \quad (4.29)$$

La résolution de ce système peut être effectuée en cherchant les solutions de l'équation de dispersion du système homogène. Ensuite un raisonnement faisant intervenir l'amortissement (semblable à celui appliqué pour la poutre de Bernoulli – cf. p. 43) permet de préciser la forme des solutions. Enfin, en imposant en $Y = 0$, (i) la continuité du déplacement, de la rotation et du moment de flexion, (ii)

2. « Onde libre » $\tilde{W}_0(Y)$ dans la poutre de Bernoulli :

$$Y \leq 0$$

$$W = \tilde{W}_0 + \tilde{W}$$

$$= (aY + b + c \cos VY + d \sin VY) - \frac{F_0}{V^2}Y + \frac{F_0}{2V^2} \sin(VY) \longrightarrow -\frac{F_0}{V^2}Y \text{ (Eq.4.17)}$$

$$\Rightarrow a = -\frac{F_0}{2V^2}, b = 0, c = 0, d = -\frac{F_0}{2V^3}, W = -\frac{F_0}{V^2}Y$$

$$0 \leq Y$$

$$W = \tilde{W}_0 + \tilde{W}$$

$$= \left(-\frac{F_0}{2V^2}Y - \frac{F_0}{2V^3} \sin VY \right) + \frac{F_0}{V^2}Y - \frac{F_0}{2V^2} \sin(VY)$$

$$= -\frac{F_0}{V^3} \sin VY$$

la discontinuité de l'effort tranchant, il est possible d'expliciter complètement le déplacement W et la rotation Ψ (Renard et Taazount 2002). Par exemple, lorsque $V < \theta$, on a :

$$\begin{aligned} Y \leq 0 & & Y \geq 0 \\ W = -\frac{F_0}{V^2} Y & & W = -\frac{F_0}{V^2} \frac{\theta}{V} \sqrt{\frac{1-V^2}{\theta^2-V^2}} \sin \frac{V\theta Y}{\sqrt{(\theta^2-V^2)(\theta^2-V^2)(V^2-1)}} \end{aligned}$$

Les solutions de (4.28) et (4.29) obtenues dans les trois intervalles de vitesses ($V < \theta$, $\theta < V < 1$, $1 < V$) ne sont visiblement pas définies pour $V = \theta$ ou $V = 1$, car elles contiennent toutes au dénominateur $V^2 - \theta^2$ ou $V^2 - 1$. Cela voudrait dire que les grandeurs W , Ψ , Σ_m , Γ , tendraient vers l'infini aux vitesses caractéristiques, et donc aussi l'énergie du système, ce qui n'est pas possible.

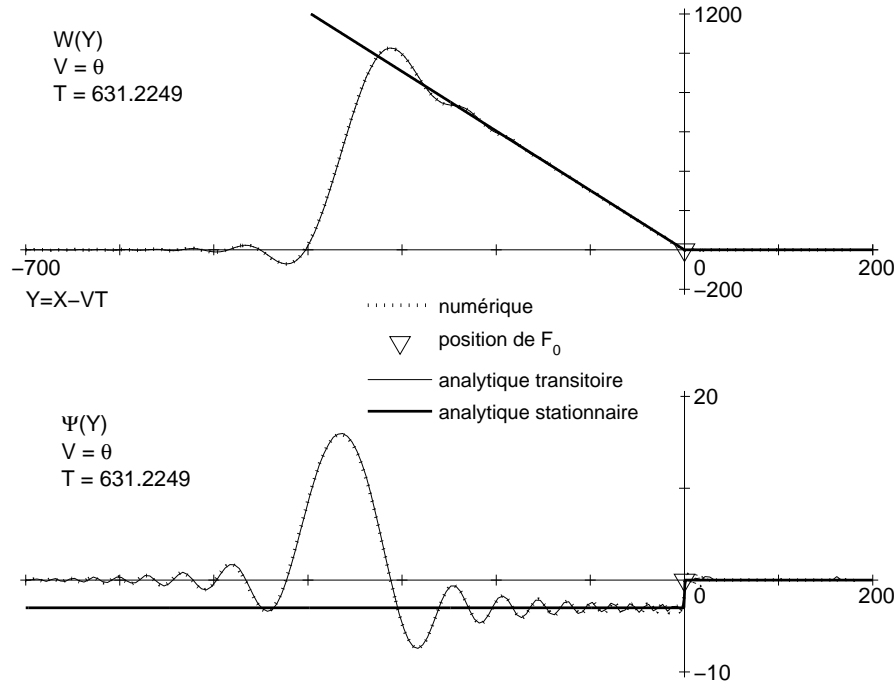


Figure 4.8 – Solutions transitoires (3.31) et (3.32) comparées aux solutions stationnaires (4.30)-(4.31) et purement numériques, pour $V = \theta$.

En réalité, une solution physiquement acceptable associée à une vitesse caractéristique doit être celle qui émerge d'une solution transitoire des équations du mouvement (3.31) et (3.32), dans lesquelles on fixe $V = \theta$ ou $V = 1$. On vérifierait ainsi que les conclusions auxquelles on aboutit seraient les mêmes que si l'on faisait tendre V vers θ ou 1 dans les solutions transitoires (3.35) et (3.36). Ainsi, pour des valeurs de V extrêmement proches d'une valeur caractéristique, l'espace dans lequel se forment des vibrations autour de F_0 se réduit de plus en plus à mesure que V tend vers θ ou 1. Le nombre d'oscillations contenues dans cet intervalle se réduit lui aussi de plus en plus, jusqu'à tendre vers zéro. Ceci est illustré dans la Fig. 3.4, milieu, (page 33) par le tracé de la contrainte stationnaire pour une vitesse dans l'intervalle $[\theta, 1]$.

Si d'autre part, on remplace V par θ ou 1 dans les équations (4.28) et (4.29) puis que l'on cherche

les solutions stationnaires, on obtient (Langlet et al. 2012) :

$$V = \theta \quad W = -\frac{F_0 Y}{2V^2} [1 - \text{Sgn}(Y)] - \frac{F_0}{V^2} \frac{1 - V^2}{2V^2} \delta(Y) \quad (4.30)$$

$$\Psi = -\frac{F_0 Y}{2V^2} [1 - \text{Sgn}(Y)] \quad (4.31)$$

$$V = 1 \quad W = -\frac{F_0 Y}{2V^2} [1 - \text{Sgn}(Y)] Y \quad (4.32)$$

$$\Psi = -\frac{F_0 Y}{2V^2} [1 - \text{Sgn}(Y)] \quad (4.33)$$

La Fig. 4.8 illustre le caractère non critique de la vitesse θ (ou c_s). Le temps choisi (631.22) est suffisamment grand pour que le déplacement et la rotation aient pu se développer suffisamment, de sorte que le mouvement au voisinage de l'abscisse $X = VT$ peut être comparé à la solution purement stationnaire.

4.4 Conclusion

Les solutions analytiques obtenues en régime stationnaires sont utiles pour analyser les réponses de grandes structures flexibles soumises à des charges en mouvement. Ceci inclut les problèmes comportant de l'interaction fluide-structure comme on le verra au chapitre 10. De plus, lorsqu'on s'intéresse aux chargement par la pression des explosions, il est nécessaire de pouvoir tenir compte de toutes les vitesses caractéristiques du système. La pertinence de l'approche stationnaire dépend du « rapport » entre la taille de la structure et la rapidité du chargement. En effet, les solutions analytiques, exactes pour une structure infinie, peuvent malgré tout être mises à profit pour approcher la réponse d'une structure finie soumise à un chargement transitoire. En fait, si les longueurs d'ondes des oscillations sont très petites, un grand nombre de celles-ci peuvent se former au voisinage du front de pression ou de la force en mouvement, si bien que l'amplitude et les longueurs d'ondes réelles sont assez proches de celles des solutions stationnaires.

Comme cela a été le cas pour les poutres sur fondations élastiques, le cas des vitesses caractéristiques a été étudié ici à la lumière de la solution obtenue en régime transitoire. L'amplification et la forme des réponses montrent le caractère non critique de ces vitesses.

L'approche stationnaire évoquée ici sera reprise au chapitre chapitre 10 pour le cas où une plaque est couplée à un liquide est balayée par une pression mobile.

Chapitre 5

Réponse des poutres de Timoshenko à une masse en mouvement

5.1 Principe de résolution

Il y a couplage entre les déplacements de la poutre et le chargement. Dans ce cas, une solution analytique explicite ne peut (à notre connaissance) être obtenue.

Compte tenu de l'expression de la force de couplage :

$$f = m \left[g - v^2 w_0'' - \dot{v} w_0' \right]_{x_p} - m \left[\ddot{w} - 2v\dot{w}' - v^2 w'' - \dot{v} w' \right]_{x_p} \quad (5.1)$$

le problème « concret » qui va se poser est celui de l'évaluation des termes de f . Comme on le voit, ceci nécessite le calcul de dérivées d'ordre 2 : dérivées partielles et mixtes (termes de Coriolis). La méthode retenue ici, en raison de sa stabilité, de sa convergence, et de sa consistance, est l'approche modale simplifiée (la base modale est celle de la poutre seule, avec ses conditions limites). Connaissant les modes et les fréquences propres, on effectue une projection de f dans cette base et on organise le calcul de telle sorte que la solution puisse être obtenue par une intégration numérique (par exemple la méthode de Newmark). La détermination des modes et des fréquences propres nécessite la construction des matrices de masse et de rigidité de la poutre, puis la résolution du problème aux valeurs propres. Celles-ci sont construites en approchant le champ des déplacements dans la poutre par les fonctions d'interpolation présentées par To (1981), qui sont adaptées aux poutres de Timoshenko à sections variables. En effet, il sera nécessaire de tenir compte d'une variation de la section pour calculer, avec cette méthode, une première approximation de la réponse en flexion de tube d'armes.

5.2 Modes et fréquences propres de la poutre de Timoshenko

La poutre étudiée est de longueur L , de section annulaire, avec un diamètre intérieur constant, et un diamètre extérieur variant entre l'origine et l'extrémité. On adopte ici l'élément fini présenté par To (1981) pour discrétiser la poutre en N_e éléments de longueur $L_e = L/N_e$. Cet élément possède deux nœuds, « i » et « j », où les déplacements utilisés pour la formulation sont : ψ , w , $s = \partial w / \partial x - \psi$ angle de gauchissement dû au cisaillement To (1981), d'où un vecteur de déplacements nodaux¹ :

$$\mathbf{Q}^e = \{w_i \ \psi_i \ s_i \ w_j \ \psi_j \ s_j\}^T \quad (5.2)$$

1. L'exposant ^T désigne une transposée.

• Dans cet élément, l'aire de section et le moment d'inertie varient chacun suivant une fonction donnée de la coordonnée x_e dans l'élément : $A(x_e)$ et $I(x_e)$. Suivant la formulation présentée par To (1981) et également reprise par Hou et Tsen (1996), on exprime les déplacements à l'intérieur de l'élément par :

$$w = \Phi_w \mathbf{a}_w \quad (5.3)$$

$$\psi = \Phi_\psi \mathbf{a}_\psi \quad (5.4)$$

$$s = \Phi_s \mathbf{a}_s \quad (5.5)$$

où \mathbf{a} représente un vecteur de coefficients du polynôme de la fonction d'interpolation.

$$w = \begin{bmatrix} 1 & L_e \xi & L_e^2 \xi^2 & L_e^3 \xi^3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Q}^e = \mathbf{N}_w \mathbf{Q}^e \quad (5.6)$$

$$\psi = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2L_e \xi & 3L_e^2 \xi^2 & 1 & L_e \xi \end{bmatrix} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Q}^e = \mathbf{N}_\psi \mathbf{Q}^e \quad (5.7)$$

$$s = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & L_e \xi \end{bmatrix} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Q}^e = \mathbf{N}_s \mathbf{Q}^e \quad (5.8)$$

avec $\xi = x_e/L_e$, et la matrice \mathbf{C}^{-1} :

$$\mathbf{C}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -3/L_e^2 & -2/L_e & 2/L_e^2 & -3/L_e & -1/L_e & 1/L_e \\ 2/L_e^3 & 1/L_e^2 & -1/L_e^2 & -2/L_e^2 & 1/L_e^2 & -1/L_e^2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/L_e & 0 & 0 & 1/L_e \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Les vecteurs \mathbf{N} définissent les fonctions d'interpolation, que l'on peut expliciter par les produits $\mathbf{N} = \Phi \mathbf{C}^{-1}$.

- Les matrices élémentaires de masse \mathbf{m}^e et de rigidité \mathbf{k}^e s'écrivent :

$$\begin{aligned} \mathbf{m}^e &= \mathbf{m}_f + \mathbf{m}_r \\ &= \int_0^{L_e} \rho A(x) \mathbf{C}^{-1 \mathbf{T}} \Phi_w^{\mathbf{T}} \Phi_w \mathbf{C}^{-1} dx + \int_0^{L_e} \rho I(x) \mathbf{C}^{-1 \mathbf{T}} \Phi_\psi^{\mathbf{T}} \Phi_\psi \mathbf{C}^{-1} dx \end{aligned} \quad (5.10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{k}^e &= \mathbf{k}_f + \mathbf{k}_s \\ &= \int_0^{L_e} \rho E I(x) \mathbf{C}^{-1 \mathbf{T}} \frac{\partial \Phi_w^{\mathbf{T}}}{\partial x} \frac{\partial \Phi_w}{\partial x} \mathbf{C}^{-1} dx + \int_0^{L_e} \kappa G A(x) \mathbf{C}^{-1 \mathbf{T}} \Phi_s^{\mathbf{T}} \Phi_s \mathbf{C}^{-1} dx \end{aligned} \quad (5.11)$$

où : \mathbf{m}_f et \mathbf{m}_r représentent respectivement les inerties de flexion et de rotation ; \mathbf{k}_f et \mathbf{k}_r représentent respectivement la rigidité de flexion et la rigidité en cisaillement.

- Les conditions limites appliquées à la poutre sont : encastrement à son extrémité $x = 0$ et libre à son extrémité $x = L$.

• **Assemblage.** A partir de la topologie du maillage permettant de localiser les degrés de liberté de chaque élément dans une numérotation globale, on procède à l'assemblage des matrices élémentaires. Cet assemblage permet d'exprimer les énergies cinétique T et potentielle (ou de déformation) U de la poutre complète à partir de la sommation de toutes les énergies élémentaires. Cette procédure classique conduit à : $T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{Q}}^{\mathbf{T}} \mathbf{M}_0 \dot{\mathbf{Q}}$ et $U = \frac{1}{2} \mathbf{Q}^{\mathbf{T}} \mathbf{K}_0 \mathbf{Q}$, où : \mathbf{M}_0 et \mathbf{K}_0 sont les matrices respectivement de masse et de rigidité de la poutre, et \mathbf{Q} est le vecteur des degrés de liberté de tous les nœuds. Appliquant les équations de Lagrange, on obtient l'équation des vibrations libres de la poutre :

$$\mathbf{M}_0 \ddot{\mathbf{Q}} + \mathbf{K}_0 \mathbf{Q} = 0 \quad (5.12)$$

Si $\mathbf{Q} = \boldsymbol{\zeta}$ est harmonique en temps, de pulsation ω : $\mathbf{Q} = \bar{\boldsymbol{\zeta}} e^{i\omega t}$, l'équation (5.12) conduit au classique problème des valeurs propres :

$$(\mathbf{K}_0 - \omega^2 \mathbf{M}_0) \bar{\boldsymbol{\zeta}} = 0 \quad (5.13)$$

dont les solutions sont les modes propres associés aux pulsations propres. Pour abrégé, on dira qu'un « mode propre » numéro k est le couple $[\mathbf{H}_k(x), \omega_k]$ où \mathbf{H}_k est le vecteur constitué par les fonctions propres $\phi_k(x)$, $\Psi_k(x)$, $S_k(x)$ associées à la valeur propres ω_k . Ici les fonctions propres sont connues sous forme discrète, avec un nombre N_X de valeurs : $N_X = N_e + 1$. Le nombre de degrés de liberté à calculer est $N_d = 3N_X$. Ainsi, puisque les masses modales (notées μ_k) sont des intégrales sur la longueur L des produits de fonctions (par exemple $\phi_k \phi_k dx$), on comprend que la discrétisation affectera la précision sur les masses modales et donc aussi la précision des solutions à venir. Bien que le calcul des modes propres converge rapidement avec N_e , il sera donc nécessaire de résoudre (5.13) avec N_e suffisamment grand. Le calcul numérique des modes propres est programmé dans un code MatlabTM.

5.3 Calcul de la réponse par superposition modale

Le nombre de modes retenus pour le calcul est noté N . Avec la discrétisation choisie, il faut respecter la condition $N < N_d/2$, voir à ce sujet l'ouvrage de Géradin et Rixen (1996) (page 279) et l'article de Seon et al. (1999). A partir des méthodes classiques de l'analyse modale et des propriétés des fonctions propres, on obtient un système de N équations découplées permettant le calcul des $q_i(t)$:

$$\ddot{q}_i + \omega_i^2 q_i = \frac{1}{\mu_i} \phi_i(x_p) f(x_p), \quad i = 1, \dots, N \quad (5.14)$$

où $q_i(t)$ est la coordonnée généralisée, telle que :

$$\mathbf{W}(x, t) = \sum_{i=1}^N \mathbf{H}_i(x) q_i(t) \quad (5.15)$$

Avec le développement modal des déplacements, on a :

$$\begin{aligned} f(x_p) = & m \left[g - \dot{v} w'_0(x_p) - v^2 w''_0(x_p) \right] - \\ & m \sum_{i=1}^N \phi_i(x_p) \ddot{q}_i + 2v \phi'_i(x_p) \dot{q}_i + \dot{v} \phi'_i(x_p) q_i + v^2 \phi''_i(x_p) q_i \end{aligned} \quad (5.16)$$

Il faut organiser les équations sous la forme matricielle suivante :

$$\mathbf{M}^*(t) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}^*(t) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}^*(t) \mathbf{q} = \mathbf{F}_0^*(t) \quad (5.17)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^* &= \mathbf{diag} [\mu_i] + mv \mathbf{diag} [\phi(x_p)] \Phi(x_p) \\ \mathbf{C}^* &= 2mv \mathbf{diag} [\phi(x_p)] \Phi'(x_p) \\ \mathbf{K}^* &= \mathbf{diag} [\mu_i \omega_i^2] + mv^2 \mathbf{diag} [\phi(x_p)] \Phi''(x_p) \\ \mathbf{F}_0^* &= mg \{ \phi_1(x_p) \dots \phi_N(x_p) \}^T \\ \Phi(x_p) &= \begin{bmatrix} \phi_1(x_p) & \dots & \phi_N(x_p) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \phi_1(x_p) & \dots & \phi_N(x_p) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Le calcul des $q_i(t)$, est effectué en résolvant dans le temps l'équation (5.17) par la méthode de Newmark (programmée dans MatlabTM).

5.4 Applications du modèle « poutre-masse mobile »

On va donner dans cette section un aperçu du problème posé par la dispersion des paramètres de mouvement (vitesse, angles,...) d'un projectile à sa sortie d'un tube d'arme. Savoir relier ces paramètres au mouvement du tube est un problème qui soulève des questions fondamentales de dynamique des structures. En effet, il faut calculer à chaque instant les actions mutuelles entre les deux corps, lesquelles incluent les actions de contact, et doivent tenir compte des mouvements de rotation et de translation. Le modèle « poutre-masse mobile » apparaît donc très modeste devant la complexité du problème de dispersion. Néanmoins, il permet d'appréhender certaines tendances avant d'élaborer un modèle plus complexe.

L'étude de la dispersion du tir est en cours dans le cadre de la thèse de Mathilda LIENNARD. Cette étude suit trois axes : modélisation numérique du tir, mesures de la réponse du tube (déformations et déplacements du tube), instrumentation embarquée du projectile pour mesurer les accélérations du projectile pendant son trajet dans le tube. Cette étude a comme support essentiellement le tube de calibre 25 mm équipant un véhicule blindé récent (le « VBCI »).

Généralement, pour calculer la réponse des tubes d'armes, on utilise une fonction donnée du temps pour « piloter » la position $x_p(t)$, la vitesse $v(t)$ ou l'accélération $\dot{v}(t)$ du projectile dans le tube. Ces fonctions du temps sont tracées dans la Fig. 6.1 au chapitre 6 pour l'un des tubes que nous avons étudié, le tube de 40 mm CTA.

L'équation (5.1) permet d'évaluer l'influence relative des fonctions suivantes, connues à-priori : pente $w_0(x)$, courbure $w_0''(x)$, loi de vitesse et d'accélération $v(t)$ et $\dot{v}(t)$. En pratique, les fonctions $w_0(x)$, $w_0'(x)$, et $w_0''(x)$ correspondent à la déformée due au poids propre de la poutre, à laquelle s'additionnent les « défauts de rectitude » dont les causes peuvent être multiples (fabrication). La réponse de la poutre dépend linéairement de $w_0'(x)$ et $w_0''(x)$. Par contre, elle ne dépend pas linéairement de $v(t)$ qui est au degré 2.

On va montrer sur l'exemple du tube de calibre 40 mm comment la déformée initiale et une légère variation de la courbe de vitesse peuvent modifier la réponse en flexion du tube.

La fonction $w_0(x)$ tracée dans la Fig. 5.1 comprend la courbe en pointillés schématisant la déformée due au poids propre, et un défaut choisi arbitrairement, sous une forme périodique :

$$10^{-4} [1 - \cos(10\pi x/L)]$$

La dépendance linéaire de la réponse en flexion vis-à-vis des dérivées de w_0 permet d'étudier l'influence d'une fonction $w_0(x)$ si l'on sait décomposer ses dérivées en fonctions plus simples pour lesquelles on saura calculer et analyser séparément les réponses.

• **Influence de la déformée initiale.** Comme illustration, on va calculer la réponse en flexion du tube de 40 en imposant les courbes $x_p(t)$, $v(t)$, $\dot{v}(t)$ de la Fig. 6.1. Dans les figures 5.3 et 5.4, la position instantannée de la masse m est indiquée par le trait continu dans le plan « temps-espace ». La Fig. 5.4 montre que la réponse du tube est très modifiée (ou perturbée) par la présence du défaut périodique. Les vibrations y sont d'amplitudes plus importantes et peuvent devancer la masse mobile.

Si le tube ne comporte pas le défaut de rectitude périodique, la réponse en flexion est peu importante, comme le montre l'évolution de la force f en fonction du temps de parcours (Fig. 5.2). Si seule la déformée

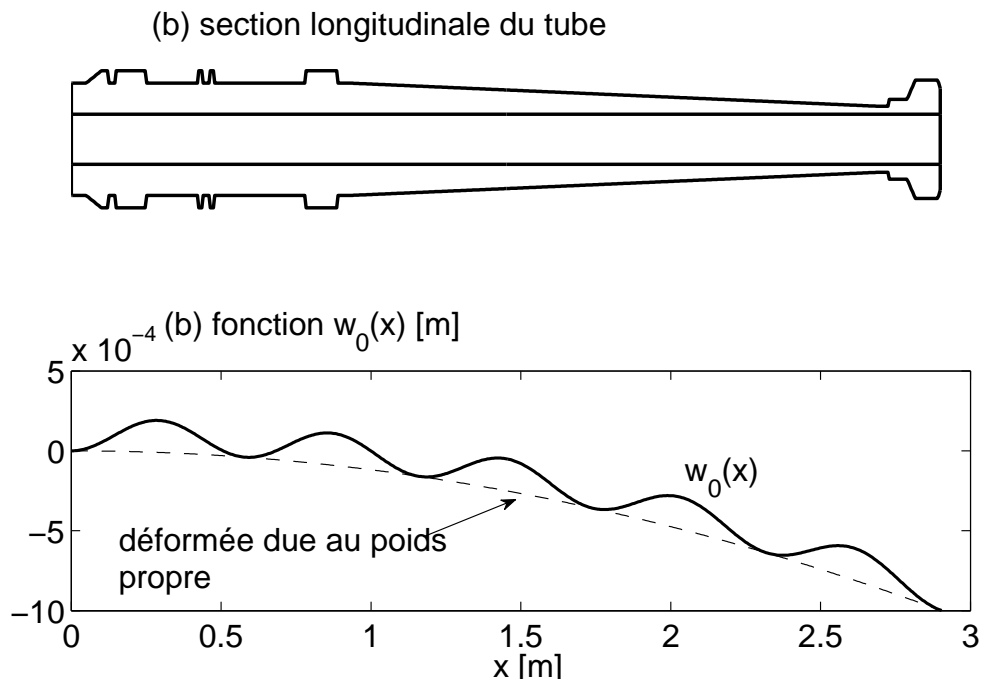


Figure 5.1 – Section du tube de 40 et représentation de sa déformée initiale.

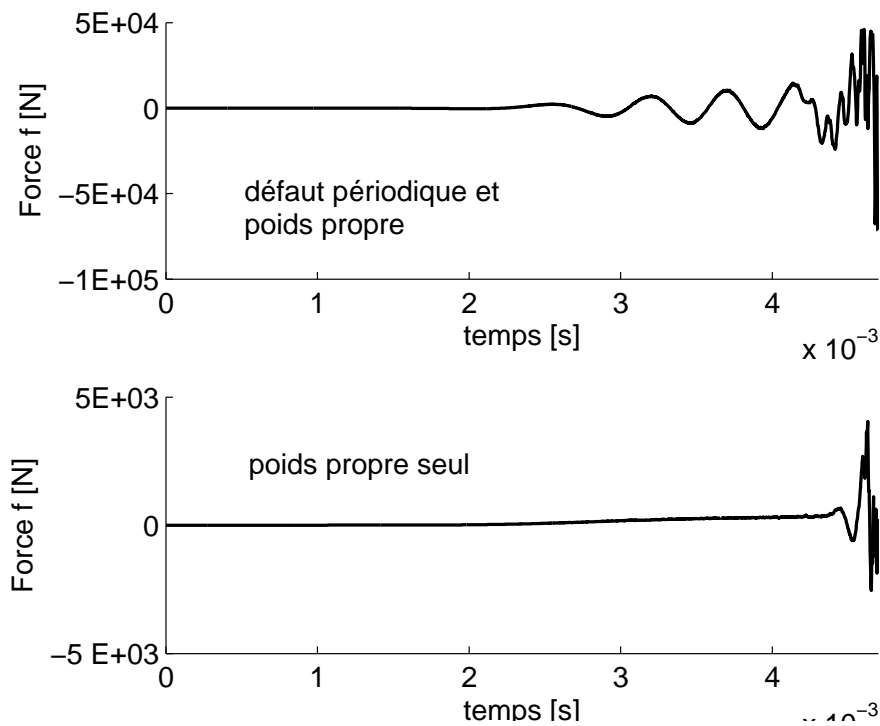


Figure 5.2 – Force f calculée avec et sans défaut périodique.

statique due au poids propre est appliquée, la réponse en flexion est négligeable devant celle calculée avec le défaut de rectitude : Fig. 5.2.

Cette approche montre que des défauts géométriques de faibles amplitudes peuvent induire des vibrations à hautes fréquences du tube (à la fin de la balistique intérieure). Dans cet exemple, les déplacements et la force f sont dix fois plus élevés si le défaut périodique est présent.

On conçoit donc tout l'intérêt de comprendre l'influence de la rectitude initiale des tubes d'armes sur la précision du système, car la rectitude peut en réalité être bien plus « accidentée » que celle qui

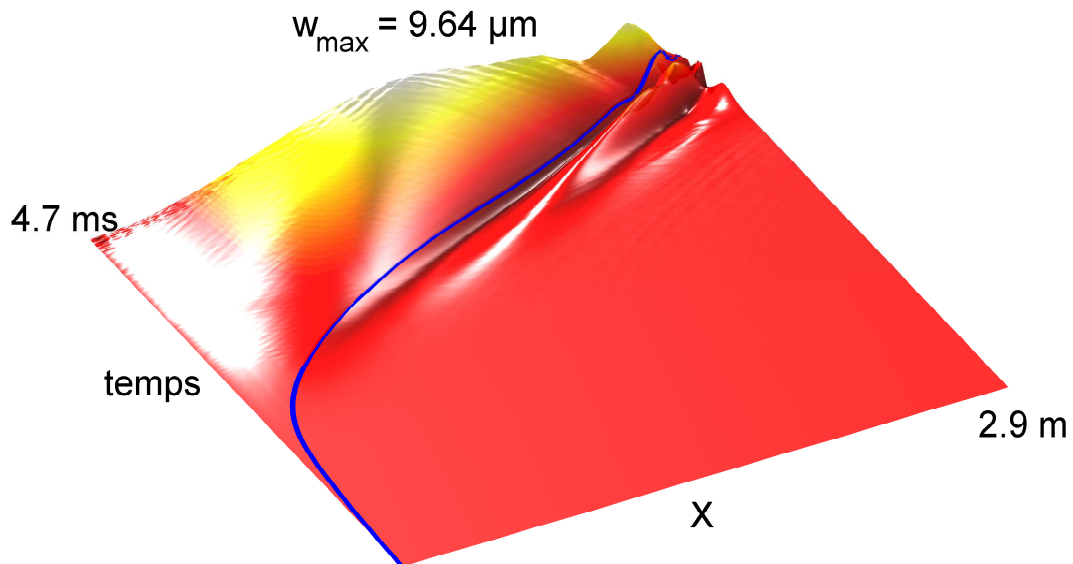


Figure 5.3 – Réponse en flexion avec la déformée initiale du poids propre.

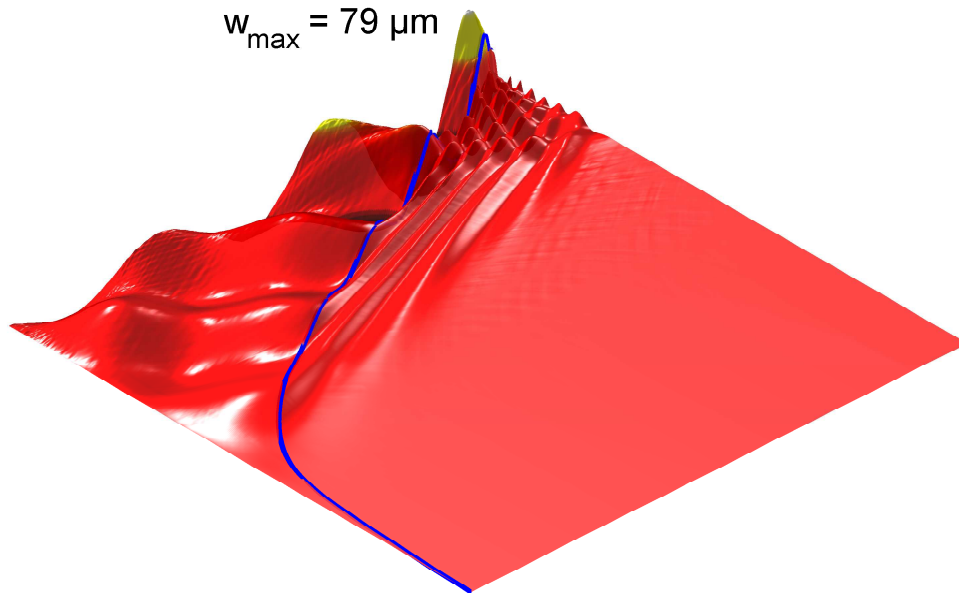


Figure 5.4 – Réponse en flexion avec le défaut périodique seul.

a été choisie ici. Or, ce n'est pas l'amplitude en elle même de $w_0(x)$ qui influe sur la réponse en flexion mais ses variations (dérivées première et seconde). Pour se rendre compte des valeurs rencontrées en pratique, on peut examiner un exemple de rectitude réelle dans la la Fig. 5.5. Cette courbe a été mesurée par une sonde optique à l'intérieur du tube de 25 qui est étudié actuellement.

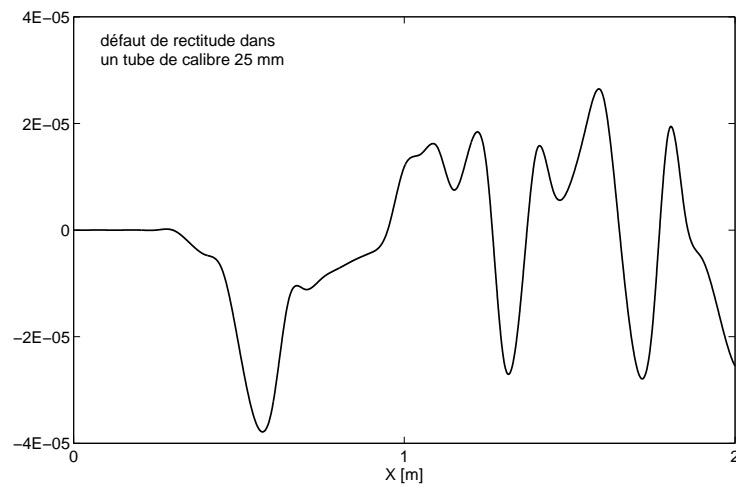


Figure 5.5 – Exemple de défaut de rectitude mesuré dans le tube de 25.

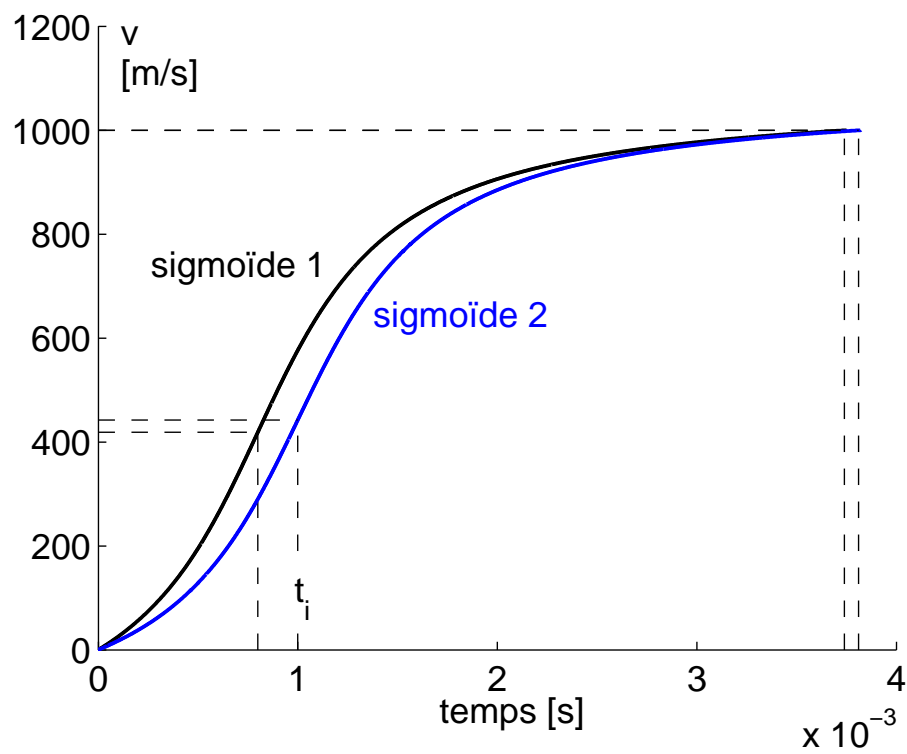


Figure 5.6 – Variations fictives de la vitesse en ballistique intérieure.

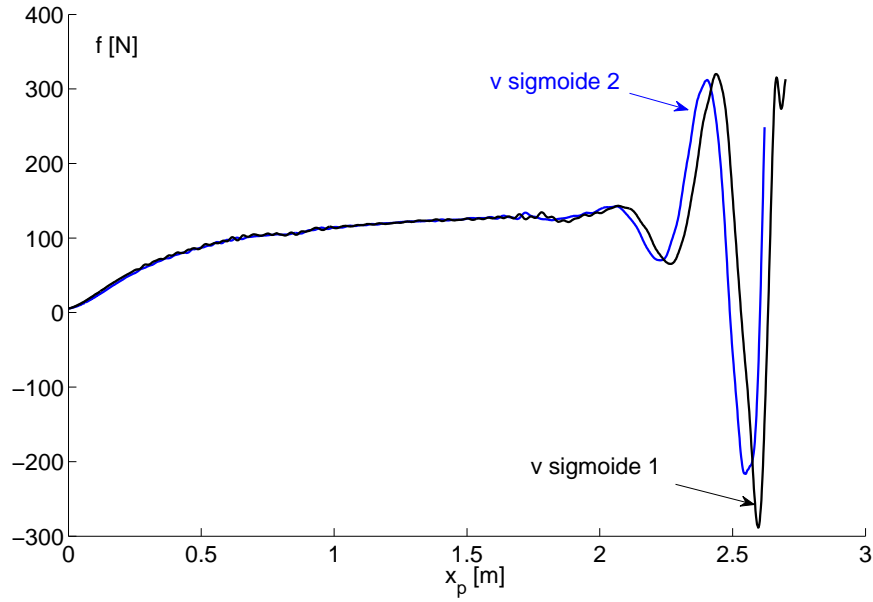


Figure 5.7 – Forces de contact avec deux fonctions $v(t)$.

• **Influence de la loi de vitesse.** Faisons varier légèrement la courbe $v(t)$, en faisant varier le point d'inflexion t_i de la courbe sigmoïde représentative de la courbe de vitesse donnée par la ballistique intérieure :

$$v(t) = k \left[\tan^{-1} \left(\frac{t_i}{\tau} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{t - t_i}{\tau} \right) \right] \quad (5.18)$$

Les paramètres sont : $\tau = 0.0005$, $k = 394$; le défaut périodique n'est pas introduit dans le calcul. On obtient alors les réponses représentées par la force $f(x_p)$ (force au point de contact) dans la Fig. 5.7, qui montre que la variation de la fonction $v(t)$, si elle est faible, a aussi une influence faible sur la *variation* de la réponse.

Chapitre 6

Dynamique des tubes d'armes : introduction

6.1 Introduction

Ce chapitre et le suivant traitent des travaux effectués dans le cadre de la thèse CIFRE d'Ophélie Safont (2011). Le but de ces travaux, effectués en partenariat avec l'entreprise Nexter-Systems, était l'évaluation de la *durée de vie* des tubes de canons de moyens calibres¹(inférieurs à 40 mm) en conditions dynamiques.

Avant de rentrer dans le vif du sujet, on va rappeler, très simplement, dans cette introduction, certaines particularités de la dynamique des tubes d'armes. Puis, on trouvera une vue d'ensemble de la méthodologie et des travaux effectués dans les sections 6.2 et 6.3.

La synthèse des résultats et leur analyse sont exposées au chapitre 7 suivant. Afin d'être plus concise, la présentation sera basée entièrement sur l'article disponible en ligne depuis mars 2014 : *Assessment of the Lifetime of Gun Barrels Under High-Speed Moving Loads*, Ophélie Chevalier, André Langlet, Yann Guilmard, Laetitia Fouché-Sanseigne. Journal of Pressure Vessel Technology, 2014. DOI : 10.1115/1.4027306.

6.2 Une dynamique complexe en quelques millisecondes

Pendant la phase dite de « balistique intérieure » le projectile se déplace dans le tube sous l'effet de la poussée des gaz issus de la déflagration de la charge de poudre. Cette pression est dite *pression balistique*. La pression dans la chambre (origine du tube) est appelée « pression de chambre ou pression culasse », et notée p_b . La pression qui s'applique sur la face arrière du projectile est appelée « pression culot », et notée p_c . La vitesse de l'obus suit une loi temporelle dont la forme typique ressemble à une courbe sigmoïde, ce qui correspond à une accélération ayant la forme d'une « courbe en cloche ». Les courbes de pression et de vitesse en phase de balistique intérieure, sont représentées dans la Fig. 6.1, pour un tube de calibre 40 mm tirant un obus de plein calibre. La longueur du tube est de 2.9 m. Ces fonctions sont obtenues par un calcul préalable avec le Logiciel « SIBIL »², pour chaque couple tube–projectile et munition. La courbe d'accélération $\dot{v}(t)$ est déduite de la courbe donnant la pression sur la face arrière du projectile (ou « pression-culot »). Pendant les quelques millisecondes que dure la phase de

1. Diamètre intérieur du canon.

2. Développé en interne par Nexter-Munitions.

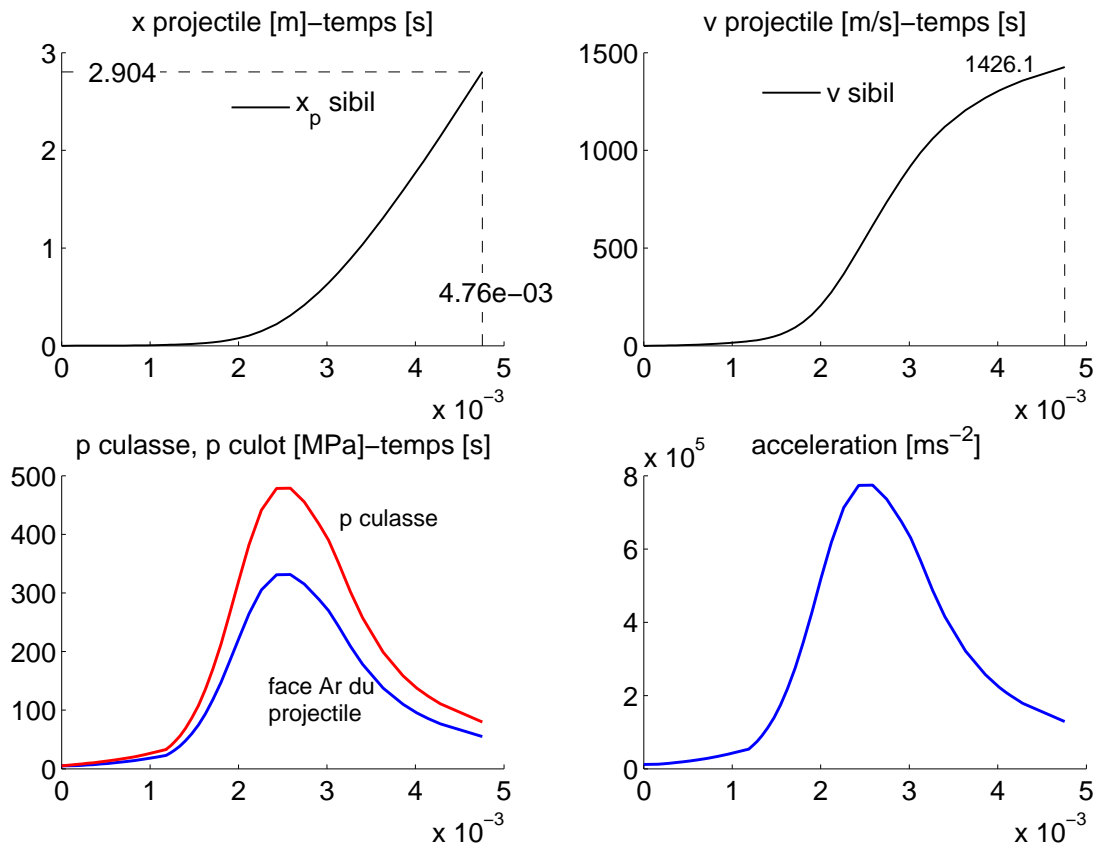


Figure 6.1 – Données de balistique intérieure (tube de 40).

balistique intérieure, l'accélération atteint environ $8 \times 10^5 \text{ m/s}^2$ soit presque $10^5 g$ (g est l'accélération de la pesanteur). Cette accélération maximale est atteinte alors que le projectile a accompli moins du premier tiers du parcours. Ensuite l'accélération décroît jusqu'à la sortie du projectile, où elle vaut ici environ $2 \times 10^5 \text{ m/s}^2$.

La géométrie interne des tubes présente souvent un *rayage*, composé d'un certain nombre de rayures, Fig. 6.2. Les rayures ont pour but d'imposer à l'obus un mouvement de rotation qui contribuera à sa stabilisation gyroscopique lors de la phase de balistique extérieure (le vol).

L'obus traverse d'abord une partie non rayée, de forme conique, appelée « cône de forçement », Fig. 6.3, dont le rôle est d'assurer une introduction centrée du projectile dans la partie rayée. Le centrage se fait en comprimant « en force » la pièce dénommée *ceinture* qui entoure le projectile. La ductilité du matériau de la ceinture est choisie de telle manière que la ceinture va se « mouler » dans le rayage (on parle de « prise de rayures »), ce qui garantit un guidage en rotation, et en même temps, l'étanchéité des gaz situés en arrière du projectile. On peut voir dans la Fig. 6.4 les traces obliques de la prise de rayures sur la ceinture d'un obus ayant été tiré.

La pression balistique s'applique aussi sur la paroi du tube en arrière du projectile (entre la chambre et le culot du projectile). Le tube est donc contraint, à chaque instant, par cette pression et par le contact avec le projectile. Les actions de contact sont très complexes : elles proviennent du forçement de la ceinture du projectile et du mouvement de rotation imposé par les rayures de la paroi interne du tube. On pressent donc que le gonflement du tube et les contraintes tangentielles, dans la zone de contact, vont jouer un rôle important dans les sollicitations internes du tube.

Ainsi, les sollicitations internes du tube et de la munition en balistique intérieure apparaissent pendant un laps de temps très court (quelques millisecondes). Mais les ordres de grandeurs des chargements

appliqués vont donner à ces efforts internes de très fortes valeurs. De plus, comme les modèles simples (par exemple celui du chapitre 5) permettent de le prévoir, des variations très faibles des paramètres seront susceptibles de faire varier considérablement la réponse du système.

L'enjeu de l'étude peut se résumer à établir une classification de ces sollicitations selon leur importance, puis de déterminer comment la répétition des plus importantes sollicitations va modifier les propriétés matérielles du tube.

Dans ce qui suit, on notera que certains résultats expérimentaux ou numériques ne sont pas présentés explicitement. Cela est dû aux exigences de confidentialité imposées aux travaux relatifs à l'armement.

6.3 Vue d'ensemble des travaux

Une arme est un système mécanique complexe qui fonctionne à la limite de ses possibilités physiques et mécaniques compte tenu des chargements qui lui sont appliqués : pression de gaz, agression de la munition, cadences de tir, frottements du projectile et par conséquent usure et donc effets thermiques. Le travail de recherche effectué pendant la thèse d'Ophélie Safont se situe dans ce contexte, centré sur l'analyse des contraintes dans le tube en vue d'optimiser le dimensionnement de ce dernier en lien avec sa fiabilité. L'étude a tenu compte non seulement de la **pression du gaz** (gonflement du tube, corrosion) mais aussi de l'**action du projectile** (torsion due au couple de dévirage, frottement et rayage de la ceinture de la munition, flexion du tube due à la gravité) ainsi que la **température** qui modifie l'état métallurgique de la « peau » interne. Cette analyse multiphysique fait appel d'une part à la simulation numérique avec le logiciel LS-DYNA™, et d'autre part, aux essais expérimentaux. Le modèle peut ainsi être validé pour les configurations expérimentales étudiées, et par suite être retenu pour des études paramétriques. Cette double approche a été le fil conducteur de notre travail, avec l'objectif qui est de prédire la durée de vie du tube.

La prédiction de la durée de vie est un sujet délicat et ouvert parce que source de discussions et de débats. La démarche utilisée dans nos travaux est basée sur l'application de logiciels industriels.



Figure 6.2 – *Vue de l'intérieur d'un tube montrant la disposition des rayures.*

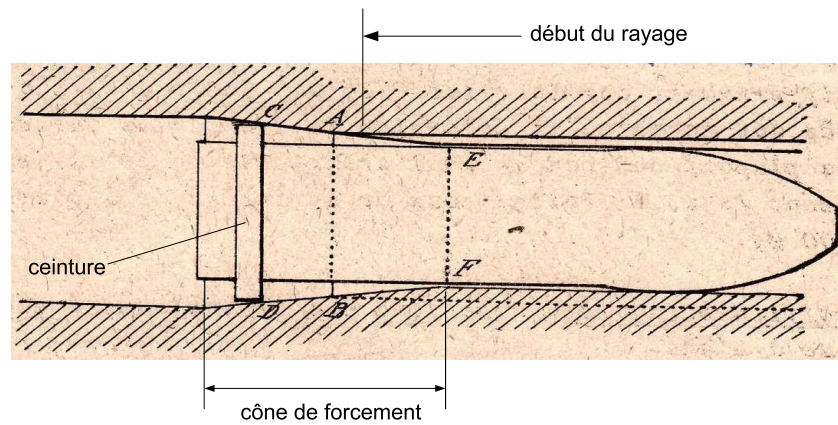


Figure 6.3 – Schéma d'époque montrant le forçage de la ceinture de l'obus à l'intérieur de la partie rayée du tube.

La démarche de calcul consiste à déterminer : l'historique des contraintes avec localisation des zones à risque, le comptage des cycles et les courbes de Wöhler, les contraintes équivalentes, l'endommagement élémentaire et le cumul de ce dernier par les lois de Miner et enfin le calcul de la durée de vie.

Une hypothèse fondamentale retenue dans ce travail est que l'endommagement est une grandeur liée à l'état des contraintes et donc aux actions extérieures. En réalité, l'endommagement est relié aux propriétés intrinsèques des matériaux : l'endommagement est une chute des propriétés physiques ou mécaniques du matériau. La question posée est donc la corrélation entre l'approche retenue (la prédiction par calcul) et les résultats expérimentaux.

Il ressort de l'étude bibliographique effectuée en début de thèse que les contraintes dynamiques causées par le projectile sont encore insuffisamment prises en compte dans la conception des tubes d'armes. Comme ces efforts apparaissent à l'interface entre le projectile et le tube, ils sont difficilement accessibles par la mesure, et leur détermination par le calcul constitue un problème de mécanique difficile.

Nous avons donc orienté l'étude de la manière suivante, en associant expérimentation et modélisation :

- (1) Une campagne expérimentale a été réalisée en début de la thèse afin de montrer que le gonflement dynamique du tube (accompagnant le projectile) est général à tous les tubes en conditions de tir et constitue la sollicitation « majorante », qui va aggraver les effets des autres sollicitations.

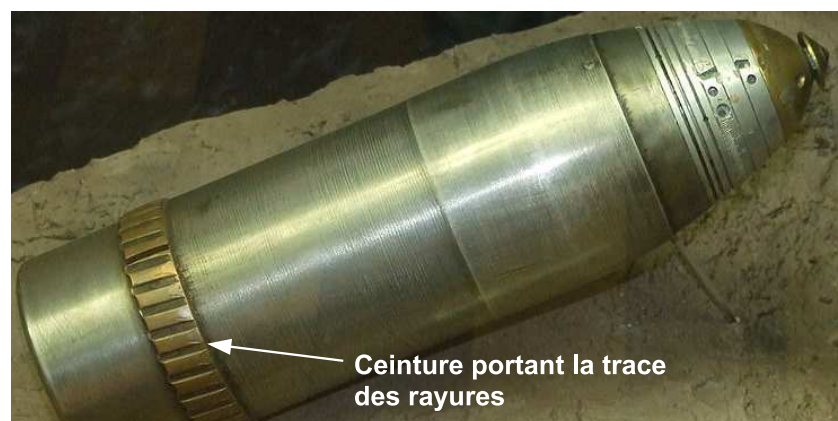


Figure 6.4 – Obus montrant la ceinture et les traces de la prise de rayures.

L'étude expérimentale constitue le point clé du travail. La campagne expérimentale a mis en œuvre plusieurs type de tube : le tube de 20 mm, le tube de 30 mm, le tube de 40 mm. Au total, 6 armes ont été étudiées. En effet, la pression balistique, les masses et les types des projectiles, les longueurs et les épaisseurs des tubes diffèrent dans chaque cas, mais la question se posait de savoir si les sollicitations prépondérantes vont être les mêmes.

Nous avons suivi une stratégie robuste permettant d'obtenir des résultats fiables. Deux sources de renseignements permettent d'analyser le phénomène : le comportement à des instants particuliers du tir (pression sur la culasse et sur le culot, vitesse du projectile en sortie du tube) et le comportement dynamique traduisant l'état des déformations en fonction du temps en plusieurs points du tube (déformations circonférentielles et déformations de flexion). Les essais ont été réalisés sur des canons de moyen calibre mais peuvent être menés sur des canons de plus gros calibre.

Le dépouillement des mesures basé sur les formules de Lamé (voir au chapitre 7) montrent que le forçement du projectile reste à peu près constant au cours de son trajet dans le tube.

Les essais montrent aussi que la géométrie, la rigidité et la masse de la munition ont une influence non négligeable sur la déformation du tube : le rapport de la déformation maximale sur la déformation due aux gaz (calculée par Lamé) est plus important pour les munitions alourdies, particulièrement en zone avant du tube. Les essais montrent également que la pression exercée sur le tube est plus importante à faible température qu'à haute température. Nous attribuons cet effet à la variation du coefficient de frottement entre la munition et le tube mais une dilatation thermique différentielle pourrait aussi en être la cause.

L'abondance des essais menés sur six armes ont permis de mettre en évidence l'existence d'un phénomène très peu étudié à l'heure actuelle : la surpression générée par le passage du projectile dans le tube.

Ce grand nombre de résultats expérimentaux sera très utile dans la validation ultérieure du modèle numérique.

(2) Un modèle de simulation réaliste, décrivant le tube seul (sans le système d'arme), soumis à la pression des gaz et au couplage avec le projectile, doit permettre de connaître les contraintes maximales à l'interface. La validation de ce modèle est basée essentiellement sur ses capacités à restituer les déformations circonférentielles mesurées.

(3) Un calcul de durée de vie est effectué à partir des sollicitations calculées dans les zones critiques.

Chapitre 7

Dynamique des tubes d'armes : synthèse et discussion des résultats

Assessment of the Lifetime of Gun Barrels Under High-Speed Moving Loads¹

Ophélie Chevalier

Nexter Systems

7 route de Guerry, F18000 Bourges, France

Email: o.chevalier@nexter-group.fr

André Langlet²

Univ. Orleans, INSA-CVL

PRISME/DMS, EA 4229

F45072, Orléans

Email: andre.langlet@univ-orleans.fr

Laetitia Fouché-Sanseigne

Nexter Systems

7 route de Guerry, F18000 Bourges, France

Email: l.sanseigne@nexter-group.fr

Yann Guilmar

Nexter Systems

7 route de Guerry, F18000 Bourges, France

Email: y.guilmar@nexter-group.fr

Abstract

The aim of this work is to assess the influence of the dynamic stresses (due to the projectile displacement and the gas pressure) on the lifetime of certain medium caliber (less than 40 mm) gun barrels. Firstly, an experimental study of tube dynamics under high speed loads was made. The large number of experimental measurements made it possible for us to identify the forcing effect of the projectile. In parallel, experimental samples were submitted to periodic traction-compression forces in order to obtain the material parameters of the barrels used in the study. Secondly, a finite element model was elaborated which faithfully forecasts the experimental strain records. Three dimensional modeling permitted us to correctly evaluate the response in the zones of stress concentration. Thirdly, a lifetime calculation was performed. This shows that the lifetime of the

1. J. Pressure Vessel Technol. 137(1), 015001 (Sep 15, 2014)

2. Address all correspondence to this author.

barrel is determined by the most constrained zones during firing: in the present case by the stresses appearing at the bottom of the grooves.

7.1 Introduction

The aim of this work is to assess the lifetime of tubes when they are submitted to loads moving at high speeds. The tubes under consideration are slender structures which can exhibit flexural, torsional, as well as longitudinal responses. Specialized theories (of bars, beams, or shells) with appropriate hypotheses can succeed in partly describing such responses, however, when the problem becomes tridimensionnal due to the geometrical complexity and the applied loads, improved modeling and experiments are required to provide valuable answers. In this paper, the case of gun barrels is considered. Due to the high speeds involved here, slight parameter changes such as tube curvature variations, thickness variations, load speed variations, material properties, etc..., may induce considerable variations of the circumferential and shear stresses in the structure, which influence the reliability of the structure. Therefore, it is a challenging problem in the engineering field, as well as for the researchers.

Although gun barrels are structural elements which experience stresses of a highly dynamic nature, their design remains based essentially on static considerations. For example, the so called “maximum pressure” to which the barrel is expected to resist is the ballistic pressure which moves the projectile toward the muzzle. The barrel characteristics are then deduced from the static loads defined at this pressure. The static calculations are mainly based on the classic Lamé’s formula for thick shells which can be found in Timoshenko et Cullough (1949), Radkowski et al. (1954). At present, some practical specifications can be found in standard STANAG 4110 (<http://nsa.nato.int/>). However, the firing events include violent and fast phenomena. After ignition, the projectile is pushed by the propulsive gas. When the projectile enters the barrel, via the forcing cone, the *band* (also called “obturator”, since it seals the gap between the projectile and the bore) begins to take the grooving (if the bore is rifled), which imparts a given spin velocity to the projectile. As the band diameter is slightly larger than that of the bore, the forward motion of the projectile implies a supplementary “pressure” at the projectile position. The mutual actions between the barrel and the projectile are essentially dynamic, and occur for very short durations. In order to have a clear understanding of the projectile-bore interaction, it is essential to take into account the dynamic phenomena such as the band-bore interaction, projectile balloting in the bore, inertial forces between the barrel and the projectile, thermal-mechanical coupling. Strictly speaking, even the pressure load should be able to be obtained by solving the fluid-structure interaction. However, in practice, the pressure is usually considered as given, (known from separate pressure measurements or from internal ballistic numerical codes) for a given system (barrel – ammunition).

Since guns are slender bodies exhibiting flexural responses and radial expansion, a lot of studies based on the theory of beams (for example, Chu (1981), Simkins (1987) or shells (Su et Tadjbakhsh (1991b), Su et Tadjbakhsh (1991a)) interacting with a moving mass or moving oscillators representing the projectile, have been published. In principle, shear stresses due to the projectile rotation can be calculated within the scope of shell theory Su et Tadjbakhsh (1991b). However, since the solution for thick shells of variable thickness is difficult to obtain with the present kind of loads, the working hypothesis lowers the practical values of the results. The main drawback of these works is that they do not permit us to have a realistic enough description of the coupling. In particular, they do not permit us to evaluate stress concentrations. Therefore, such models are not suitable if three dimensional localized responses are sought, but they do provide valuable results if orders of magnitude, or tendencies, are quickly

needed. This is why some numerical codes have been developed using beam models coupled with multi-degree of freedom systems, for example: “Little Rascal”, Erlene et Kregel (1990), “Shogun”, Hopkins (1990), “RAMA” Powell (1992), and “SIMBAD”, designed by D. N. Bulman (see Gast et al. (1998) and Gast et al. (2000) for details about this code and its application to gun dynamics).

The need to simulate localized responses justifies the elaboration of 3D finite element (FE) models. The early models were axisymmetric, Hasenbein et Hyland (1993), Hopkins (1991), Simkins (1987), and developed with commercial FE codes (ABAQUSTM, NASTRANTM, DYNATM); they have permitted the validation of procedures which were elaborated to describe moving pressure fronts and moving projectiles on discretized structures. If the pressure field associated with a certain projectile is supposed given, the location of the pressure front and the pressure field between the front and the breech are then given for each calculation time. The pressure front is considered to be the pressure applied to the base of the projectile. It is necessary to optimize the rising of the pressure when the projectile uncovers a given group of elements at the cross-section through which it passes. According to Simkins et al. (1975), “proportional loading” can be applied: in front of the projectile, the pressure is zero; when the projectile reaches an element, the pressure is proportional to the distance that the projectile has traveled over this element. This implies that a “load curve” has to be defined for each element on the bore. In practice, a group of elements can be defined in order to be submitted to the same load curve when this group of elements is traversed by the projectile. For the computing task, the number of load curves to be defined before launching the solver depends on the required accuracy. In the calculations made by Simkins et al. (1975), the gas pressure alone was taken into account: no projectile was driven in the barrel. Rabern et Lewis (1992) refined the pressure algorithms and applied them to drive kinetic energy projectiles (whose acceleration, velocity and abscissa are deduced from the base pressure) in 120 mm bores. Although the time law giving the projectile position is imposed, all other effects remain unknown, as they are coupling effects. For example, the mutual actions (forces and moments) include inertial terms which are formed with the barrel and projectile, dynamic displacements, velocities, and acceleration but also with static terms which act as excitation terms (namely, the slope and the curvature, the gravity drop, and the straightness defects). Rabern et Lewis (1992) have included such geometrical conditions in their calculations.

Models including the forcing effect when the projectile enters the barrel, friction, the rifling, were developed later. Snyman (1995) studied the introduction of a 155 mm projectile into the forcing cone (only the first 20 mm are meshed) with an axisymmetric model. The pressure in the breech is obtained from experiments; the barrel is made of steel obeying an elastic-plastic law, while the band and the projectile are respectively made of copper and steel and supposed perfectly elastic. Snyman provided results on the friction coefficient when the projectile takes the engraving at the beginning of the barrel. Other studies, Simkins et al. (1990) provide results on the wear of the bands but disregard the effects of the rifling. Experimental results, obtained during real firing tests with 120 mm gun show the onset of large peaks of circumferential strain when the projectile passes at the sensors locations, citehasenbein. If only the gas pressure (at the pressure front) is introduced into Lamé’s formula to calculate equivalent strains, maximum hoop strains are obtained that are much lower than the measured ones. Simkins et al. (1990) also observed the same phenomenon with a 60 mm barrel. Measurements made by Hasenbein et Hyland (1993) in 120 mm and 105 mm guns confirm that the radial expansion of the barrel wall accompanying the projectile may be sufficiently great for the yield stress to be overcome. A detailed study was presented by Andrews (2006), which showed that the radial expansion is influenced by the wear of both the band and barrel. Among the little data concerning medium caliber guns, James et al. published

strain histories measured on a 30 mm gun related to electric “gun design”; three types of ammunition with bands made of nylon or sintered iron, were tested. Ammunition fitted with the sintered iron bands created larger peaks of circumferential strain. The peak strain value may largely exceed the maximum predicted by Lamé’s formula. This general phenomenon might be critical if the thickness of the barrel is to be reduced as much as possible in order to save weight (for aircraft or helicopter guns).

Fatigue represents the phenomena in which damage occurs in a structure due to successively applied loads. In the present case, loads are the stresses associated with the firings. Contrary to classical alternate loading cycles, the present case falls in the class of oligocyclic loads.

The aim of the present work is to put forward a method to predict the reliability of a rifled medium caliber (20 to 40 mm) barrels. The principle of the method is to assess the stress histories in specific locations in the barrel, where these stresses reach maximum values (sometimes exceeding the yield stress).

Numerous firing experiments have been performed with three barrels of 20, 30, and 40 mm caliber, respectively. With each gun type, it has been found that if experimental parameters (driving band material or ammunition temperature) were varied in the same way, the same influences on the maximum strain were observed for every caliber. Experiments with the 30 mm barrels have been used to validate a three-dimensional FE model describing the projectile-barrel interaction. In the simulation, overstrained regions arise in the tube if the combination of pressure and projectile–barrel interaction forces reaches a maximum. In these regions, the stresses are then processed by a fatigue life calculation and a lifetime is evaluated according to a Dang-Van fatigue damage criterion, Bannantine et Socie (1991). In this article, the lifetime calculation method will be analyzed only for the 30 mm caliber. The lifetime calculation method can be applied to the other barrels as well, provided the dynamic stresses are known in specific regions.

The experimental results and the finite element model are presented in section 7.2 and 7.3, respectively. The application and the results of the fatigue analysis are presented in section 7.5.

7.2 Experimental study

7.2.1 Methods

A large number of barrels were used in the present work, whose calibers were 20 mm, 30 mm, and 40 mm. Circumferential strains were measured³ by means of strain gages bonded on the external surface of the barrels, at several locations. The strain gages used were Vishay general purpose gages (reference: VISHAY EA-06-062AP-120/W, operating temperature range from -75 to $+175$ ° C. This set up, using 1/4 or 1/2 bridges, permitted us to characterize the evolution of the response during the movement of the projectile. Bandwidth of the transducers was 100 kHz. Sampling frequency was 1 MHz for each signal. For a given firing, the strains were divided by the maximum recorded strain of this firing. In the numerical results, the strains are normalized in the same way.

In the experimental bench, the 20 mm and 40 mm barrels are clamped (at the breech) and free elsewhere.

Concerning the 30 mm guns, two kinds of barrels were used. These two barrels are labeled 30-A and 30-B, respectively. Barrel 30-A is a specialized tube designed for internal pressure measurements. It is a tapered tube, whose thicknesses are slightly higher than those of the 30-B. Barrels 30-B are those

³. Due to industrial property concerns and for reasons of confidentiality, some numerical data or results (of strains and pressure, or material properties) are not communicated explicitly.

coming from production and are intended for military use. Barrels 30-A and 30-B are not mounted in the same ways: 30-A is like a clamped-free beam while 30-B is clamped at the breech and hinged at approximately $1/3$ of its length.

The remarks about the mounting explain why some vibrations in the measured strains appear on the 40 mm, 20 mm, 30-A (see Fig. 7.1, 7.5, 7.2, respectively), which are much less visible in the 30-B measurements (see Fig. 7.2, and Figs. 7.8 to 7.12).

Various experimental configurations were chosen in order to reveal the influence of the following issues: ammunition type, wear of the barrels, operational temperature.

It was found that for the three considered calibers, each issue had similar influences on the tube response, that is, the tendency followed by the maximum strain values was similar for the three gun models. This results will be demonstrated by the experimental results.

7.2.2 Experimental results

In order to justify why the study was focused on full caliber shells only, the responses of the 40 mm bore when shooting the full caliber shell (or General Purpose Round: GPR) or the Armor Piercing Fin Stabilized Discarding Sabot projectiles (APFSDS), are presented first.

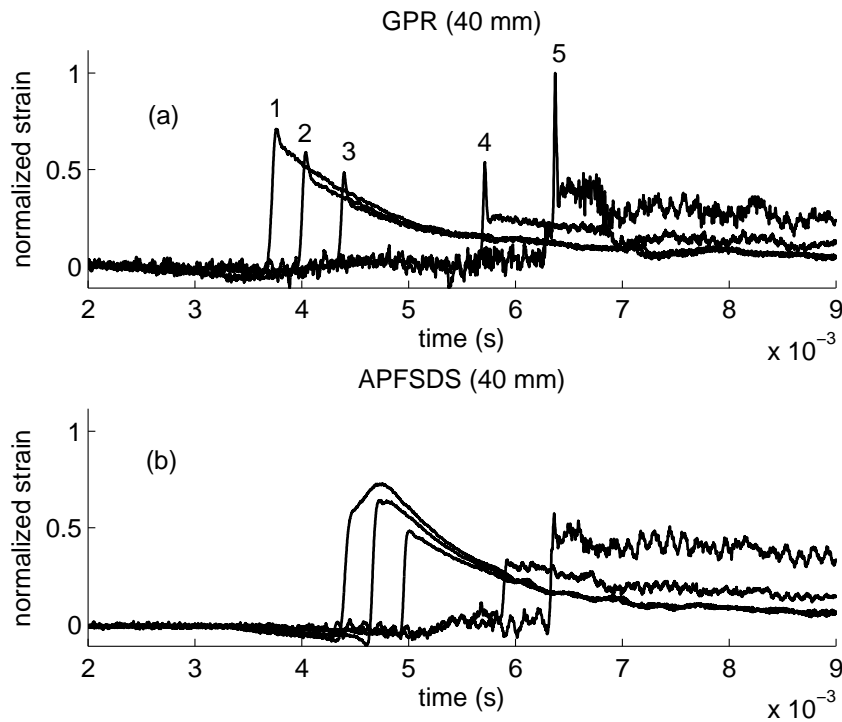


Figure 7.1 – Normalized circumferential strain histories, when firing a full caliber shell (GPR) and an Armor Piercing Fin Discarding Sabot projectile (APFSDS). (40 mm bore).

Typical circumferential strains, measured on the 40 mm barrel, are displayed in Fig. 7.1. The signals which are presented are not filtered. In Fig. 7.1, plot (a) corresponds to a 40 mm full caliber shell (or General Purpose Round: GPR) and plot (b) corresponds to an Armor Piercing Fin Stabilized Discarding Sabot projectile (APFSDS), respectively. The strain gages are bonded on the barrel at distances measured from the barrel's rear section: the time records correspond respectively to normalized distances $0.11L$ (L is the barrel length); $0.17L$; $0.27L$; $0.7L$; $0.93L$.

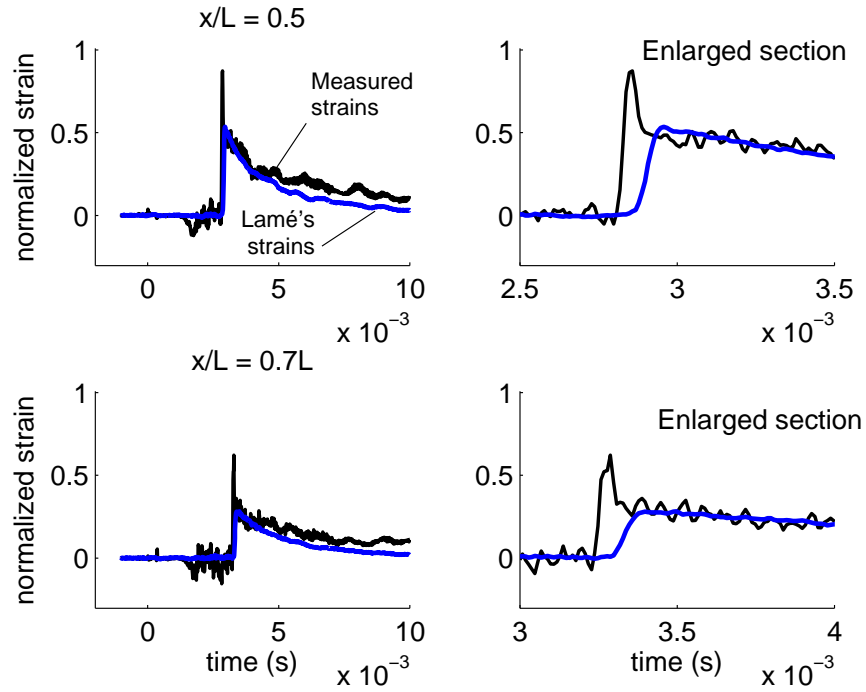


Figure 7.2 – Normalized circumferential strains histories measured at two locations on the tube barrel and strains calculated only from the pressure using Lamé's formula. (30-A barrel).

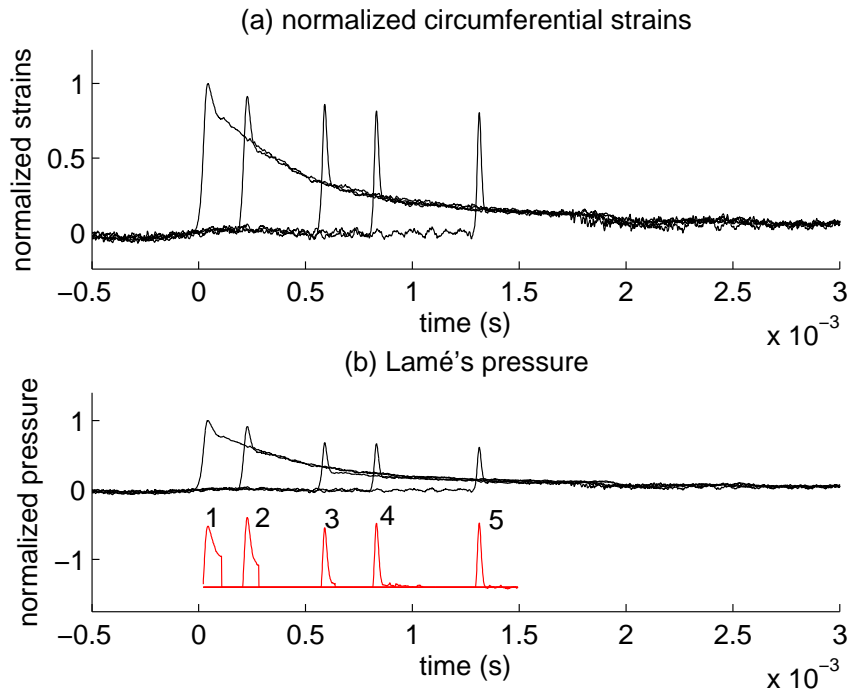


Figure 7.3 – (a) Normalized circumferential strains measured on the 30-B barrel (GPR). (b) Corresponding Lamé's pressure (black) and pressure obtained by subtracting the gas pressure from the Lamé's pressure (red).

To compare the strains generated with the GPR and with the APFSDS, the APFSDS strain of Fig. 7.1 is normalized by the maximum strain of the GPR firing. These plots confirm that the APFSDS shell exerts much less dynamic stress on the barrel than the GPR. At each measuring station, the GPR creates a peaks of strain (numbered 1 to 5, Fig. 7.1 (a)) when its band passes the gage section as described and studied by Andrews (2006) for large caliber guns firing full caliber shells. The strain curves for the APFSDS do not exhibit this peak. Note that the peak value increases when the gage

location approaches the end of the barrel (muzzle) because the barrel thickness decreases.

To confirm the engraving effect occurring with the GPR shell, additional measurements were made on the specialized 30-A barrel, which is fitted with pressure sensors and strain gages. The gas pressure only is used to calculate strains following the classical Lamé's approach, as several authors did previously, see for example Andrews (2006). Lamé's formula for the circumferential stress σ_θ in a thick tube submitted to an internal pressure p is:

$$\sigma_\theta = \frac{2r_i^2}{r_e^2 - r_i^2} p \quad (7.1)$$

where: r_i and r_e are the internal and the external radius, respectively. The strain associated with stress σ_θ (or Lamé's strain) is then:

$$\varepsilon_\theta = \frac{2r_i^2}{r_e^2 - r_i^2} \frac{p}{E} \quad (7.2)$$

where E is the barrel's Young's modulus. Equation (7.2) is used to calculate a circumferential strain ε_θ that would be observed in an infinite tube of the same thickness as the local barrel thickness and submitted to the local internal barrel pressure p . Plots of the measured strains histories at station $0.5L$, $0.7L$, and plots of the Lamé's strains are displayed in Fig. 7.2; at right, enlarged sections help appreciate the difference between the measured strains and the Lamé's strains. Fig. 7.2 shows clearly that the peak strain is not correlated with the gas pressure only.

Using Eq. (7.2), an equivalent pressure (or Lamé's pressure) can also be calculated from the measured circumferential strains. These pressure are presented after being normalized. In the 30-B barrel, the strains ε_θ were measured at various locations: $0.21L$, $0.28L$, $0.45L$, $0.57L$, and $0.8L$; the strain histories are plotted in Fig. 7.3 (a), while the corresponding Lamé's pressures are plotted in Fig. 7.3 (b). If the gas pressure is subtracted from the Lamé's pressure, it is found that the remaining equivalent pressure is nearly constant at every measuring station, as shown in Fig. 7.3 (b), by the peaks numbered 1 to 5. These pressures are the result of the action of the projectile on the bore, which corresponds to the observed peak of the strain histories. When the projectile has moved forward of the gage station, the remaining strain signal in Fig. 7.3 (a) represents the circumferential strains created mainly by the gas pressure.

The strain measurements have clearly demonstrated the effects of the material properties of the band, as shown by the plots in Fig. 7.4. Diagram (a) and (b) are for the sintered iron and the copper band, respectively. The strain gage locations were: $0.19L$, $0.31L$, $0.38L$, $0.75L$. The tube and ammunition temperature was 20°C . As the projectile moves through the barrel, wearing of the band occurs, which is greater for the copper band. Therefore, peak strain values labelled 1, 2, 3, created by bands made of sintered iron (a) are higher than those created by bands made of copper (b). In addition, peak number 4 does not appear at station 4 when using a copper band. If the measured strains are used, the ratio between maximal values 1, 2, 3 and 4 of copper to sintered iron band, are: 1.17, 0.98, 0.82, 0.34, respectively.

Multi-physical studies are necessary to go further, but this does not lie within the scope of the present work.

The influence of the operating temperature of the ammunition is demonstrated by the plots in Fig. 7.5. The barrel temperature is 20°C . The plots correspond to an ammunition temperature of -54°C and 74°C respectively. The peak strain value is higher if the temperature is low.

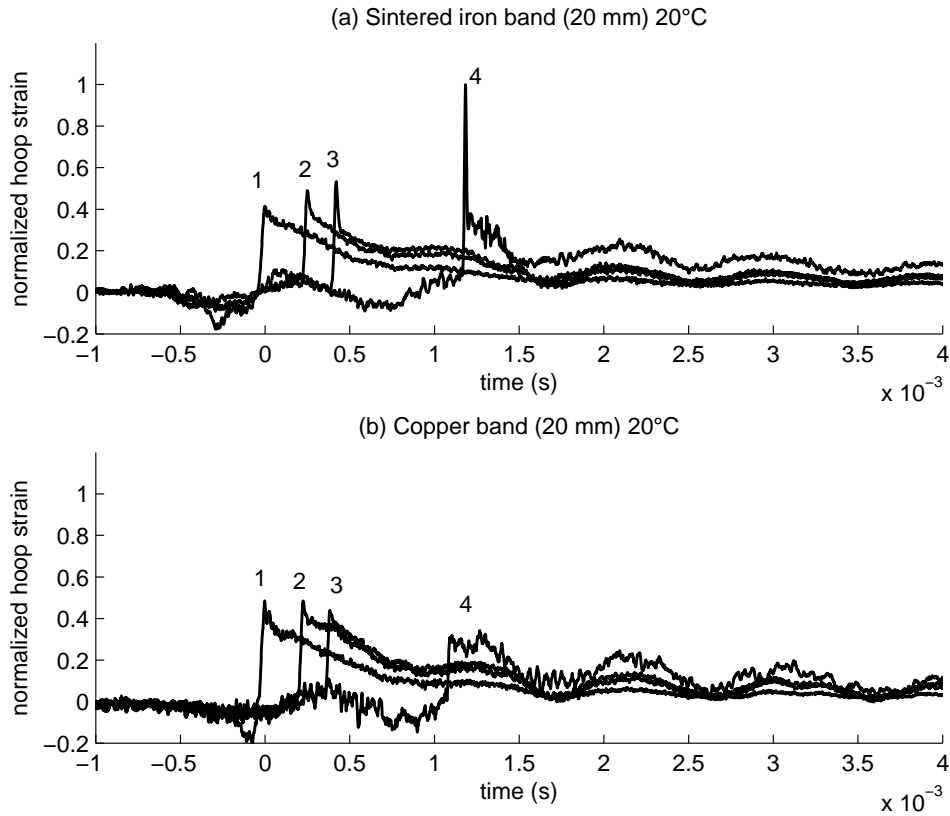


Figure 7.4 – Influence of the material of the projectile band on the strains (20mm barrel).

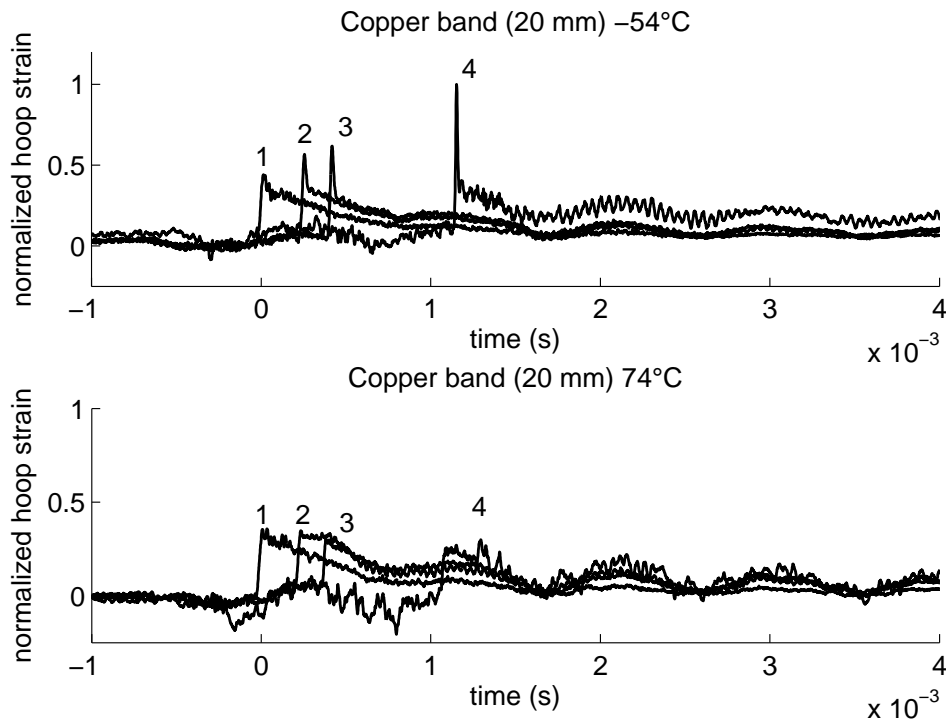


Figure 7.5 – Influence of the material of the projectile band on the strains (20mm barrel).

7.2.3 Measurement of the material properties of the 30-B barrel

The material parameters which are needed for the barrel and for the band are recalled in Table 7.1, Table 7.2, Table 7.3, and Table 7.4. These parameters enter in the definition of Chaboche's material law (Lemaître et Chaboche 2000). To determine these material parameters in the low cycle fatigue domain, tests were performed on cylindrical barrel samples for the present study. The present test operating conditions follow French standard NF A 03-403. Low cycle fatigue means that the number of cycles is less than or equal to 5×10^4 cycles. In the first series of tests, fixed stresses were applied in order to determine the parameter of Basquin's law Basquin (1910). The stress values expressed in per cent of the yield stress were: 80%, 90%, 95%. In the second series, fixed strains were applied in order to determine the hardening curve of the material. The imposed strains were: 0.5%, 0.7%, 1.5%. Alternate traction-compression tests were made on cylindrical samples until failure of the samples was observed. The load is a time dependent force, of triangular shape, of frequency 0.1 Hz, and of minimum-to-maximum ratio equal to -1 .

	Elastic parameters
Young modulus	210 GPa
Poisson's ratio	0.3
Mass density	7800 kg/m ³

Table 7.1 – *Ranges of the 30-B tube elasticity parameters used in the simulations*

	Plasticity parameters
Kinematic hardening modulus	$150 < Ca < 175$ GPa
Kinematic hardening coefficient	$300 < C < 400$
Isotropic hardening parameter	$-160 < Q < -150$ MPa
Isotropic hardening parameter	$170 < b < 190$
Yield stress	$700 < \sigma_y < 800$ MPa

Table 7.2 – *Ranges of the 30-B tube plasticity parameters used in the simulations*

Completely reversed tensile fatigue strength	$500 < \sigma'_f < 600$ MPa
Completely reversed torsion fatigue strength	$300 < \tau_{-1} < 350$ MPa
Fatigue strength exponent β for the Basquin's law	$20 < \beta < 23$

Table 7.3 – *Ranges of the 30-B tube fatigue parameters used in the simulations*

Young modulus	$100 < E < 110$ GPa
Poisson's ratio	$0.2 < \nu < 0.3$
Mass density	$5000 < \rho < 6500$ kg/m ³
Friction coefficient μ	0.13

Table 7.4 – *Ranges of the driving band parameters used in the simulations*

7.3 Numerical model

The simulations are based on a finite element model (FEM) elaborated with the LS-DynaTM software, which is an explicit hydrodynamics software able to manage short and intense transient mechanical events. This code is therefore well adapted for this work. Explicit calculations are made, in order to capture the fast dynamic events of the barrel projectile coupling.

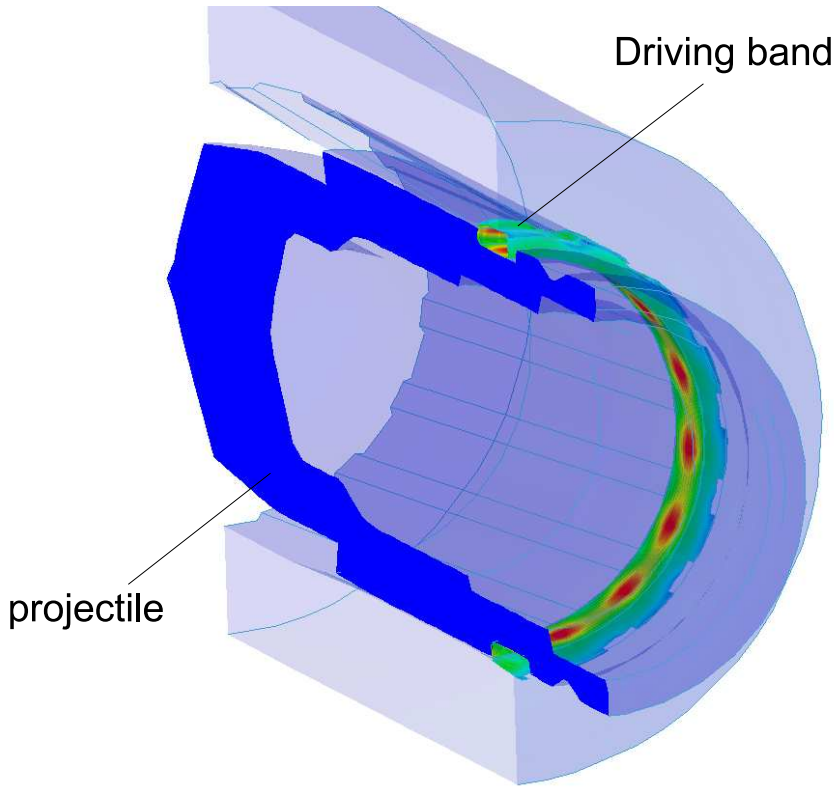


Figure 7.6 – *View of the projectile and driving band at time 1.02 ms, $x/L = 0.21$. The rifling can be seen by transparency (in the band, maximum Von Mises stress in red is 819 MPa).*

The geometrical data, for the barrel, for the rifling, and for the projectile, are obtained from the Computer Aided Design (CAD) data. The barrel is supposed free of straightness defects; gravity droop and corresponding static stresses are taken into account in the calculations.

The projectile is modelled as a rigid body. The projectile is equipped with a band made of sintered iron, which is modelled separately from the rigid projectile.

The band is rigidly connected to the shell, using the Ls-DynaTM card “constrained extra nodes set”.

Mesh of the barrel. The mesh is regular and formed with the LS-DynaTM 8 nodes solid element. Meshing of the grooves uses one element in depth, and two elements in width. To simplify the model,

a constant pitch is chosen. In the actual barrel, this rifling angle increases in order to adapt the torque exerted by the projectile as it is accelerated.

Mesh of the band. Modelling the band is problematic. In real firing, very high and rapid strains may appear in the materials of the barrel and of the projectile when the band takes the engraving. To describe this phenomenon, very fine mesh and small time steps are required, which are not compatible with our simulation because of the rather long duration of the total in-bore travel (several milliseconds). So, the band is meshed pre-rifled, with grooves in front of the corresponding lands of the barrel. This simplification is not expected to lead to significant errors because the obturator material is sufficiently soft (sintered iron), and does not exhibit stiff mechanical properties compared to the barrel and the projectile. The band elements are: LS-DynaTM8 nodes solid element.

Projectile meshing. The elements for the projectile are tetrahedron four nodes rigid elements.

Fig. 7.6 provides a sectional view of the projectile, the band, and the barrel at time 1.02 ms.

Projectile kinematics. The projectile is accelerated by the given base pressure $p(t)$ which imposes the acceleration $a(t)$ as a known function of time t ; since $p(t)$ is given, the projectile abscissa, $x_p(t)$, along the barrel axis is known at all times by integrating twice $a(t)$ with respect to time. Projectile rotation is calculated according to the rifling angle and the distance travelled along the barrel axis. The other dynamic variables (displacements, velocities, accelerations, rotations, etc.) calculated by the FE model are stored for subsequent processing, if needed.

Gas pressure distribution. The pressure of the propulsive gas is given by preliminary internal ballistic calculations which compute the gas dynamics associated with a given ammunition type. Setting up a Fluid-Structure-Interaction simulation, including the propellant gases is too complicated for the purpose of the study. Instead a weak coupling was applied. This approach is generally chosen in gun dynamics. In Fig. 7.7, typical breech pressure and base pressure vs. time are displayed, which correspond to pressures in the 30-B barrel. The third curve is the pressure history at a fixed abscissa x_i along the barrel. The base pressure is applied to the rear section of the projectile. Here, the maximum base pressure is about 300 MPa. At a given time, the pressure distribution between the breech and the projectile base verifies the linear gradient distribution which implies a parabolic function of the axial coordinate x_i . So, behind the projectile, the pressure evolves as a combination of the breech and base pressure, weighted by the projectile location. At an intermediate axial coordinate, x_i , the pressure applied on the bore is 0 before the projectile arrives. When the instantaneous band abscissa coincides with x_i , the pressure climbs rapidly to the instantaneous base pressure applied on the projectile base. This pressure rise is plotted in Fig. 7.7. After reaching the base pressure, the x_i pressure evolves between the breech and the base pressures.

In the numerical model, the pressure rise has been applied progressively. We consider that the barrel is divided into N segments. Each segment is defined by a row of elements, over which the pressure load is applied. At a given time, the pressure is taken as constant over each element row. The times when the projectile band uncovers a given row of elements of the barrel were pre-calculated using the $x_p(t)$ curve, and a specific pressure vs. time curve was defined for this row of elements. As shown in Fig. 7.7, this load-curve starts at 0 when the band passes the lower boundary of the row of elements and reaches

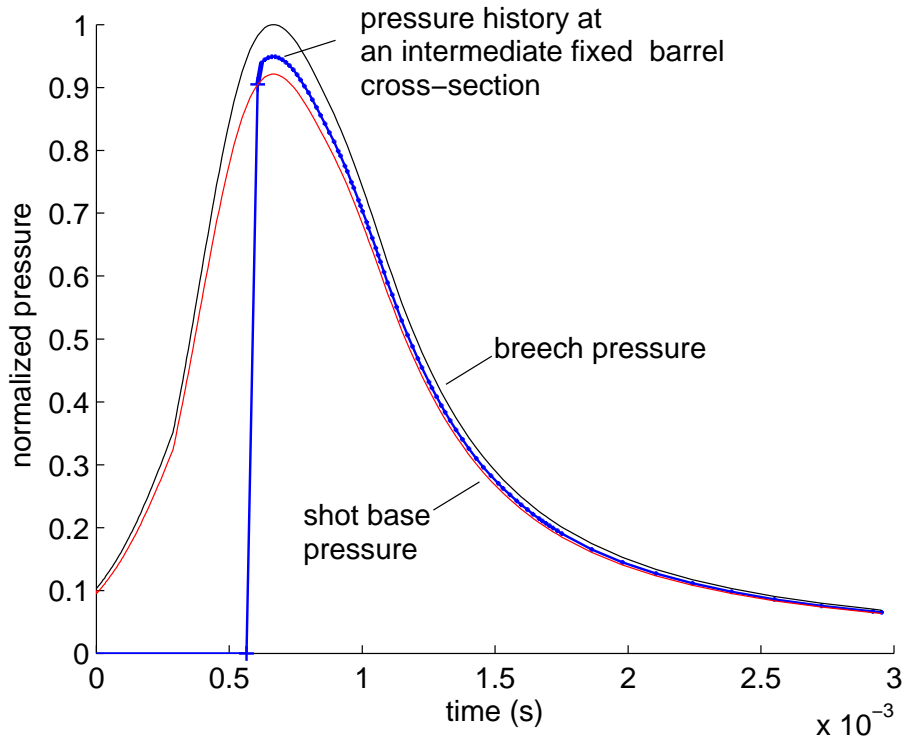


Figure 7.7 – The breech pressure, the shot base pressure and the base pressure in the 30-B barrel firing the GPR.

the base pressure when the projectile passes the upper boundary of the row. In the model, the number N of segments was such that the segment length was 50 mm.

Applying this progressiveness to a sufficiently large number of element rows sufficiently smoothes the rise in pressure and limits the numerical problems.

The procedure of proportional loading chosen to describe the moving pressure front and its rise time was checked using the beam analytical solution published by Langlet et al. (2012). A given punctual force was driven with the same kinematic law over a finite element beam model. The length of the element rows which were loaded was the same as in the barrel model. The results were very close to the beam reference solution presented in Langlet et al. (2012).

Contact logic. At each time, contact logic was verified, according to the penalty method. In fact, this contact is a penalty contact that allows the band to slide along the barrel. The friction coefficient μ was set constant, equal to 0.13, according to specific experimental studies undertaken for the present work. As the contact is governed by a numerical friction algorithm, the contact parameter must be compatible with the friction coefficient μ . This allows us to calibrate the contact force applied to the slave surface and to the master surface with the opposite sign. A large number of simulations were conducted to optimize the contact. The LS-DynaTM card is the “contact automatic surface to surface” required by the friction coefficient μ of the band. It has been found that the choice of the contact type “contact automatic surface to surface” was the best choice for our problem.

Boundary conditions. Clamped boundary conditions are applied to the breech.

From the global to local stress tensor. A facet of an element is said to be in the free surface if its outward normal vector is directed toward the interior of the bore. It is necessary to know the projection of the global stress tensor (in the global system of coordinates) in the local system of coordinates of the free surface of a mesh element of the bore. This computation is to be made for elements located in selected regions for the lifetime calculation, and will provide the tangential stress components in the plane of the element which experiences contact with the projectile band. These stress components will be used to compute the equivalent stresses required in the fatigue life processing.

7.4 Simulation of the barrel response and comparison with test results

A comparison of calculated and measured circumferential strains is presented in Figs. 7.8 to 7.12. The numerical strains of a given firing are normalized with the maximum numerical strain obtained during this simulated firing. The correlation between the numerical and the experimental results can be characterized by the difference of the maximum (peak) numerical strain minus the maximum experimental strain.

For Figs. 7.8, 7.9, 7.10, 7.11, 7.12, these differences are, respectively: 13.6%, -3.8%, -12.4%, -4.8%, -8%. It is noticed that high frequency components appear in the numerical signals. Firstly, these components are related to the discretization procedure of the moving loads (of the pressure front and of the projectile), as discussed by Rabern et Lewis (1992). Secondly, the strains are obtained by calculating numerical derivatives of the displacement fields.

The high frequency components would not have been observed if the results of displacements had been presented. Thirdly, in the numerical tests conducted in section 7.3, it was found that these oscillations were not influenced by the various contact parameters which were tested. Numerical assessment of the influence of these vibrations on the lifetime calculations were made, (see section 7.5.3). Reducing these non-physical vibrations, either by increasing the numbers of load segments (or load curves), or refining the description of the moving loads, brought little benefits to the lifetime evaluation. The conclusion was that modelling the highest stresses correctly was sufficient in the context of this study on the lifetime. Therefore, the present modelling choice was retained so that the agreement with the experimental configuration is such as that displayed in Figs. 7.8–7.12.

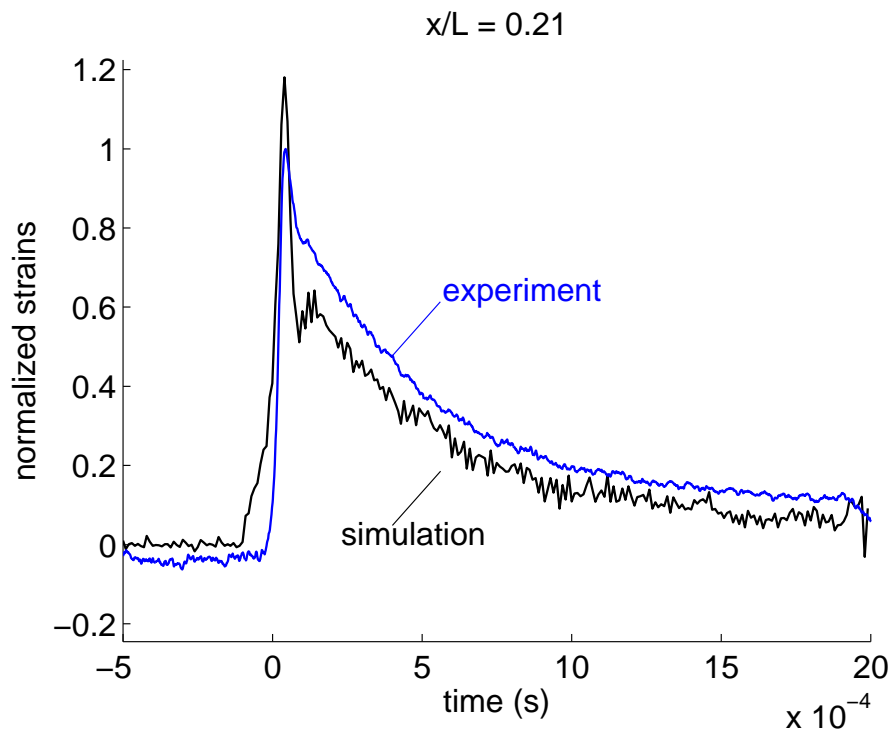


Figure 7.8 – Correlation between the simulation and the experiment at $x/L = 0.21$, 30-B barrel.

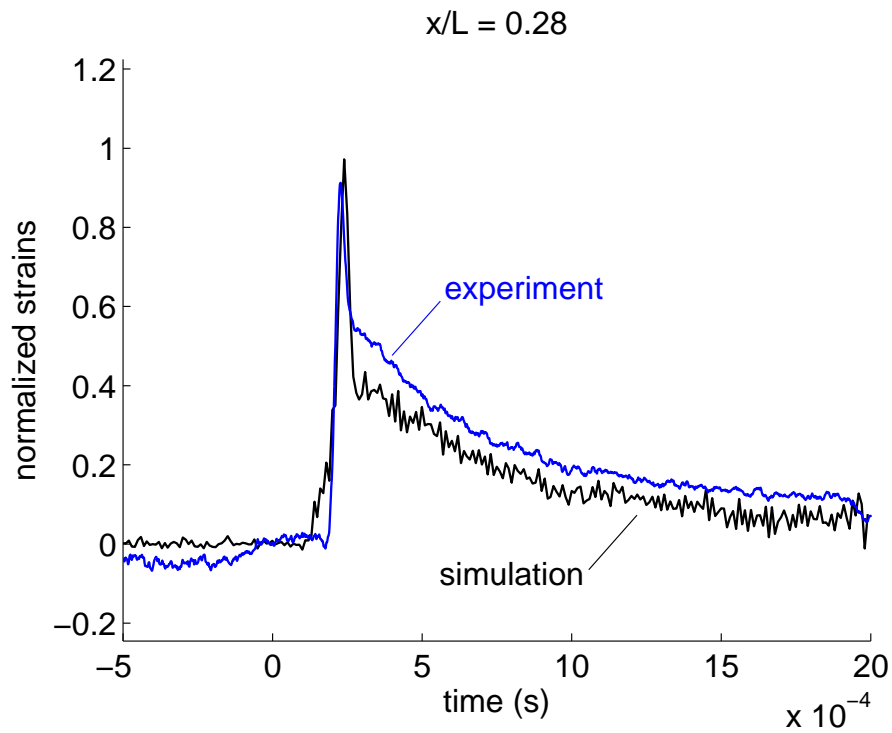


Figure 7.9 – Correlation between the simulation and the experiment at $x/L = 0.28$, 30-B barrel.

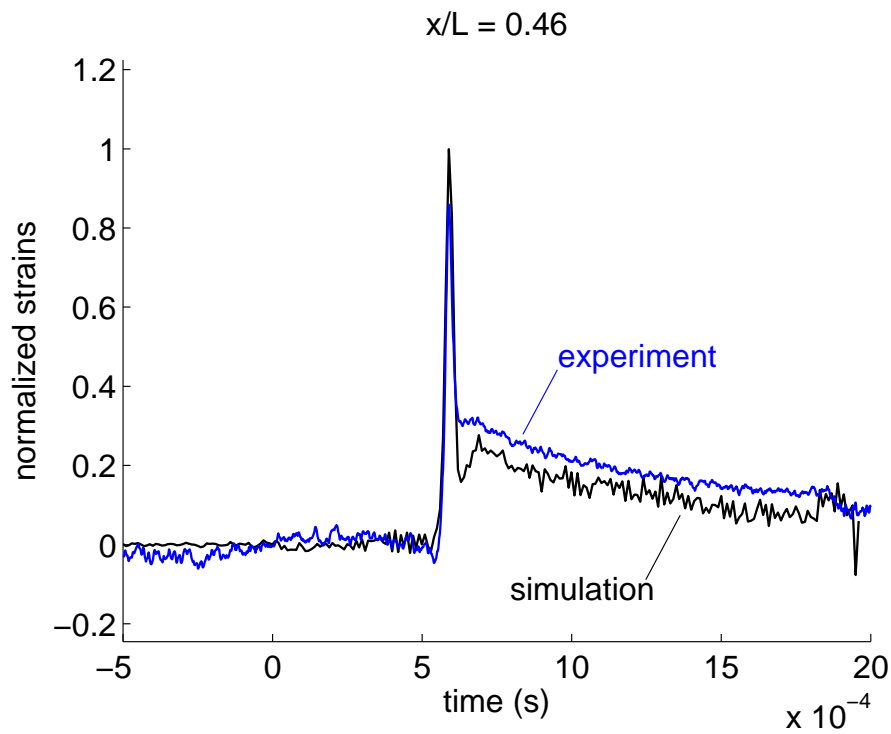


Figure 7.10 – Correlation between the simulation and the experiment at $x/L = 0.46$, 30-B barrel.

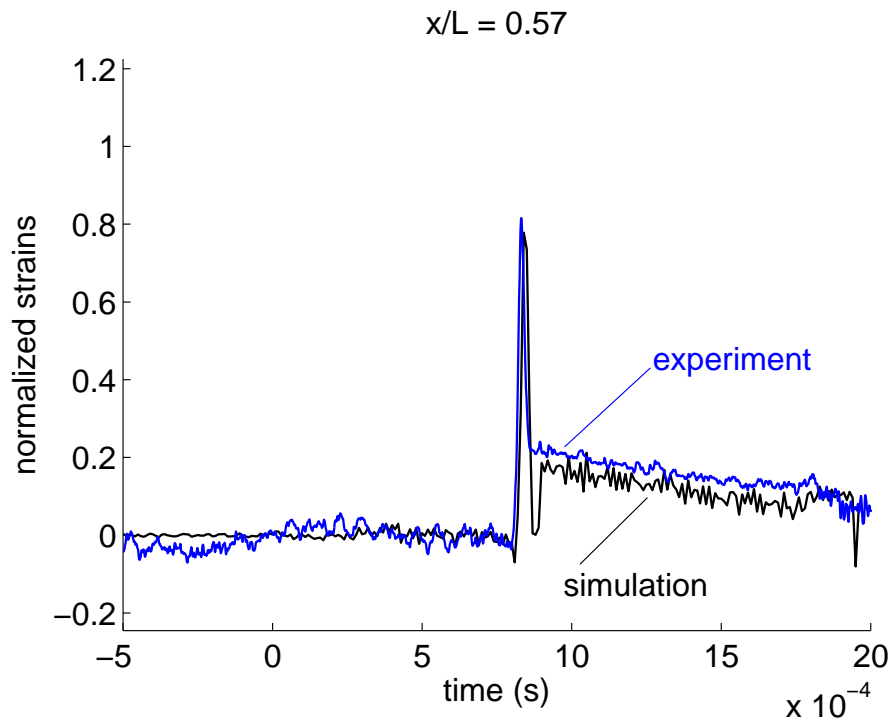


Figure 7.11 – Correlation between the simulation and the experiment at $x/L = 0.57$, 30-B barrel.

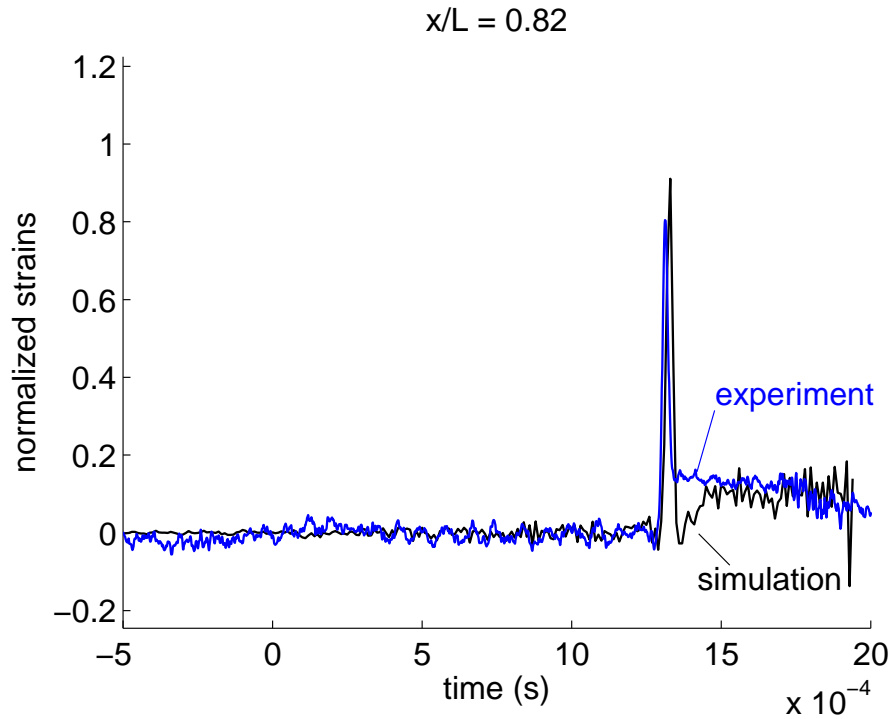


Figure 7.12 – Correlation between the simulation and the experiment at $x/L = 0.82$, 30-B barrel.

The contact force components between the projectile and the bore are plotted in Fig. 7.13 (vs. time of the projectile travel). These components are the normal and tangential forces at one node of the band which is in contact with the bore at the top of one tooth, (i.e. in the bottom of the groove).

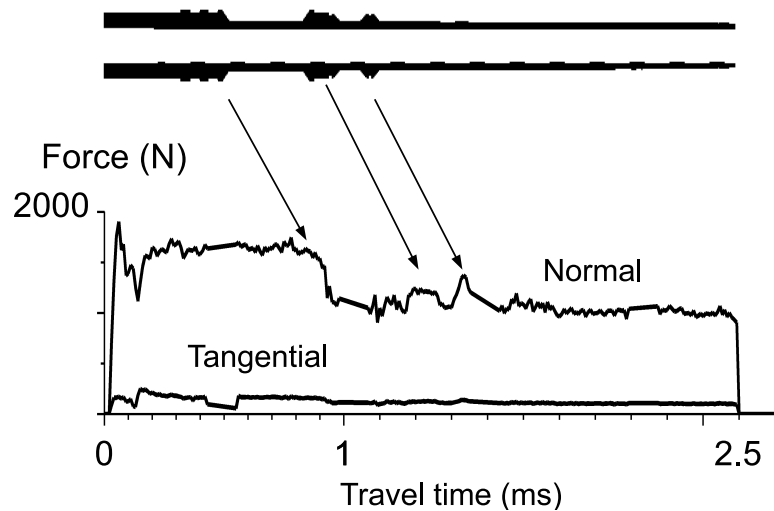


Figure 7.13 – Normal and tangential contact forces components between the band and the bore.

The schematic drawing of Fig. 7.13 also recalls the profile of the barrel thickness variations. The mesh used for the simulations corresponds to converging force values. It is found that the normal force profile closely follows that of the thickness of the gun barrel along the longitudinal axis. Where the thickness is high, the strength of the barrel is high and the passing of the projectile involves higher reaction forces. If the thickness varies slowly, as in the second half part, the normal force is approximately constant, which is consistent with Lamé's elementary approach recalled in section 2 and in Fig. 7.3(b). Note that

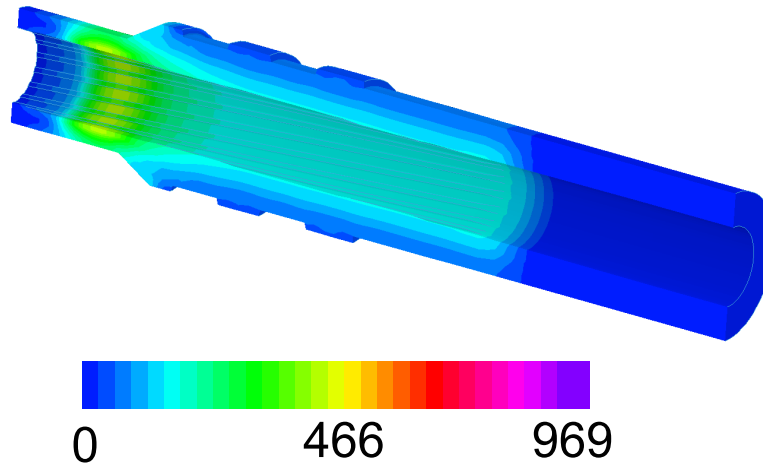


Figure 7.14 – *Von-Mises stresses computed with the pressure load only (time is 1.02 ms, stresses in MPa).*

this force component is not simply related to the gas pressure, but is a coupling variable of the system dynamics. The consistency of the interface force with the measured strains also indicates the correctness of the contact algorithm used. In effect, if mesh distortion had occurred at the contact interface (which is a common issue when contact algorithms are not properly applied), inconsistent values would have been obtained and numerical strains would not have been found consistent with the experimental strains. In addition, it is remarkable that no discontinuities of the force components occurred.

The stresses are three dimensional stresses, as one can see in Fig. 7.14 and 7.15. In the experiment, the strain variations reflect the dynamic stress variations that occur in the barrel thickness. Von-Mises stresses computed with the gas pressure only are drawn in Fig. 7.14, while in Fig. 7.15, they result from the simultaneous actions of the pressure and of the projectile. The projectile action on the tube greatly enhances the stress level in the barrel. The contact between the projectile driving band and the barrel generates the major contribution to the Von Mises stresses. The higher stresses arise in the vicinity of the contact interface between the driving band and the barrel, and, at that simulation step (1.02 ms), the maximum is about 969 MPa. This is more than twice the maximum of 464 MPa obtained with the pressure load only. In addition, the projectile loads are distributed over a small area in which the grooving produces sharp geometrical variations. This is why stress concentrations are expected to occur at some locations in the contact interface. To determine these locations, we analyzed the simulation results, and it was found that highest stress values arise over the internal wall of the barrel, in the bottom of the grooves, as can be observed in the simulation, see Fig. 7.16.

In the breech, plasticity exceeds 1% which is essentially due to the radial stresses in the barrel. In effect, the clamped boundary conditions applied to the breech generate radial stresses when the projectile is expelled and the propulsive gases expand. In the other part of the barrel, the plasticity reaches a maximum of 0.2% at $0.21 L$. This will be considered in the next section.

7.5 Lifetime calculation

7.5.1 Principle of the method

The aim of a fatigue life study is to evaluate the damage accumulation in critical zones of the structure. The first step is to determine the stress histories in these zones (this is done here by the FE model). The second step is to apply a method to determine the number of cycles in the load histories. The third step consists in finding the series of cycles which is equivalent to the stress histories in terms of damage. In the fourth step, an equivalent stress is obtained for each extracted cycle. In the last step, the damage accumulation is calculated using all damage previously obtained. There are numerous methods able to assess fatigue life. They differ by the physical data used in input, the cycle counting method, and by the way in which the accumulation is defined. For example, see: Wang et Brown (1996), Bannantine et Socie (1991), Lagoda et al. (1999).

Here, the lifetime is defined as the number of firings leading to a certain damage criterion. Repeated high dynamic stresses in the barrels may induce fatigue cracks. One aim of this study is to quantify the influence of the load on the lifetime of the barrels. The highest stresses accompany the projectile's displacement. In particular, they produce the peak of strain in the experimental records. The three dimensional model of the barrel dynamics enables us to assess the stresses in the grooves which represent geometrical discontinuities, where stress concentration occurs. Therefore, fatigue cracks are expected to appear in these highly constrained regions. It is in the bottom of the grooves that these concentrations appear to be the highest. These regions are called *regions of interest*, (ROI).

The method is based on a local approach which implies that the time histories of stresses can be known in regions of interest. The method which is adapted to medium caliber barrels in the present work has been previously published by Petitpas (2005) and Labesse-Jied et al. (2003). The elasto-plastic material law used is the nonlinear model Lemaître et Chaboche (2000). This material model made it possible to take into account two kinds of hardening: kinematical hardening and isotropic hardening.

If the dynamic stresses exceed the material yield stress, the resulting plasticity cuts off the stress

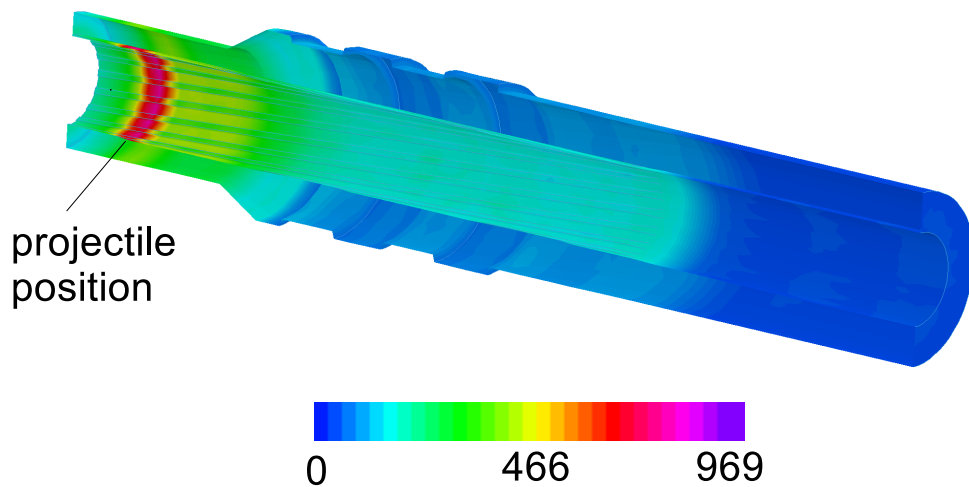


Figure 7.15 – Von-Mises stresses computed with the pressure load only (time is 1.02 ms, stresses in MPa).

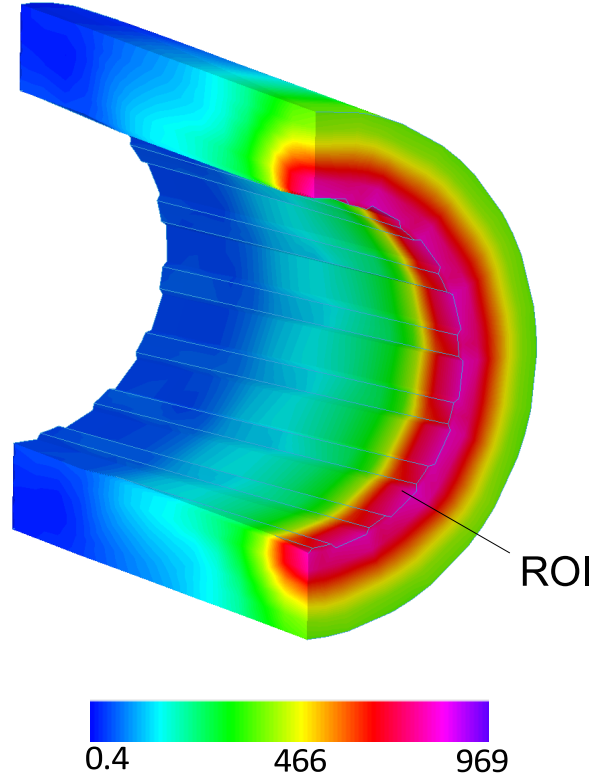


Figure 7.16 – Enlarged section showing the stresses in region of interest where the grooves and the driving band are in contact (time 1.02 ms, stresses in MPa).

magnitude and shifts the following cycles towards a non-zero stress level. Therefore, plasticity modifies the damage kinetics. The Dang-Van fatigue criterion is used. It is a critical plane criterion. On each plane on which damage may occur, a Rainflow count based on the shear stress enables us to extract the cycles (in the context of industrial applications, standards may be used to help traceability procedures). For each extracted cycle, the criterion is calculated by combining the shear stress amplitude and the maximum hydrostatic stress encountered during the cycle. Damage to the plane associated with each cycle is calculated according to Miner's law which uses the fatigue curve of the material expressed here in the form of Basquin's law Basquin (1910), Allegri et Zhang (2008).

On the facet defined by its normal unit vector \vec{n} , and for the i^{th} cycle k_i , the equivalent fatigue stress, $\sigma_{fat}^{\vec{n}}(k_i)$ is defined from the Basquin's law. The total damage $d^{\vec{n}}$ is the sum of all the damage calculated from the extracted cycles:

$$d^{\vec{n}} = \sum_{k_i} d^{\vec{n}}(k_i) = \sum_{k_i} \frac{1}{\left[\sigma_{fat}^{\vec{n}}(k_i) / \sigma'_f \right]^{1/\beta}} \quad (7.3)$$

where σ'_f and β are the Basquin's law parameters.

Then, the facet over which damage is maximal is retained for the definition of the maximum damage, d :

$$d = \max_{k_i} d^{\vec{n}} \quad (7.4)$$

The lifetime is the ratio of the load duration T to the damage:

$$\text{lifetime} = \frac{T}{d} \quad (7.5)$$

7.5.2 Application to tube samples

In order to validate the theoretical method – Petitpas (2005) and Labesse-Jied et al. (2003)– that will be applied to the barrels, numerical simulations of the present traction-compression tests were performed using the ABAQUSTMFE software. One end was clamped; the driving force was applied to the other end. The highest stress values occurred in the centre of the sample. From the stress histories in the region of interest, the calculated lifetime was of 364 cycles of loading. The failure of the samples on the experimental bench was observed in the interval of 311 – 383 cycles. To summarize, the chosen lifetime calculation method is expected to provide acceptable results concerning the lifetime of the barrels, and hence, their reliability.

7.5.3 Application to the barrel

First, the response of the barrel to the gas pressure alone is computed. Secondly, the total load, including that of the gas and that of the projectile, is applied. This calculation in two stages allow us to demonstrate the effects of the projectile load on the lifetime of the barrel.

In the 30 mm rifled bore modelled in section 7.3, the most significant stresses appear in the bottom of the grooves. Regions of interest have been identified, as shown in Fig. 7.16. The lifetime calculation is applied to these selected regions, at different locations along the barrel, respectively: $0.21L$, $0.28L$, $0.45L$, $0.57L$, from the breech.

If the barrel is only subjected to the gas pressure, the shear stresses are of minor amplitude if compared with the circumferential stresses. If the load includes the pressure and the interaction with the projectile, the circumferential stresses are greatly enhanced by the band effect. In addition, substantial shear stresses appear due to the rotation of the projectile imparted by the grooving, which creates a torque at the interface of the band and the barrel. The greater the torque, the greater the shear stress at the interface.

A longer lifetime is thus expected when the load is the gas pressure alone rather than when the lifetime is calculated with the complete load. The lifetime results expressed in numbers of cycles (or firings) are presented in Table 7.5.

Zone	Element	Gas and Projectile	Gas only
Plastification zone (breech)	Top of groove	2.46×10^6	1.84×10^{21}
	Bottom of groove	4.61×10^7	2.01×10^{21}
$x/L = 0.21$	Bottom of groove	2.67×10^4	4.61×10^{10}
	Top of groove	1.25×10^8	1.84×10^{15}
$x/L = 0.28$	Bottom of groove	4.90×10^5	9.90×10^{13}
	Top of groove	6.94×10^9	1.67×10^{18}
$x/L = 0.45$	Bottom of groove	3.15×10^6	3.72×10^{18}
	Top of groove	2.69×10^9	4.39×10^{22}
$x/L = 0.57$	Bottom of groove	8.00×10^8	5.85×10^{20}
	Top of groove	2.21×10^{12}	7.35×10^{24}

Table 7.5 – *Predicted lifetime (number of firings) at the regions of interest in the barrel.*

In the breech, the top of the grooves have a lifetime ten times less than that of the bottom of the grooves. The lifetime is not minimum where maximum plasticization occurs ($> 1\%$ in the breech). In effect, in this zone, shear stresses do not reach significant magnitudes if compared with the circumferential stresses (from the gas) and the compressive stresses (coming from the clamped boundary conditions applied to the breech).

The lifetime is determined by the lowest value which is obtained at $0.21L$ from the breech, and in the bottom of the grooves, that is: 26700 firings. At this location, the torque load and the radial load from the projectile have reached significant values and are combined with the gas pressure load. The bore appears to be the most constrained by the total load at this location.

In practice, the minimum lifetime value is expected to be less than the theoretical one. The reason is that additional physical phenomena are not taken into account by the present model. Among these are: crack initiation, thermo-mechanical coupling, and wear associated with chemical effects. The interaction torque tends to push aside the lips of cracks and so doing strongly decrease the lifetimes of the barrels. Also, crack initiation will be made worse by the barrel wear.

7.6 Conclusion

The following results of this work are to be highlighted:

- A realistic 3D model of the barrel-projectile coupling has been developed for medium caliber barrels.
- Large numbers of strain measurements obtained during firings tests show good agreements with the simulations.
- Based on localized stresses appearing in the most constrained zones, a lifetime assessment of the tube is achieved, which is consistent with real observation of the behaviour of the systems under consideration.

The measurements of circumferential strains clearly reveal the dynamic inflation of the barrel when the projectile passes through. At this time, few results are available concerning the consequences of this phenomenon. The present study was dedicated to the consequence of this forcing action of the projectile. In reality, the stress field in the barrel is complicated due to combination of the gas pressure and of the mechanical actions. The mechanical part of the load has been obtained by 3D FE simulations which are the major contribution of this work. The numerical model includes: (i) CAD geometry with rifling of constant angle; (ii) material parameters determined by tests; (iii) projectile modelled as a rigid body but equipped with a deformable band; (iv) realistic contact logic at the band-bore interface. Simulations allowed the combined effect of the gas pressure and of the forcing effect and torque to be assessed. The highest load occurs where this combination reaches a maximum. It has been demonstrated that the gas pressure and the projectile actions must all be taken into account in the fatigue design of barrels. The coupling occurring at small scale (that of geometrical discontinuities) governs the reliability of the whole structure.

Acknowledgment

The authors would like to thank the company Nexter Systems for assistance in the firing tests and the ANRT (Agence Nationale pour la Recherche et la Technologie) for the financial assistance to the present work.

Partie II

Interaction fluide-structure

Chapitre 8

Introduction à la partie II

L'interaction fluide-structure peut prendre des formes très variées. Celle que nous étudions se résume à la réponse d'une plaque en contact avec un liquide lorsqu'un chargement se déplace sur la plaque. Le choix de ce modèle physique (et mathématique!) se justifie par les résultats et conclusions de portée générale auxquels il permet d'aboutir.

Ce problème lui-même peut être traité avec un large choix d'hypothèses, notamment quant à la gamme des vitesses avec lesquelles le chargement se déplace, les amplitudes du chargement, et les propriétés des matériaux et des liquides considérés. Le chargement traité ici est celui de la détonation. La pression extérieure est caractérisée par un temps de montée très rapide et une évolution dans le temps et l'espace. L'onde de choc peut se déplacer à plusieurs milliers de mètres par seconde et présente un front extrêmement brutal, ressemblant à une discontinuité de pression. Dans des temps très courts, l'hypothèse des petites perturbations peut-être appliquée, ce qui permet d'élaborer des modèles linéaires. Par contre, ici, tout modèle devrait pouvoir décrire des très petites longueurs d'ondes et fréquences élevées. Pour cette raison, les hypothèses de Timoshenko sont retenues pour la plaque. Le fluide, quant à lui, est traité par les équations de l'acoustique linéaire. La prise en compte de la compressibilité est rendue nécessaire par la rapidité du chargement.

Déterminer le chargement revient à connaître le champ de pression spatio-temporel qui vient s'appliquer sur la structure : c'est un problème en soi, qui nécessite des compétences en modélisation « CFD »¹, et en détonique expérimentale. Pour étudier la réponse des structures aux détonations, une certaine connaissance des champs de pression est nécessaire. En effet, même si la réponse de la structure est généralement découplée du mouvement des ondes de choc, *la maîtrise des pressions de détonation, comme chargement parfaitement maîtrisé, en requiert une connaissance élémentaire*. C'est pourquoi le **chapitre 9** fait un rappel des résultats établis antérieurement au laboratoire de Bourges, notamment par Desrosier et al. (1991) ou Brossard et al. (1995), puis plus récemment par nos travaux : (Langlet et al. 2014a) et Pannetier et al. (2015). Retrouver expérimentalement ces chargements fut le préalable aux études menées par Grégory Girault (2006). La modélisation des ondes de choc par un calcul direct offre des perspectives de modélisation plus complète du couplage fluide-structure. En effet, le défi est de décrire un *couplage fort*, c'est-à-dire où la réponse de la structure est couplée non seulement au liquide (celui confiné dans un réservoir par exemple) mais aussi à l'onde choc. C'est pourquoi des simulations numériques des ondes de choc réalisées en 2012 et 2013 sont aussi présentées dans le chapitre 9 ; elles correspondent au cas expérimental traité pendant la thèse de Grégory Girault.

1. *Computational Fluid Dynamics*

Le **chapitre 10** est consacré à une étude analytique de la réponse de la plaque couplée au liquide. Pour traiter analytiquement le problème et dégager des conclusions générales, nous avons déterminé la réponse du système à un échelon de pression représenté par une fonction de Heaviside. Ici, la dimension du système est infinie, ce qui correspond à une situation réelle où les ondes ne sont pas perturbées par les limites du système. La résolution analytique est effectuée avec les hypothèses de stationarité. Lorsque l'on recherche les ondes harmoniques dans le système, une équation de dispersion peut être établie, permettant de relier la vitesse de phase à la pulsation. Une même pulsation peut posséder plusieurs vitesses comme l'a montré Miklowitz (1980). Si une plaque infinie est soumise à une excitation périodique, la réponse (après la disparition des mouvements transitoires) se compose d'une superposition d'ondes harmoniques, chacune se déplaçant à sa propre vitesse. Si le système est soumis à un chargement uniforme, se déplaçant à vitesse constante, le problème est quelque peu différent. En effet, dans ce cas, le chargement impose la vitesse de phase de la réponse, mais pas sa pulsation : si une solution stationnaire existe, sa vitesse de phase est égale à celle du chargement. C'est pour cette raison que, pour formuler la réponse stationnaire, la vitesse de phase doit au préalable être imposée dans la relation de dispersion, avant que la résolution ne fournisse les pulsations correspondantes. L'équation de dispersion des poutres de Timoshenko révèle deux vitesses caractéristiques : c_s et c , Eq.(3.29) et Eq.(3.28). Selon la valeur de la vitesse du chargement relativement à c_s et c , les réponses mécaniques sont complètement différentes comme l'a montré Felszeghi (1996).

La réponse linéaire du système plaque-liquide va révéler des caractéristiques analogues à celles des poutres. En particulier, la sensibilité à la vitesse du chargement. La réponse transitoire approche « asymptotiquement » la réponse stationnaire, comme nous l'avons vu pour les poutres au chapitre 4. De plus, la partie stationnaire de la réponse est d'autant plus importante que la vitesse du chargement est élevée et que l'étendue du système est grande. Grâce à cette remarque, les résultats analytiques stationnaires peuvent servir de référence pour valider les algorithmes numériques de simulations. C'est ce que nous proposons dans le **chapitre 11**.

Chapitre 9

Quelques éléments sur les chargements de pression créées par les détonations

9.1 Introduction

Une explosion est définie comme la libération rapide d'une énergie contenue dans un volume limité et capable de produire une onde de souffle. Suivant les conditions initiales (température, pression, composition du réactif explosif, énergie d'amorçage) et la configuration géométrique (milieu ouvert ou fermé, présence ou non d'obstacles) deux régimes d'explosion peuvent survenir : la *déflagration* ou la *détonation*.

La déflagration produit une onde de souffle qui se propage à une vitesse sonique et génère une surpression faible de quelques bars. L'écoulement du fluide associé à une déflagration est généralement non-déterministe et ne présente pas de caractère reproductible. La détonation, au contraire, produit une onde de choc supersonique et la surpression engendrée peut atteindre plusieurs dizaines de bars. Il s'agit du mode d'explosion le plus violent en terme de vitesse et de surpression.

Les pressions associées aux détonations sont extrêmement reproductibles. La Fig. 9.1 présentant les signaux de pressions donnés par 4 capteurs pour 6 explosions consécutives illustre cette reproductibilité (d'après Langlet et al. (2014a)).

La probabilité d'apparition d'une détonation est plus faible que celle d'une déflagration (Lannoy 1984) mais la détonation est le phénomène le plus contraignant pour les structures en terme de surpression : il s'agit du phénomène pris en compte dans la majorité des études sur les risques d'explosion en milieu industriel, (Trélat 2006).

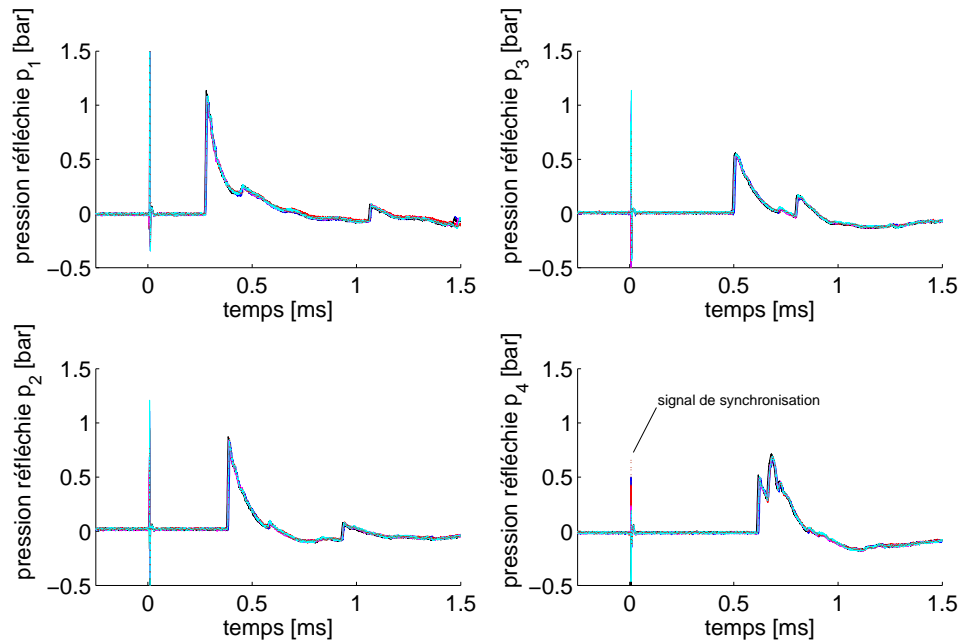


Figure 9.1 – Illustration de la reproductibilité des expériences avec les détonations. Chaque graphe montre les pressions de 6 essais différents mesurées à des distances croissantes d’une explosion dans les mêmes conditions (Langlet et al. 2014a).

Les matériaux énergétiques, susceptibles de détonner, se présentent soit sous forme solide (comme le trinitrotoluène ou TNT) soit sous forme d’un mélange gazeux carburant – comburant (comme le mélange hydrogène – oxygène). Pour tenter de comparer les détonations entre elles, une équivalence entre les effets de surpression a été proposée. L’idée est qu’il est possible, à partir de la détonation du TNT, d’obtenir les mêmes effets de surpression que ceux obtenus lors d’une explosion accidentelle. Cette équivalence est calculée en déterminant la masse de TNT qui, en détonant, engendrerait le même champ de surpression que celui généré lors de l’accident.

Les explosions sont des phénomènes qui dépassent souvent l’échelle du laboratoire. L’application des lois de similitudes (géométriques et énergétiques) permet de réaliser les études à échelle réduite. Ces lois existent en détonique et ont permis de réaliser de nombreuses études en laboratoire. Les échelles de temps caractéristiques dépendent de l’échelle de la structure et de la quantité d’explosif. Les travaux de Baker et al. (1973) permettent de quantifier la loi de similitude qui associe les lois d’échelles énergétiques (loi de Hopkinson-Cranz) et la dynamique linéaire des structures. Hors transformation des structures lors de l’application des chargements, la réponse est généralement linéaire. Dans ce cas, le cadre formalisé par les travaux de Baker et al. (1973) et les résultats acquis au laboratoire à Bourges par Brossard et al. (1995) ou Desrosier et al. (1991), sont très utiles pour dimensionner les expériences à échelle réduite. Dans nos études expérimentales, le temps total d’observation des réponses dynamiques est de l’ordre de la milliseconde. La vitesse avec laquelle le chargement se déplace sur la structure est variable (décroissante), allant de plusieurs milliers de m/s, à quelques centaines de m/s.

Un objectif fondamental dans la maîtrise des risques liés aux explosions en milieu industriel est de pouvoir déterminer la surpression appliquée aux installations. Mais les géométries souvent complexes ainsi que la propagation et la réflexion de l’onde de choc sur les structures font qu’il est impossible de déterminer analytiquement le champ de pression agissant sur les structures. Il est de plus difficile d’obtenir ces champs par la simulation numérique directe.

Une plaque est un élément très fréquemment rencontré dans les structures. Ce sont les plaques, par

leurs surfaces, qui vont multiplier les effets de surpression. Par conséquent, c'est sur ce type de structures que l'onde de choc va exercer les efforts dynamiques les plus importants. Ceci justifie les nombreuses études ayant porté sur la réponse des plaques. On trouvera une revue de ces études dans l'article de Rajendran et Lee (2009).

La pression engendrée par une détonation en champ libre est dite *pression incidente*. Lorsqu'un obstacle se trouve face à la détonation, la pression est modifiée par sa présence. Un capteur dont la face sensible est placée dans le plan tangent à l'obstacle mesure la *pression réfléchiée*. L'article de Brossard et al. (1995) a apporté des éléments de compréhension concernant les valeurs de pression réfléchiée par un plan rigide. A partir d'un grand nombre d'essais, ces auteurs ont proposé des expressions analytiques du champ de pression réfléchiée, mesuré sur une surface plane et issu de la détonation aérienne d'un mélange gazeux stoechiométrique propane – oxygène¹.

Ce chapitre a d'abord pour but de rappeler certains résultats déjà acquis au laboratoire par Brossard et al. (1995) sur les pressions générées par les détonations. Ces résultats ont été utilisés dans l'étude du couplage fluide-structure (chap. 11). Ensuite, on montrera dans la section 9.3 comment l'application de codes numériques permet d'obtenir la pression par une simulation directe. Les limites de l'approche numérique pure seront discutées dans le chapitre 11.

9.2 Pression réfléchiée par une surface plane : résultats expérimentaux obtenus à Bourges

Nous allons nous limiter aux détonations aériennes de mélanges gazeux propane – oxygène, car ce sont celles-ci qui seront traitées dans la suite du mémoire. Ces détonations donnent naissance à des ondes de choc caractérisées par une distribution spatio-temporelle des grandeurs physiques.

Le mélange propane – oxygène est contenue dans une bulle de savon qui assure un confinement quasi « immatériel ». Pour amorcer la détonation, on charge avec une tension de 7500 V un condensateur de 8 μF . La décharge très rapide de ce condensateur crée un courant électrique intense qui permet la vaporisation d'un fil de cuivre situé à l'intérieur du gaz. Cette technique du « fil explosé » produit suffisamment d'énergie (environ 55 J) pour amorcer la détonation du mélange gazeux. On peut rappeler que la libération du courant de décharge est mis à profit pour produire un signal de synchronisation (définition du temps zéro), lequel est visible sur les Fig. 9.1 et 9.3.

La combustion s'accompagne d'une propagation de flamme dans le mélange réactif. Cette flamme constitue le front de l'onde de détonation et se déplace à la vitesse constante de Chapman–Jouguet, notée V_{CJ} . Pour le mélange propane–oxygène, elle est égale à 2360 m/s. Au contact du milieu ambiant (ici de l'air), l'onde de détonation transmet dans l'atmosphère une onde de choc sphérique. L'onde de choc est assimilable à une discontinuité de pression qui se propage radialement à travers l'air, avec une symétrie sphérique.

Pour quantifier la pression réfléchiée sur une structure, il est nécessaire de définir les positions pour lesquelles la pression est calculée. Soit d_n la distance normale séparant le centre d'explosion de la structure. Le point A est repéré par sa distance réduite

$$\lambda = \frac{d}{\sqrt[3]{E_0}} \quad (9.1)$$

et l'angle d'incidence α , comme le montre la Fig. 9.2. E_0 représente l'énergie du mélange gazeux contenue

1. $C_3H_8 + 5O_2$, masse volumique et énergie spécifique (à 20 °C) : 1.414 g/cm³, 14.16 MJ/m³.

dans la sphère de rayon r_b . Le signal de pression caractéristique, enregistré en un point A d'un plan

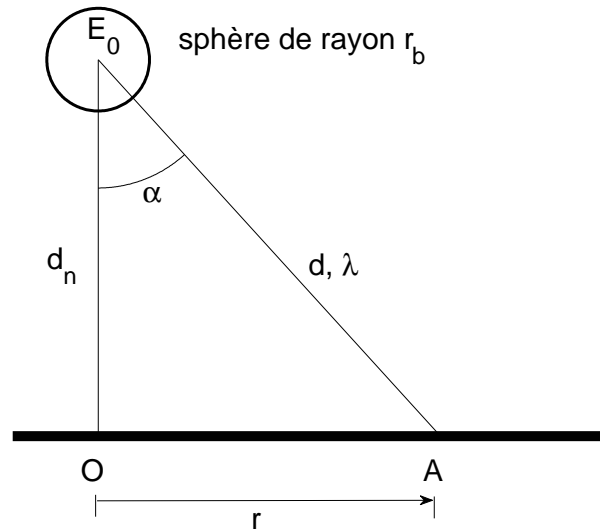


Figure 9.2 – Paramètres de la détonation face à un plan.

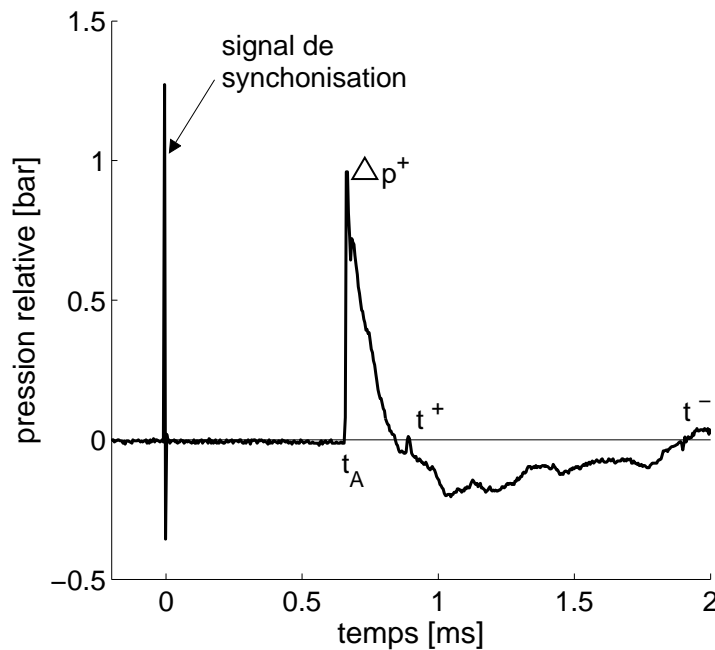


Figure 9.3 – Courbe temporelle de la pression réfléchiée en un point d'une structure.

(Fig. 9.2), est représenté dans la Fig. 9.3. Les ordres de grandeurs des pressions et des temps sont ici typiques des expériences que nous avons menées, c'est-à-dire avec des énergies représentant des quantités de TNT de au plus 1 gramme.

Après un certain délai, appelé « temps d'arrivée », et noté t_A , au passage de l'onde au point A, la pression s'élève brutalement à son maximum avec, dans nos expériences, un *temps de montée* inférieur à 3 micro-secondes. Ensuite, la pression s'affaiblit et diminue jusqu'à la pression ambiante. Une phase de dépression apparaît pendant laquelle la pression diminue jusqu'à son minimum. La pression remonte

alors jusqu'à la pression ambiante. On estime que la durée de la phase de dépression est sensiblement égale à trois fois la durée de phase de surpression.

L'histoire de la pression réfléchiée au point A (fig. 9.2) est modélisée par une fonction sinusoïdale très amortie dont l'expression, proposée par Delaroche (1983), est la suivante :

$$p(t) = \Delta p^+ \frac{\sin\left(\pi \frac{t - t^+}{t^-}\right)}{\sin \pi \frac{t^+}{t^-}} e^{-kt/t^-} \quad (9.2)$$

Dans cette formule, Δp^+ représente la surpression maximale, k est le facteur d'amortissement, t^+ et t^- sont les durées des phases de surpression et de dépression. Cette relation nécessite aussi la connaissance du temps d'arrivée t_A de l'onde au point A. Ce paramètre représente le temps nécessaire à l'onde pour parcourir la distance d (fig. 9.2).

A partir d'essais expérimentaux, Brossard et al. (1995) ont proposé des fonctions polynomiales de *lissage* faisant intervenir l'angle d'incidence α (exprimé en degrés) pour calculer la valeur des six paramètres Δp^+ , k , t^+ , t^- et t_A . Ces formules, maintenant bien connues, sont rappelées ci-dessous.

L'expression de la surpression Δp^+ est :

$$\Delta p^+ = p_0 \exp \left[A_0 + A_1 \ln \lambda + A_2 (\ln \lambda)^2 \right] \quad (9.3)$$

(p_0 est la pression ambiante).

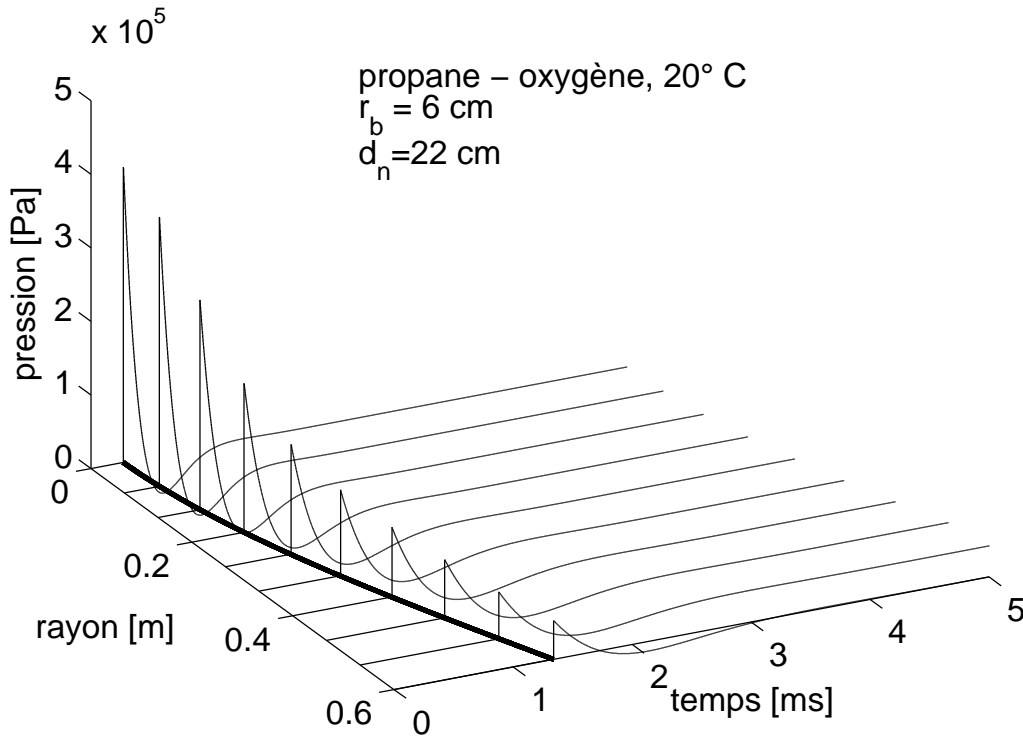


Figure 9.4 – Pression sur le plan face à la détonation, d'après Brossard et al. (1995).

Avec les termes :

$$A_0 = 1.253 - 4.670 \times 10^{-3} + 8.619 \times 10^{-5} \alpha^2 - 2.235 \times 10^{-6} \alpha^3 \quad (9.4)$$

$$A_2 = 0.32 - 2.04 \times 10^{-3} \alpha \quad (9.5)$$

$$A_1 = -2.193, \quad \alpha < 44^\circ \quad (9.6)$$

$$A_1 = -3.315 + 2.550 \times 10^{-2} \alpha, \quad 44^\circ \leq \alpha \leq 64^\circ \quad (9.7)$$

$$A_1 = -1.416 - 4.000 \times 10^{-3} \alpha, \quad \alpha \geq 64^\circ \quad (9.8)$$

Le coefficient d'atténuation k est défini par :

$$k = 1 - 0.556 \ln \lambda + 0.3(\ln \lambda)^2 - 5.640 \times 10^{-2}(\ln \lambda)^3 \quad (9.9)$$

L'expression du temps d'arrivée t_A est :

$$t_A = \left(-2.6 + 9.538\lambda + 5.528\lambda^2 - 0.585\lambda^3 \right) \frac{r_b}{V_{CJ}} \quad (9.10)$$

Enfin, les durées t^+ et t^- sont définies par :

$$t^+ = \sqrt[3]{E_0} \exp \left[-0.167 + 0.815 \ln \lambda - 0.146(\ln \lambda)^2 \right] \quad (9.11)$$

$$t^- = \sqrt[3]{E_0} \exp \left[1.125 + 0.960 \ln \lambda - 0.2335(\ln \lambda)^2 \right] \quad (9.12)$$

Ces formules expriment que, sur la paroi plane, la répartition spatio-temporelle de la pression est axi-symétrique à chaque instant.

A l'aide des formules analytiques précédentes, on peut calculer l'évolution de la pression en fonction du temps à différentes abscisses r de la plaque. Un exemple est représenté dans la Fig. 9.4.

La propagation de l'onde de choc sur la plaque s'accompagne d'une élévation brutale de la pression qui ressemble à une discontinuité se déplaçant sur la structure. On observe aussi une diminution de l'intensité Δp^+ du front de chargement avec le temps et l'espace. Il est aussi possible de calculer la vitesse du front de pression sur la structure. Au premier point d'impact ($r = 0$), la vitesse est théoriquement infinie. Elle décroît ensuite très rapidement, suivant la courbe tracée dans le plan $r-t$, pour se stabiliser, dans cet exemple, à une vitesse voisine de celle du son dans l'air.

9.3 Pression réfléchiée par une surface : simulation numérique

Pour déterminer le champ de pression sur une paroi, nous avons récemment mis en œuvre un code de simulation directe (CFD) développé au sein de l'Université de Valenciennes par Benselama et al. (2009).

L'idée est de pouvoir, à terme, coupler cette simulation à celle de l'interaction fluide-structure. L'objectif est à la fois théorique et pratique. *Théorique* : progresser dans la compréhension des phénomènes et définir une méthode numérique résolvant le couplage fluide-structure. *Pratique* : proposer des solutions pour l'évaluation de la vulnérabilité des structures ou des personnes face aux sollicitations créées par les explosions. Il s'agit donc, dans cette section, de rappeler certains résultats de nos travaux en cours, qui se sont déjà concrétisés par l'article paru en 2014 dans « Computers and structures » : *Transient response of a plate-liquid system under an aerial detonation : Simulations and experiments*, André Langlet, Mame William-Louis, Grégory Girault, Olivier Pennetier.

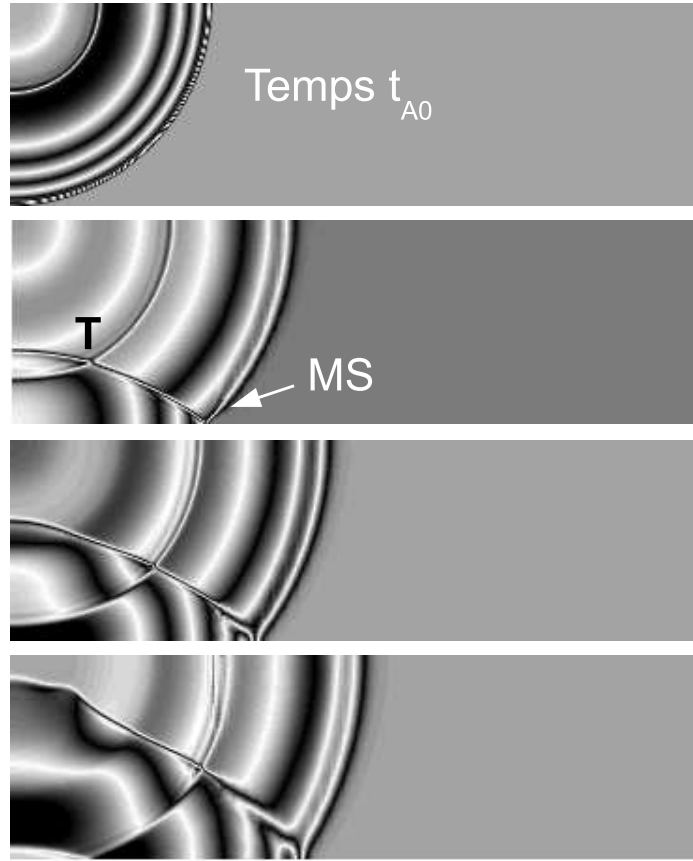


Figure 9.5 – Propagation et réflexion d’une onde de choc au dessus d’une paroi plane (*iso-mach*), Langlet et al. (2014b).

Les phénomènes dynamiques et thermiques qui se produisent dans l’écoulement et la propagation d’une onde de choc sont gouvernés par les équations instationnaires de transport de masse, de quantité de mouvement, et d’énergie. Bien que les processus de diffusion visqueuse ou thermique puisse jouer un rôle significatif dans l’ensemble des phénomènes de transport, ils ne sont pas intégrés dans les équations de Navier-Stokes, car cela impliquerait des maillages extrêmement fins dans les zones à forts gradients de vitesses et de températures. Les échelles de discrétisation seraient telles qu’elles dépasseraient les capacités des ordinateurs disponibles. Par conséquent, les effets de la diffusion visqueuse et thermique sont implémentés en tant que termes sources globaux ajoutés aux équations de transport. Ce problème tri-dimensionnel est résolu par le code numérique **METAS** développé en interne. La méthode numérique repose sur une approche de type volume finis non structurés à cellules centrées qui couple le schéma classique de second ordre progressif avec le schéma d’intégration explicite de Van-Leer. Ce couplage conduit à une méthode dont la précision en temps et espace est d’ordre 2. Afin d’éviter les oscillations numériques dans les régions à forts gradients, la méthode classique de limitation minmod est appliquée.

Au temps zéro, tout le fluide au dessus de la paroi est supposé au repos, à l’exception du fluide contenu dans une sphère de rayon r_b contenant la charge explosive.

A l’intérieur de cette sphère, l’écoulement est perturbé par une onde de choc sphérique, que l’on calcule par une procédure unidimensionnelle. Un algorithme de « remapping » (ou *recouvrement*) assure la compatibilité entre la propagation sphérique 1D et le maillage tridimensionnel. Dans ce milieu explosif, les gaz chauds, produits de la détonation, obéissent à la cinétique décrite par la loi de Jones-Wilkins-Lee (JWL). Rappelons encore que les détails de la procédure, combinant le calcul 1D et le calcul 3D, figurent dans l’article de Benselama et al. (2009).

La Fig. 9.5 représente l'impact d'une onde de choc sur une paroi plane rigide à différents instants.

Selon l'étude de Baker et al. (1973) et de Kinney (1962), le mécanisme de réflexion est principalement dû aux ondes d'incidences obliques. L'angle d'incidence est nul quand l'onde atteint la paroi (temps t_{A0}). Kinney (1962) a montré que si cet angle est inférieur à une certaine limite, la réflexion est régulière. Au delà de cette valeur, l'onde réfléchie ne peut maintenir l'écoulement parallèle à la paroi. Alors, l'onde incidente et l'onde réfléchie vont se rejoindre au point triple et former une troisième onde de choc détachée de la paroi (c'est la réflexion de Mach). Dans la Fig. 9.5, on peut visualiser l'onde incidente arrivant au temps t_{A0} et l'onde réfléchie. On peut également voir apparaître le pied de Mach (MS) et le point triple (T).

Dans les simulations qui vont suivre (chapitre 11) les pressions issues de ce calcul seront appliquées sur une plaque élastique en contact avec un fluide (eau).

9.4 Couplage « fort », couplage « faible »

Si on envisage l'action d'une explosion sur un système fluide-structure (ou « structure » au sens large), on pourra parler de couplage « fort » si les phénomènes sont le résultat d'actions mutuelles entre toutes les parties en présence : le champ de l'explosion, la partie solide et la partie liquide. Le couplage est « faible » dans le cas contraire.

Pour une explosion aérienne, ceci peut être schématisé comme dans la Fig. 9.6.

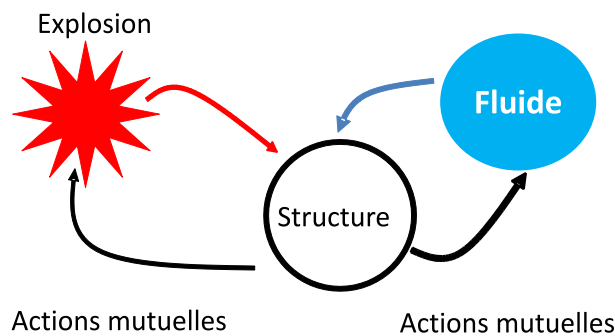


Figure 9.6 – Couplage « fort ».

Dans la Fig. 9.7, on peut voir le déplacement mesuré (avec un capteur optique) sur une feuille d'acier de 0.1 mm d'épaisseur placé face à une explosion. La pression mesurée au même point sur une paroi rigide positionnée identiquement par rapport à l'explosion est également tracée. On constate donc que les premiers mouvements de l'obstacle n'ont pas encore des amplitudes suffisantes pour pouvoir influencer l'onde de choc. L'impulsion que la pression transmet à la structure peut créer de grands déplacements, mais, généralement, ceux-ci apparaîtront lorsque le chargement aura disparu.

On pourra donc très souvent adopter l'hypothèse de couplage faible entre la structure et l'onde de choc.

Alors, la connaissance à-priori de la pression réfléchie permet d'intégrer celle-ci comme un chargement donné dans un code de calcul et de déterminer la réponse de la structure soumise à ce type de sollicitation.

9.5 Configurations expérimentales pour l'étude des plaques

Afin de vérifier que le modèle numérique conduit à des résultats conformes à la réalité physique, nous avons mis au point deux dispositifs d'étude, utilisant tous les deux le même dispositif d'amorçage par fil

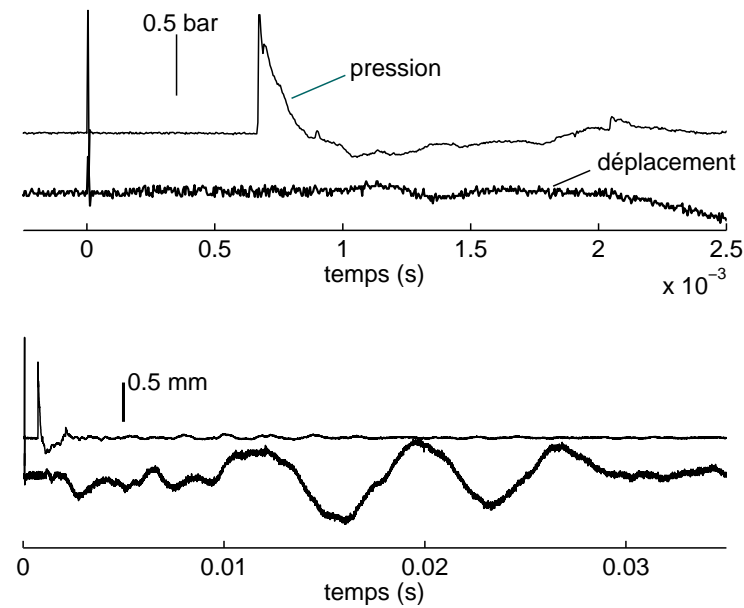


Figure 9.7 – *Déplacement et pression sur une paroi métallique fine.*

explosé et le même mélange de gaz. Ces montages sont appelés « **configuration 1** » et « **configuration 2** ». Le tableau 9.1 résume les données pour les configurations 1 et 2. Les résultats de la configuration

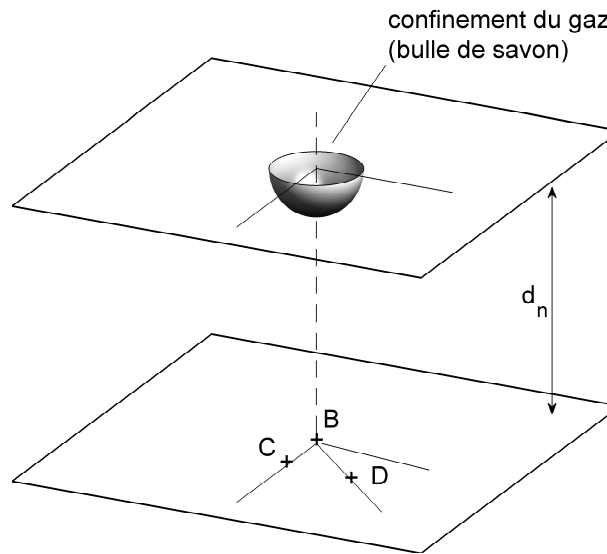


Figure 9.8 – *Dispositif expérimental : configuration 1.*

2 seront utilisés dans le chapitre 11.

La configuration 1 (Fig. 9.8) se compose d'une plaque inférieure rigide en bois (contreplaqué) de 40 mm d'épaisseur sur laquelle ont été placés des capteurs de pressions (Kistler 603B) adaptés aux mesures des ondes de choc. Ces capteurs sont appelés : B, C, D. Le capteur B est situé exactement sous le centre de l'explosion. Les capteurs C et D sont situés sur deux lignes faisant entre elles un angle de 45 degrés. Une plaque supérieure identique est disposée à une distance d_n , elle est équipée du système d'amorçage par le fil explosé. Sur cette plaque, on forme la demi-bulle de savon, comme l'indique la Fig. 9.8.

La configuration 2 a été conçue pour pouvoir mesurer la réponse d'une plaque reposant sur un liquide,

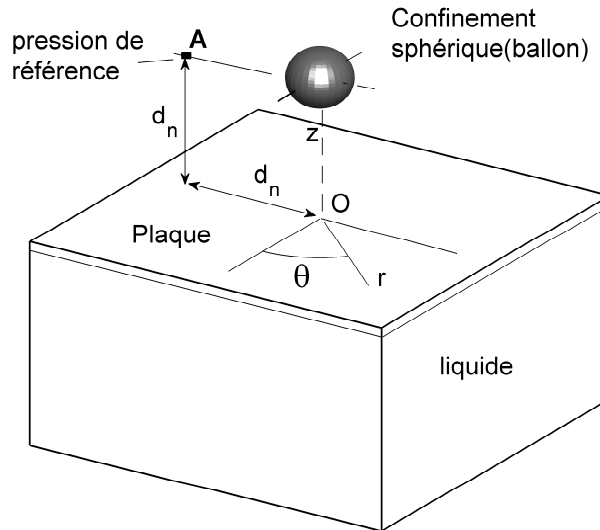


Figure 9.9 – *Dispositif expérimental : configuration 2.*

Configuration	1	2	2
Cas expérimental	35-223	60-220	62.5-283
Rayon de l'explosif	35 mm	60 mm	62.5 mm
Distance d_n	223 mm	220 mm	283 mm
Matériau	Bois	Aluminum	Aluminum
Epaisseur	40 mm	5 mm	0.5 mm
Capteurs de pression	B-C-D	A	A
Jauges de déformations (r_j)	Aucune	200 - 300 mm	200 - 300 mm

Tableau 9.1 – *Données pour les configurations expérimentales.*

lorsque l'on déclenche la détonation au dessus de la plaque. Elle est schématisée dans la Fig. 9.9. Ce montage a également permis d'étudier l'apparition dans les plaques d'effets non-linéaires (plastification, rupture) en présence de fluide pendant la thèse de Girault (2006). Dans ce but, la mise en place de confinement supérieurs à 10 cm de diamètre a rendu nécessaire l'utilisation de ballons de baudruche, au lieu du confinement par bulles de savon hémisphériques. Un capteur de pression noté A, placé à la même distance de l'explosion et de la plaque, sert de référence de pression. Si le début du signal² donné par A s'écarte manifestement de la pression donnée par les formules de Brossard et al. (1995), les résultats du tir sont rejetés. La plaque étudiée mesure 80 cm de côtés, et repose sur une cuve de 80 cm de profondeur. Cette plaque est équipée de jauges de déformations placées à certaines distances radiales r_j du point O situé sous l'explosion.

9.6 Vérification du calcul numérique

Le code de calcul METAS a largement été validé dans les simulations des ondes de choc se propageant dans les tunnels. Pour une pression appliquée sur une paroi plane, avec des échelles de longueurs inférieures à celles des tunnels (respectivement de l'ordre du cm contre des longueurs de l'ordre de 10 m), il a été nécessaire de vérifier que les détonations gazeuses pouvaient être représentées avec une approximation satisfaisante.

². A des temps plus longs, le signal A est modifié par des réflexions.

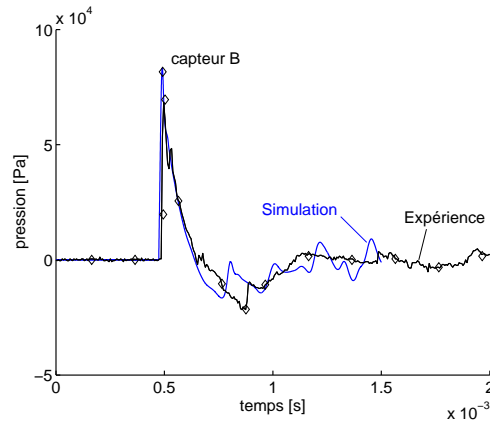


Figure 9.10 – Comparaison du calcul et de la mesure en B (Config. 1).

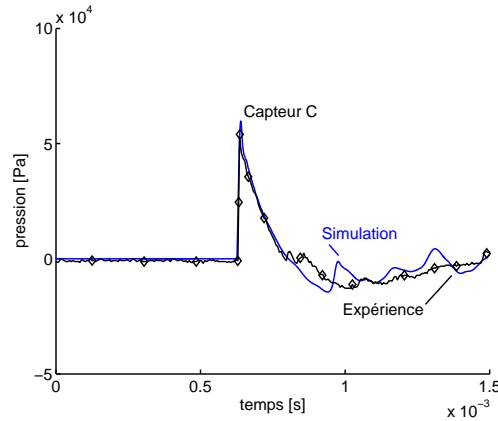


Figure 9.11 – Comparaison du calcul et de la mesure en C (Config. 1).

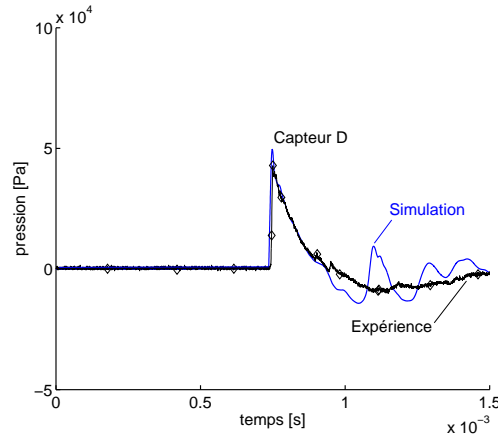


Figure 9.12 – Comparaison du calcul et de la mesure en D (Config. 1).

En effet, le calcul METAS utilise une cinétique JWL pour les produits de réaction, et il n'est pas encore clairement prouvé que celle-ci peut s'appliquer pour représenter complètement les effets des explosions de gaz.

La reproductibilité des mesures, et l'axi-symétrie des résultats ont été très soigneusement vérifiées, Girault (2006), page 148. Après le déclenchement de l'explosion, les mesures obtenues en B, C, D, ont été comparées aux calculs présentés dans le paragraphe 9.3. On peut voir cette comparaison dans les figures 9.6, 9.6, 9.6 (Langlet et al. 2014b). Ceci permet de conclure que la pression est correctement calculée sur la plaque inférieure. Le temps de montée, la surpression, et la décroissance exponentielle, sont visiblement bien décrits.

9.7 Pression réfléchiée par une surface cylindrique

Dans une étude effectuée en commun avec le Laboratoire de Mécanique de Lille, nous avons mis en oeuvre la méthode MMALE (Multimaterial Arbitrary Lagrangian Eulerian) pour simuler l'écoulement et les ondes de choc créées expérimentalement par une détonation. Cette application d'une méthode implémentée au sein du code LS-DYNATM, a permis de correctement prévoir le chargement sur une surface cylindrique. La charge explosive est ici représentée par un gaz comprimé dont l'énergie représente celle de la bulle de gaz explosif employé dans les expériences. Puis, le mouvement de l'onde de choc et du milieu environnant est simulé par la méthode MMALE (Fig. 9.13), voir : A. Langlet, M. Souli, N. Aquelet, O. Penetier, G. Girault. *Air Blast Reflecting on a Rigid Cylinder : Simulation and Reduced Scale Experiments*. **Shock Waves**. 24 Oct 2014.

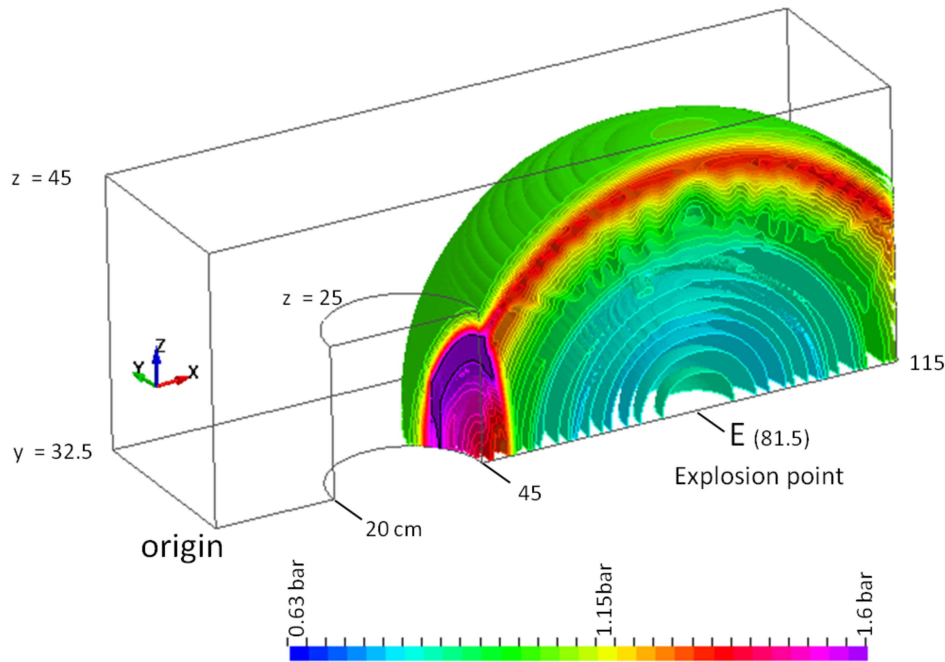


Figure 9.13 – Image de l'onde de pression calculée par Langlet et al. (2014a).

La résolution complète de la dynamique de la détonation demeure un problème ouvert. A cause de la complexité de ce problème, nous avons proposé une approche simplifiée : basée sur le modèle de gaz parfait comprimé, la simulation a appréhendé les caractéristiques principales du champ de pression autour de l'obstacle, ce qui permet des prédictions relativement sûres. En fait, la cohérence et la précision des calculs de la propagation dans l'atmosphère avaient déjà été constatées avec le code METAS (voir au chapitre 11, Fig. 11.7). Ceci suggère que les ondes de choc calculées avec des méthodes différentes, mais traduisant précisément les phénomènes, peuvent être appliquées avec succès lorsque des obstacles de formes complexes s'opposent à ces ondes. Le travail ainsi effectué met en place des outils numériques efficaces pour calculer le chargement sur des structures déformables par le code LS-DYNATM, sans devoir mettre en oeuvre des lois prédéterminées.

9.8 Conclusion

La modélisation de la réponse des structures aux explosions requiert une certaine connaissance des phénomènes impliqués dans le processus de l'explosion. En effet, l'étude mécanique nécessite la détermination précise du chargement dans le temps et dans l'espace, ce qui a été effectué expérimentalement

pour le cas des pressions réfléchies par des plaques. La possibilité de coupler la résolution par METAS à celle d'un code de dynamique des structures ouvre la perspective de développer une méthode numérique de couplage entièrement maîtrisée, applicable à des cas complexes. Enfin, la possibilité de simuler, d'ores-et-déjà, l'explosion au sein même du code LS-DYNATM traitant aussi la dynamique des structures ouvre également de larges perspectives.

Chapitre 10

Interaction fluide-structure en régime stationnaire

10.1 Introduction

Nous allons maintenant présenter les solutions analytiques des équations du couplage entre une plaque et un liquide, lorsque le chargement de la plaque est une pression uniforme se déplaçant à vitesse constante. L'intérêt est d'apporter une solution exacte pouvant tenir compte de toutes les vitesses de progression. En effet, en détonique, les ondes de choc qui chargent les structures se déplacent à des vitesses couvrant une très large gamme (de 100 m/s à plusieurs milliers de m/s).

Pour la résolution du problème, on va appliquer les hypothèses de stationnarité, déjà présentées au chapitre 4 pour l'étude des poutres et des cordes vibrantes.

Les équations de la plaque ont été établies avec les hypothèses de Mindlin-Reissner qui sont les plus adaptées pour tenir compte des fréquences élevées (et des petites longueurs d'ondes, voir Mindlin (1951)). La théorie des plaques ainsi améliorée permet de décrire des longueurs d'onde inférieures jusqu'à 6 fois l'épaisseur. Les équations du mouvement du fluide sont formulées sous l'hypothèse des petites perturbations et en considérant le fluide parfait avec une loi de comportement du type Lamé sans termes de cisaillement. De plus, on choisit la formulation en potentiel des vitesses. Ceci conduit, pour le liquide, aux équations de l'acoustique linéaire.

Dans ce chapitre, consacré aux « solutions stationnaires », on adopte une approche unidimensionnelle de la structure, c'est-à-dire que l'on résout le problème dans le cas d'une plaque de largeur unité. Comme dans la section 4.3 la valeur de la vitesse v de progression du chargement va déterminer les formes des solutions : vibratoires, décroissantes, ou mixtes. Le calcul utilise, là encore, la transformée de Fourier (définie par (3.12)) qui permet d'obtenir la solution si la vitesse du chargement est subsonique (v est inférieure à la vitesse du son dans le liquide) ou supersonique.

10.2 Equations du problème

On considère une plaque infinie en contact avec un liquide remplissant le demi-espace $Z < 0$, Fig. 10.1.

Dans sa thèse, Grégory Girault (2006) a largement détaillé la mise en équations et le lecteur peut s'y référer, tout comme aux articles publiés en 2003, 2006 et 2008, dans le *Journal of Sound and Vibration*,

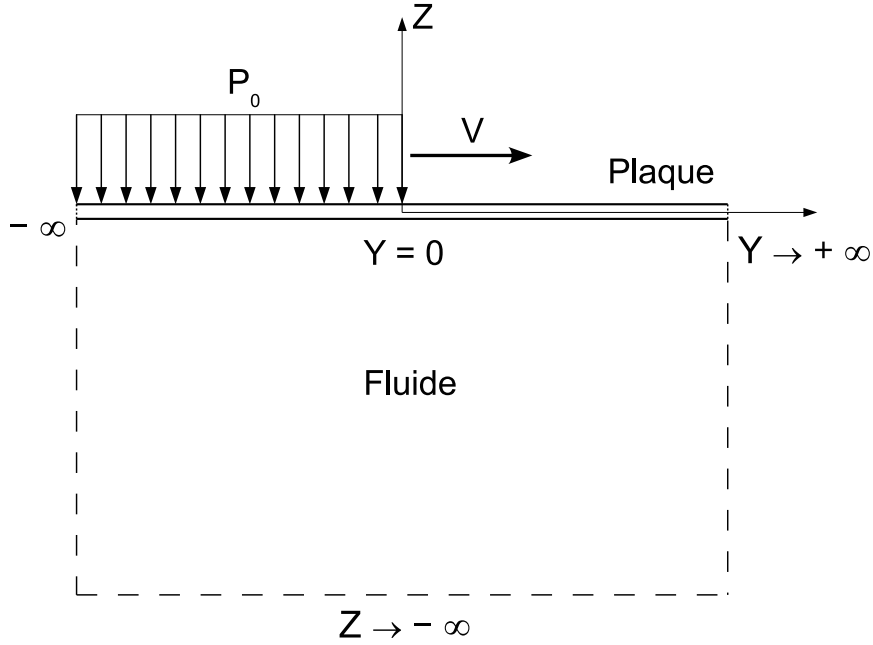


Figure 10.1 – Le système couplé plaque liquide et son chargement.

lesquels sont respectivement :

2003 *Response of a large plate-liquid system to a moving pressure step. Transient and stationary aspects*, J. Renard, A. Langlet, O. Pennerier

2006 *Response of an infinite plate-liquid system to a moving load. Theoretical stationary response in the subsonic case*, J. Renard, A. Langlet, G. Girault

2008 *Moving pressure running over a plate coupled with a liquid : the analytical stationary response in the one-dimensional case*, J. Renard, A. Langlet

Les trois vitesses caractéristiques du système plaque-liquide sont respectivement la vitesse du son c_ℓ dans le liquide, la vitesse c_s des ondes de cisaillement dans la plaque et la vitesse du son c_p dans la plaque :

$$c_\ell = \sqrt{B/\rho_\ell} \quad (10.1)$$

$$c_s = \sqrt{\kappa G/\rho} \quad (10.2)$$

$$c_p = \sqrt{E/[\rho(1-\nu^2)]} \quad (10.3)$$

où : ρ_ℓ , ρ sont les masses volumiques du liquide et de la plaque, B est le module de compressibilité du liquide, et κ est le coefficient correcteur de cisaillement : $\kappa = 0.86$, Reismann (1988).

On définit le rayon de gyration r_0 comme longueur de référence et la vitesse c_p comme vitesse de référence et le temps de référence t_0 :

$$r_0 = \frac{h}{\sqrt{12}} \quad (10.4)$$

$$t_0 = \frac{r_0}{c_p} \quad (10.5)$$

où : h est l'épaisseur de la plaque. Les trois vitesses adimensionnelles caractéristiques sont donc :

$$\delta = \frac{c_\ell}{c_p} \quad (10.6)$$

$$\theta = \frac{c_s}{c_p} \quad (10.7)$$

$$1 = \frac{c_p}{c_p} \quad (10.8)$$

• Les grandeurs permettant de décrire la dynamique de la plaque sont le déplacement hors plan $w(x, t)$ et la rotation $\psi(x, t)$ de la section droite. Le chargement est une pression p . Les variables sans dimension (en lettres capitales) s'écrivent :

$$T = t/t_0 \quad (W, X, Z) = (w, x, z)/r_0 \quad \Psi = \psi \quad (10.9)$$

$$P = p/(\rho c_p^2 \sqrt{12}) \quad (10.10)$$

Les équations du mouvement de la plaque s'écrivent :

$$\frac{\partial^2 W}{\partial T^2} = \theta^2 \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) + P(X, T) \quad (10.11)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial T^2} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \theta^2 \left(\frac{\partial W}{\partial X} - \Psi \right) \quad (10.12)$$

Le chargement de pression $P(X, T)$ appliqué sur la plaque se compose d'une pression extérieure $P_e(X, T)$ que l'on peut formuler à l'aide de la fonction de Heaviside : $P_e = P_0 H(VT - X)$, et de la pression P_i exercée par le fluide sur *toute* la surface mouillée :

$$P(X, T) = P_e + P_i \quad (10.13)$$

• La dynamique du liquide est décrite par le potentiel des vitesses φ (homogène au carré d'une longueur divisé par un temps) tel que : $\partial u / \partial t = -\partial \varphi / \partial x$, $\partial w / \partial t = -\partial \varphi / \partial z$, (u et w étant respectivement les composantes suivant x et z du déplacement fluide) et pour la pression : $p = \rho_\ell \partial \varphi / \partial t$. Les variables sans dimension du fluide sont donc :

$$\Phi = \varphi / (r_0 c_p) \quad \mu = \rho_\ell / (\rho \sqrt{12}) \quad (10.14)$$

$$P = \mu \frac{\partial \Phi}{\partial T} \quad \frac{\partial U}{\partial T} = -\frac{\partial \Phi}{\partial X} \quad \frac{\partial W}{\partial T} = -\frac{\partial \Phi}{\partial Z} \quad (10.15)$$

L'équation du mouvement (hors interface avec la plaque) s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial T^2} = \delta^2 \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Z^2} \right) \quad (10.16)$$

• Le couplage entre le fluide et la plaque est formulé à l'interface par la continuité des forces –condition dynamique (10.17)– et la continuité des composantes normales de déplacements et de vitesses –condition cinématique (10.18) :

$$P_i = \mu \left. \frac{\partial \Phi}{\partial T} \right|_{Z=0} \quad (10.17)$$

$$\left. \frac{\partial W}{\partial T} \right|_{Z=0} = - \left. \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \right|_{Z=0} \quad (10.18)$$

En introduisant ces conditions de couplage, le système d'équations à résoudre s'écrit :

$$\frac{\partial^2 W}{\partial T^2} = \theta^2 \left(\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) + \mu \frac{\partial \Phi}{\partial T} \Big|_{Z=0} + P_e(X, T) \quad (10.19)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial T^2} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \theta^2 \left(\frac{\partial W}{\partial X} - \Psi \right) \quad (10.20)$$

$$\frac{\partial W}{\partial T} = - \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \Big|_{Z=0} \quad (10.21)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial T^2} = \delta^2 \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Z^2} \right) \quad (10.22)$$

Les équations (10.19) à (10.21) de ce système sont valides à l'interface ($Z = 0$) tandis que la quatrième (10.22) n'est valable que si $Z < 0$ et sur d'éventuelles limites du fluide.

• Les solutions stationnaires cherchées ne dépendent que de Y et Z ; elles sont figées dans le repère relatif. Pour formuler le système dans ce repère, les opérateurs de dérivation figurant dans (10.19) à (10.22) sont remplacés respectivement par : $\partial/\partial X \rightarrow d/dY$, $\partial/\partial T \rightarrow -Vd/dY$. Noter que : $\partial/\partial Z$ est inchangée, et que, dans l'équation (10.22), on conservera la notation $\partial/\partial Y$ pour le potentiel. On obtient :

$$(V^2 - \theta^2) \frac{d^2 W}{dY^2} + \theta^2 \frac{d\Psi}{dY} + \mu V \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \Big|_{Z=0} = P_0 H(-Y) \quad (10.23)$$

$$(1 - V^2) \frac{d^2 \Psi}{dY^2} + \theta^2 \left(\frac{dW}{dY} - \Psi \right) = 0 \quad (10.24)$$

$$V \frac{dW}{dY} = \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \Big|_{Z=0} \quad (10.25)$$

$$(\delta^2 - V^2) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Y^2} + \delta^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Z^2} = 0 \quad (10.26)$$

On note que les équations (10.23) et (10.24) traduisent des propagations d'ondes car elles sont hyperboliques. Par contre, l'équation (10.26) peut, quant à elle, être hyperbolique ou elliptique, selon la valeur de la vitesse V , relativement à la vitesse du son dans le liquide δ . Si $V > \delta$ (cas dénommé « supersonique ») l'équation du fluide traduit une propagation d'onde dans le fluide. Si $V < \delta$ (cas dénommé « subsonique ») l'équation du fluide est du type équation de Laplace : elle traduit un mouvement existant en tout point du fluide, uniquement influencé par les conditions aux limites, c'est-à-dire par la déformée de la plaque. Cette remarque permet de comprendre les différences fondamentales qui vont exister entre les réponses du système couplé plaque-liquide. Un paramètre sans dimension doit être introduit à ce stade pour caractériser cette variation des réponses, nous le notons Ω :

$$\Omega = \frac{\sqrt{|\delta^2 - V^2|}}{\delta} \quad (10.27)$$

10.3 Méthode de résolution

10.3.1 Rappel de nos travaux antérieurs

Avant de poursuivre, on peut à ce stade, montrer deux résultats **purement numériques** issus de l'article de 2003 permettant d'illustrer comment la réponse du système va être influencée par la vitesse du front de pression. Le calcul numérique donne une solution temporelle du système (10.19) – (10.22).

Cette solution inclut donc la partie transitoire de la réponse, liée à la mise en mouvement depuis un état de repos. Cet exemple utilise les données relatives à une plaque d'aluminium $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$, couplée avec de l'eau $\rho_\ell = 10^3 \text{ kg/m}^3$. Le tableau 10.1 rappelle les vitesses caractéristiques. Ces données correspondent aux valeurs sans dimension des vitesses caractéristiques : $\delta = 0.28$, $\theta = 0.55$, et 1. Le paramètre μ vaut : $\mu = 0.107$. L'étendue du système plaque-liquide mesure 0.4 m sur 0.4 m. Le résultat, visualisé à un instant précis, est la pression dans le fluide, créée par un chargement de pression de $2 \times 10^5 \text{ Pa}$.

Le premier cas est subsonique, Fig. 10.2 ; il correspond à une vitesse physique $v = 1350 \text{ m/s}$, soit une valeur sans dimension $V = 0.25$. En régime subsonique, les perturbations se propagent en avant du chargement sous forme d'oscillations ; de plus, les oscillations de pression ne sont visibles que devant le front du chargement (c'est-à-dire pour $X > VT$). En arrière du front, la pression constante de $2 \times 10^5 \text{ Pa}$ (en couleur rouge) qui est imposée sur la plaque se transmet à une partie grandissante du fluide sans pratiquement aucune oscillation.

Le deuxième cas est supersonique, Fig. 10.3 ; il correspond à $v = 5871 \text{ m/s}$, soit $V = 1.1$. Le point atteint par le front de pression est représenté par un triangle rouge.

En régime supersonique, aucune perturbation ne devancent le chargement. Il existe une ligne de « partage » entre le fluide mis en mouvement et le fluide encore au repos. Avec les variables sans dimension, cette ligne tend vers une droite d'équation $Y - \Omega Z = 0$ que l'on trace depuis le point de coordonnée $Y = 0$ (ou $X = VT$).

- **Le cas supersonique** ($V > \delta$) a été résolu **analytiquement** dans l'article paru en **2003**. Dans ce premier article, nous avons, d'une part présenté les solutions théoriques du système, et d'autre part, le schéma numérique permettant la résolution du système dans le domaine temporel. Les solutions analytiques du système homogène étaient recherchées directement sous forme d'ondes $A e^{\lambda Y}$.

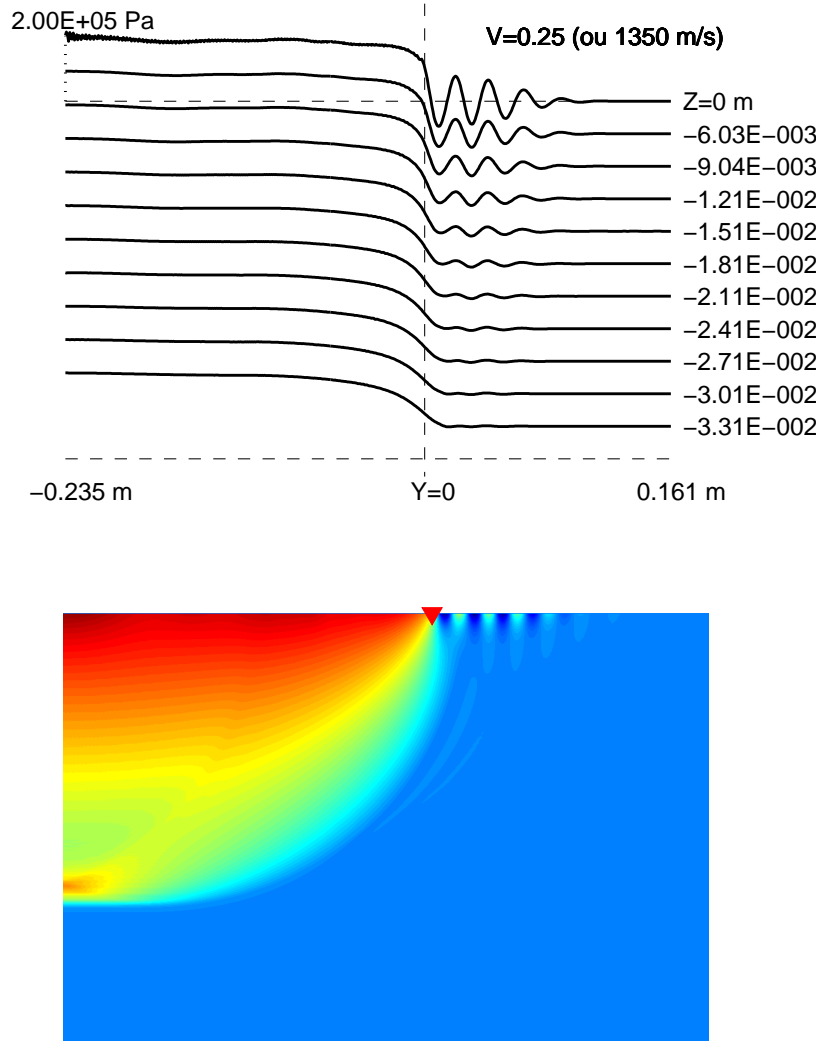


Figure 10.2 – Champ de pression dans le fluide pour $v = 1350$ m/s, au temps $150 \mu\text{s}$ (calcul numérique).

h [m]	E [Pa]	c_s [m/s]	c_p [m/s]	c_ℓ [m/s]
5×10^{-3}	7×10^{10}	2928	5338	1500

Tableau 10.1 – Propriétés de la plaque et du fluide

• **Le cas subsonique** ($V < \delta$) est nettement plus compliqué que le cas supersonique. En effet, en régime subsonique, on doit construire une solution analytique stationnaire qui doit tenir compte d'un *sens de parcours* du chargement. Or celui-ci est absent de la formulation des EDP (10.23) à (10.26) en régime stationnaire. Pour apporter une solution physiquement acceptable, on va chercher, parmi les solutions acceptables du système homogène, celles qui permettent de traduire les résultats numériques obtenus à des temps très longs (et donc sur des domaines suffisamment étendus). La solution subsonique a fait l'objet de l'article spécifique paru en **2006**. La méthode de résolution est basée sur l'application des transformées de Fourier au système d'équations (10.23)-(10.26) qui conduit à une résolution dans le domaine complexe, puis au retour dans le domaine spatial ($Y - Z$).

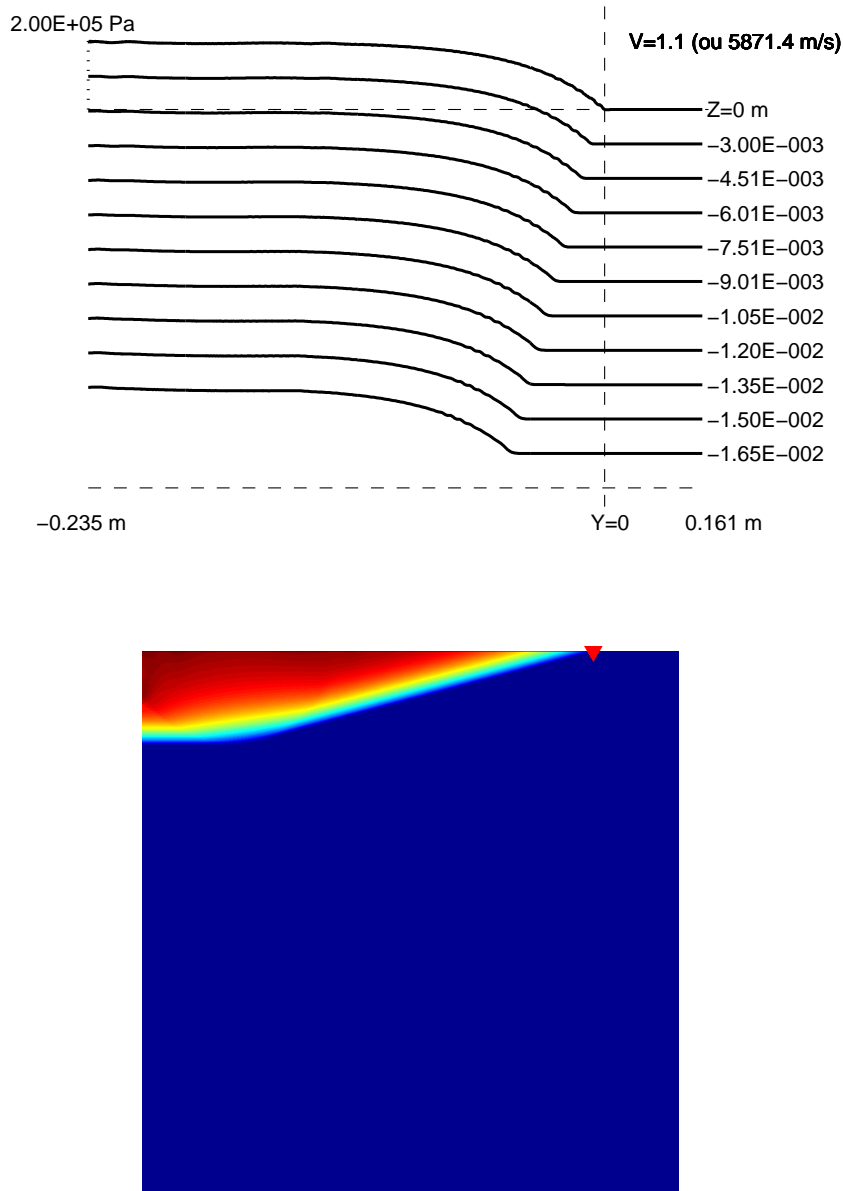


Figure 10.3 – *Champ de pression dans le fluide, $v = 5871$ m/s, au temps $46 \mu\text{s}$ (calcul numérique).*

Les solutions stationnaires sont, par essence, symétriques par rapport à $Y = 0$, sans dépendre du sens du mouvement de la charge qui se déplace, ce qui est irréaliste. Or, les calculs numériques (article de 2003 et Girault (2006)) ont montré que si $V < \delta$, les vibrations existent uniquement en avant ($Y \geq 0$) du front de chargement. Cette remarque permet de déterminer de manière « heuristique » les solutions du système homogène (sans second membre), de telle sorte que l'addition de celles-ci aux solutions particulières (c'est-à-dire pour le chargement considéré ici) conduise à des résultats physiquement et numériquement acceptables. Ces solutions homogènes doivent être de type harmoniques, avec une longueur d'onde déterminée par la vitesse V dans la relation de dispersion du système couplé (10.23)-(10.26). L'équation de dispersion possède trois racines notées : ξ_1 , ξ_2 , ξ_3 , (en subsonique, ξ_1 est réelle, $\xi_2 = \alpha + i\beta$ et $\xi_3 = \alpha - i\beta$ sont complexes conjuguées). Ainsi, la longueur d'onde correspond à la racine réelle ξ_1 de l'équation de dispersion du système plaque-liquide. Nous avons baptisées *ondes libres* ces solutions homogènes. Dans l'article de 2006 ces ondes libres sont explicitées pour un chargement de type force

unitaire $F_0\delta(Y)$:

$$W_0(Y) = -F_0 \frac{\theta^2 + (1 - V^2)\xi_1^2}{\xi_1(\theta^2 - V^2)(1 - V^2)} C_2 \sin \xi_1 Y \quad (10.28)$$

$$\Psi_0(Y) = -F_0 \frac{\theta^2}{(\theta^2 - V^2)(1 - V^2)} C_2 \cos \xi_1 Y \quad (10.29)$$

$$\Phi_0(Y, 0) = -F_0 \frac{V}{\Omega} \frac{\theta^2 + (1 - V^2)\xi_1^2}{\xi_1[(\theta^2 - V^2)(1 - V^2)]} C_2 \cos \xi_1 Y \quad (10.30)$$

$$C_2 = \frac{1}{(\xi_1 - \alpha)^2 + \beta^2} \quad (10.31)$$

de sorte que pour un profil de chargement plus général, disons P_0 , (analytique et pas trop compliqué!), les ondes libres peuvent être trouvées par convolution. Par exemple, la réponse à un échelon de pression $P_0 H(-Y)$ peut être obtenue par l'intégrale de la réponse à une impulsion de Dirac $\delta(Y)$ utilisée pour formuler la force F_0 .

• **Une méthode unique de résolution** basée sur la transformée de Fourier a été présentée dans l'article de **2008** : c'est cette méthode que nous allons présenter maintenant.

10.3.2 Résolution par la transformée de Fourier complexe

Le cas supersonique. Si $V > \delta$, l'équation dans le liquide, (10.26) est hyperbolique, ce qui impose au potentiel d'être la somme d'une onde régressive $f(Y - \Omega Z)$ et d'une onde progressive $g(Y + \Omega Z)$. Si on suppose que le chargement se déplace dans le sens positif, alors la réponse du système ne peut contenir d'ondes qui se seraient déplacées en avant du front de pression. Ainsi : $\Phi(Y, Z) = f(Y - \Omega Z)$, et donc :

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \right|_{Y,Z=0} = -\frac{1}{\Omega} \left. \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \right|_{Y,Z=0} \quad (10.32)$$

Cette dernière relation permet d'exprimer dans (10.23) la pression $P_i = -\mu V \partial \Phi / \partial Y|_{Y,Z=0}$ exercée par le fluide sur la plaque à l'aide du déplacement W en utilisant (10.25) :

$$P_i = -\frac{\mu V}{\Omega} \frac{dW}{dY} \quad (10.33)$$

En reportant (10.33) dans la première des équations couplées (10.23), on obtient les deux équations couplées stationnaires décrivant le mouvement de la plaque. L'application de la transformée de Fourier définie par (3.12) à ces deux EDP conduit au système :

$$[\xi^2(V^2 - \theta^2) - i\xi \frac{\mu V^2}{\Omega}] \overset{+}{W} + i\xi \theta^2 \overset{+}{\Psi} = \frac{P_0}{2\pi} \frac{1}{i\xi} \quad (10.34)$$

$$i\xi \theta^2 \overset{+}{W} + [\theta^2 + \xi^2(1 - V^2)] \overset{+}{\Psi} = 0 \quad (10.35)$$

dont le polynôme caractéristique est le suivant :

$$F_{sup}(\xi) = \xi [\xi^3(\theta^2 - V^2)(V^2 - 1) + \xi \theta^2 V^2 + \mu \frac{V^2}{i\Omega} (\xi^2(1 - V^2) + \theta^2)] \quad (10.36)$$

Remarque : dans l'article de 2006, le second membre de (10.34) ou (10.44) associé à la force ponctuelle $F_0\delta(Y)$ est $F_0/(2\pi)$.

Le cas subsonique. Appliquant la transformée de Fourier (3.12) à (10.26), on obtient :

$$-\Omega^2 \xi^2 \overset{+}{\Phi} + \frac{\partial^2 \overset{+}{\Phi}}{\partial Z^2} = 0 \quad (10.37)$$

Le fluide occupant le demi-espace $Z < 0$, la solution de (10.37) doit vérifier : $\overset{+}{\Phi}(\xi, Z) = a(\xi) e^{\xi \Omega Z}$ pour $\xi \geq 0$, et, $\overset{+}{\Phi}(\xi, Z) = b(\xi) e^{-\xi \Omega Z}$ pour $\xi < 0$. C'est-à-dire une expression de la forme :

$$\overset{+}{\Phi}(\xi, Z) = C(\xi) e^{|\xi| \Omega Z} \implies \overset{+}{\Phi}(\xi, 0) = C(\xi) \quad (10.38)$$

et donc :

$$\overset{+}{\Phi}(\xi, Z) = \overset{+}{\Phi}(\xi, 0) e^{|\xi| \Omega Z} \quad (10.39)$$

Alors, on peut montrer que $\Phi(Y, Z)$ peut être connu dans tout le fluide si on connaît seulement le potentiel $\Phi(Y, 0)$ à l'interface. En effet, selon Haberman (1998), dans (10.39), la fonction $e^{|\xi| \Omega Z}$ peut être considérée comme la transformée de Fourier de la fonction de Green $G(Y, Z)$ telle que :

$$G(Y, Z) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{|\xi| \Omega Z} e^{-i \xi Y} d\xi \quad (10.40)$$

Donc, après avoir d'abord obtenu $\Phi(Y, 0)$ par transformée inverse de $\overset{+}{\Phi}(\xi, 0)$, on calcule le potentiel $\Phi(Y, Z)$ en appliquant les règles de convolution –voir Haberman (1998)– et l'article de 2006, page 134, equation (59) :

$$\Phi(Y, Z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(\tau, 0) G(Y - \tau, Z) d\tau \quad (10.41)$$

Grâce à la continuité des vitesses normales à l'interface (10.18), qui impose :

$$\frac{\partial \overset{+}{\Phi}}{\partial Z}(\xi, 0) = -i \xi V \overset{+}{W} \quad (10.42)$$

le terme $C(\xi)$ peut être déterminé :

$$C(\xi) = -i \operatorname{Sgn}(\xi) \frac{V}{\Omega} \overset{+}{W} \quad (10.43)$$

Finalement, le système d'équations couplées s'écrit comme suit :

$$[\xi^2(V^2 - \theta^2) + |\xi| \frac{\mu V^2}{\Omega}] \overset{+}{W} + i \xi \theta^2 \overset{+}{\Psi} = \frac{P_0}{2\pi} \frac{1}{i \xi} \quad (10.44)$$

$$i \xi \theta^2 \overset{+}{W} + [\theta^2 + \xi^2(1 - V^2)] \overset{+}{\Psi} = 0 \quad (10.45)$$

Avec comme polynôme caractéristique :

$$F_{sub}(\xi) = \xi \left\{ \xi^3(\theta^2 - V^2)(V^2 - 1) + \xi \theta^2 V^2 + \operatorname{Sgn}(\xi) \mu \frac{V^2}{\Omega} [\xi^2(1 - V^2) + \theta^2] \right\} \quad (10.46)$$

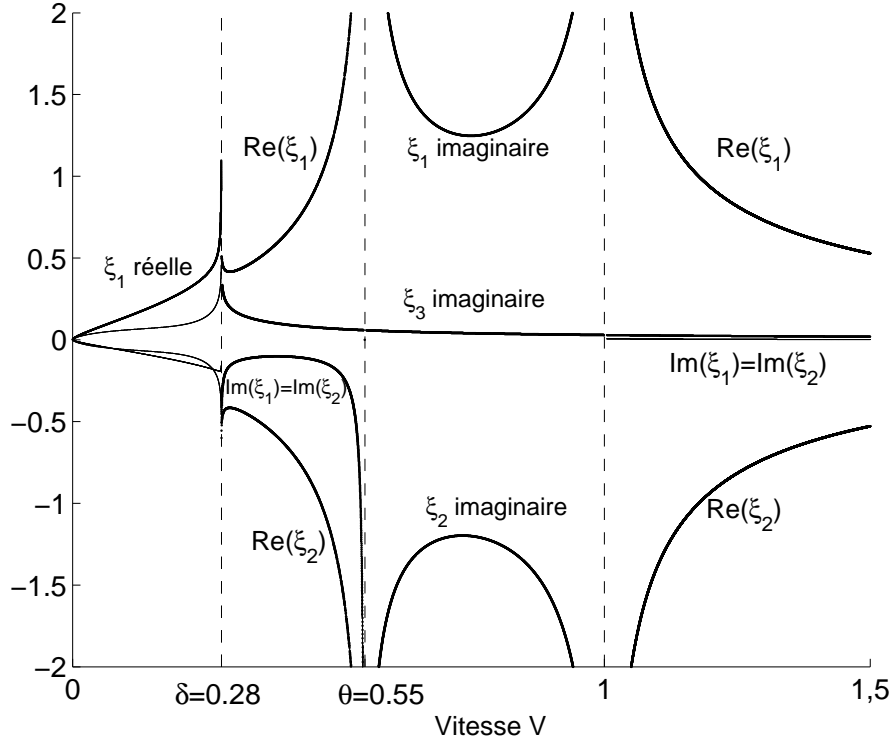


Figure 10.4 – Spectre des racines de $F(\xi)$ sur tout le domaine des vitesses V (aluminium-eau).

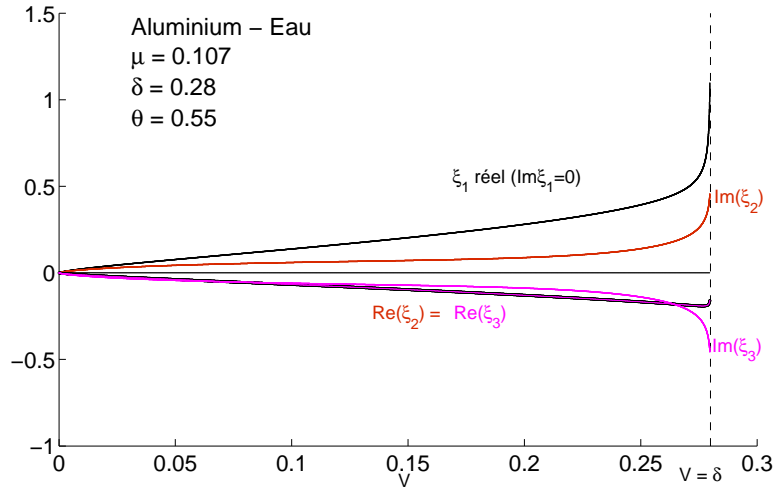


Figure 10.5 – Spectre des racines subsoniques pour une plaque d'aluminium couplée avec de l'eau.

10.4 Résultats

Les racines ξ_1 , ξ_2 , ξ_3 , des polynômes caractéristiques $F_{sub}(\xi)$ et $F_{sup}(\xi)$ se calculent sans problème (le logiciel Matlab a été utilisé). Le spectre des racines est représenté en fonction de la vitesse V dans la Fig. 10.4 pour une plaque d'aluminium en contact avec de l'eau. La forme du diagramme des racines ξ_j dépend de l'ordre dans lequel se placent les valeurs δ , θ , et de la valeur de μ . Un agrandissement pour le domaine subsonique est présenté dans les Fig. 10.5 et 10.6 pour deux plaques différentes : l'une en aluminium, l'autre en acier. Dans ce second cas, la faible valeur de μ modifie considérablement la répartition des racines ξ_j comme le montre les diagrammes des figures 10.5 et 10.6.

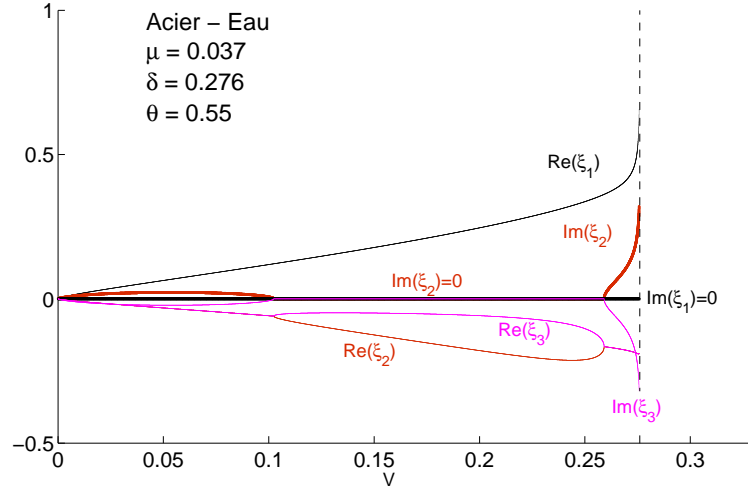


Figure 10.6 – Spectre des racines subsoniques pour une plaque en acier couplée avec de l'eau.

Connaissant ces racines, les termes suivants ont été définis (les C_j sont donnés par (10.47)) :

$$\begin{aligned} C_0 &= -\frac{1}{\xi_1 \xi_2 \xi_3} & C_1 &= \frac{1}{\xi_1 (\xi_1 - \xi_2) (\xi_1 - \xi_3)} \\ C_2 &= \frac{1}{\xi_2 (\xi_2 - \xi_3) (\xi_2 - \xi_1)} & C_3 &= \frac{1}{\xi_3 (\xi_3 - \xi_1) (\xi_3 - \xi_2)} \end{aligned} \quad (10.47)$$

Les solutions en déplacements W , Ψ , potentiel de vitesse, Φ , peuvent être vues dans les articles de 2003 et de 2006, et 2008, ainsi que dans la thèse de Grégory Girault (2006). Pour être concis, nous allons seulement présenter les racines des polynômes caractéristiques (10.36) et (10.46), puis les résultats en termes de contraintes de flexion Σ et de pression P dans le liquide. Rappelons que Σ et P s'expriment à l'aide des solutions $W(Y)$, $\Psi(Y)$, $\Phi(Y, Z)$ du système couplé par les relations suivantes :

$$\Sigma = -\frac{1}{2} \frac{d\Psi}{dY} \quad (10.48)$$

$$P = -\mu V \frac{\partial \Phi}{\partial Y} \quad (10.49)$$

La contrainte Σ étant celle qui peut être comparée aux mesures expérimentales, c'est pour cette raison qu'elle est retenue ici. Les résultats relatifs à la contraintes de cisaillement Les résultats relatifs à la contrainte de cisaillement $\Gamma(Y) = \frac{\theta^2}{\sqrt{12}} (\partial W / \partial Y - \Psi)$ ne seront pas présentés dans le mémoire.

Pour le cas subsonique $V < \delta$ on a :

$$W(Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \overset{+}{W}(\xi) e^{-i\xi Y} d\xi = \frac{P_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\theta^2 + \xi^2 (V^2 - 1)}{i\xi F_{sub}(\xi)} e^{-i\xi Y} d\xi \quad (10.50)$$

$$\Psi(Y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \overset{+}{\Psi}(\xi) e^{-i\xi Y} d\xi = -\frac{P_0}{2\pi} \theta^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{F_{sub}(\xi)} d\xi \quad (10.51)$$

En combinant ces fonctions, on peut exprimer $\Sigma(Y)$, $\Gamma(Y)$, et $P(Y, Z)$ (pour la pression, on applique la remarque sur la fonction de Green faite à la page 109). Après avoir tenu compte de la parité des fonctions, on montre que $\Sigma(Y)$ et $P(Y, Z)$ s'expriment en fait comme des transformées de Fourier inverses sinus et cosinus :

$$\Sigma(Y) = -\frac{P_0 \theta^2}{2\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\xi}{F_{sub}(\xi)} \sin(\xi Y) d\xi \quad (10.52)$$

$$P(Y, Z) = \frac{P_0 \mu V^2}{\pi \Omega} \int_0^{+\infty} \frac{\xi^2 (1 - V^2) + \theta^2}{F_{sub}(\xi)} e^{\xi \Omega Z} \sin(\xi Y) d\xi \quad (10.53)$$

Pour le cas supersonique $V > \delta$ on a :

$$\Sigma(Y) = P_0 \frac{\theta^2}{2} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{-i\xi}{F_{sup}(\xi)} e^{-i\xi Y} d\xi \quad (10.54)$$

$$P(Y, 0) = -P_0 \frac{\mu V^2}{\Omega} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\xi^2(1 - V^2) + \theta^2}{F_{sup}(\xi)} e^{-i\xi Y} d\xi \quad (10.55)$$

$$P(Y, Z) = P(Y - \Omega Z, 0) \quad (10.56)$$

Lors de ces développements, qui conservent la forme complexe, il a été nécessaire de définir les fonctions suivantes :

$$F_{\xi_j}(Y) = e^{-i\xi_j Y} (Y < 0)(\text{Im}(\xi_j) > 0) - e^{-i\xi_j Y} (Y > 0)(\text{Im}(\xi_j) < 0) \quad (10.57)$$

$$Fs_{\xi_j}(Y) = \frac{1}{\pi} \left\{ \cos(\xi_j Y) \left(S(\xi_j Y) + \frac{\pi}{2} \right) - \sin(\xi_j Y) C(\text{Sgn}(\text{Re}(\xi_j)\xi_j Y)) \right\} \quad (10.58)$$

$$Fs_{\xi_j}(-Y) = -Fs_{\xi_j}(Y) \quad (10.59)$$

$$Fc_{\xi_j}(Y) = \frac{1}{\pi} \left\{ -\sin(\xi_j Y) \left(S(\xi_j Y) + \frac{\pi}{2} \right) - \cos(\xi_j Y) C(\text{Sgn}(\text{Re}(\xi_j)\xi_j Y)) \right\} \quad (10.60)$$

$$Fc_{\xi_j}(-Y) = Fc_{\xi_j}(Y) \quad (10.61)$$

Alors, en régime subsonique, nous pouvons écrire :

$$\Sigma(Y) = P_0 \frac{\theta^2}{2} \frac{1}{(\theta^2 - V^2)(V^2 - 1)} \sum_{j=1}^3 C_j \xi_j Fs_{\xi_j}(Y) \quad (10.62)$$

$$P(Y, Z) = -P_0 \tan^{-1} \left(\frac{Y}{\Omega Z} \right) + A_p \sum_{j=1}^3 C_j \left[\theta^2 + \xi_j^2(1 - V^2) \right] \times \quad (10.63)$$

$$\left\{ \frac{1}{2} \left[Fs_{\xi_j}(Y_z) - Fs_{\xi_j}(Y_{z-}) \right] + \frac{i}{2} \left[Fc_{\xi_j}(Y_z) - Fc_{\xi_j}(Y_{z-}) \right] \right\} \quad (10.64)$$

$$A_p = \frac{P_0 \mu V^2}{\Omega} \frac{1}{(\theta^2 - V^2)(V^2 - 1)} \quad (10.65)$$

et en régime supersonique :

$$\Sigma(Y) = \frac{P_0 \theta^2}{2} \frac{1}{(\theta^2 - V^2)(V^2 - 1)} \sum_{j=1}^3 C_j \xi_j F_{\xi_j}(Y) \quad (10.66)$$

$$P(Y, 0) = -P_0 \frac{1}{2} \text{Sgn}(Y) - A_p \sum_{j=1}^3 C_j \left\{ [\theta^2 + \xi_j^2(1 - V^2)] i F_{\xi_j}(Y) \right\} \quad (10.67)$$

$$P(Y, Z) = P(Y - \Omega Z, 0) \quad (10.68)$$

En appliquant les relations (10.62) et (10.66), on peut donc visualiser la contrainte de flexion $\Sigma(Y)$ respectivement dans les figures 10.7 et 10.8. Dans la Fig. 10.7, on peut également voir la solution homogène (« onde libre ») associée à la contrainte de flexion.

Enfin, on peut observer, dans la Fig. 10.9, que le mouvement transitoire tend rapidement vers un mouvement stationnaire (ou établi), lorsque le chargement appliqué est uniforme, tant par son amplitude P_0 , que par sa vitesse V (ici fixée à 0.25)

Ce résultat sera mis à profit dans l'étude qui suit et dans l'analyse des résultats expérimentaux.

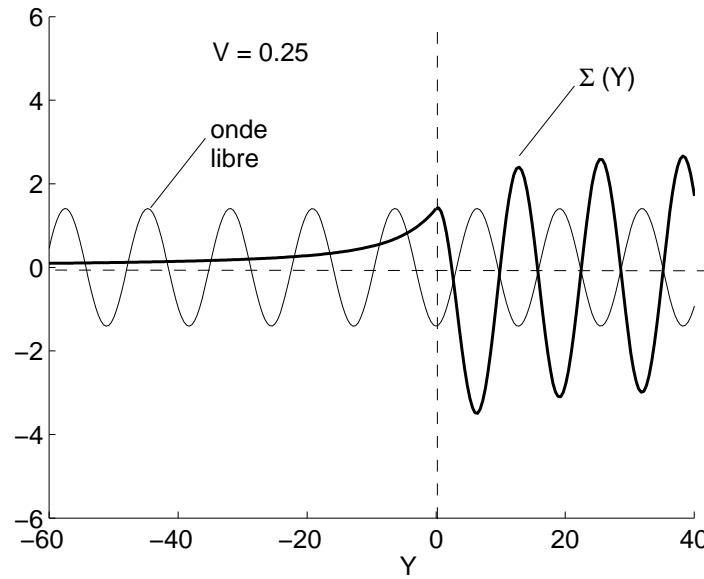


Figure 10.7 – Contrainte de flexion en subsonique ($V = 0.25$).

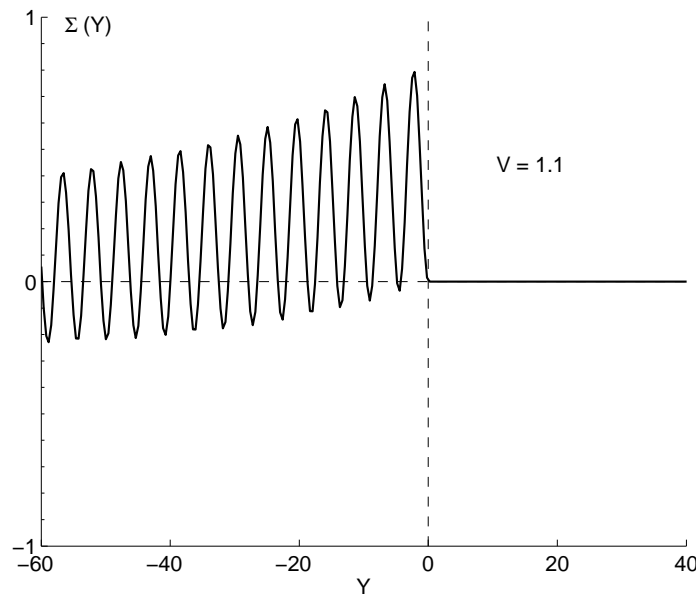


Figure 10.8 – Contrainte de flexion en supersonique ($V = 1.1$).

10.5 Conclusion sur la résolution analytique stationnaire

L'étude et les résultats qui viennent d'être synthétisés, concernent le comportement des structures flexibles de grande étendue couplées à des liquides, lorsque celles-ci sont soumises à des chargements animés d'une vitesse v . Pour pouvoir tenir compte des pressions appliquées par les explosions, il a été nécessaire d'introduire dans la résolution toutes les valeurs possibles de cette vitesse, laquelle peut rencontrer les vitesses caractéristiques du système : c_ℓ , c_s , c_p . Pour ces vitesses caractéristiques, la solution analytique ne peut être explicitée directement comme cela a été présenté précédemment. Un développement spécifique devrait être mené (voir le chapitre 4, section 4.3.3). Néanmoins, l'analyse des réponses obtenues en faisant tendre v vers les valeurs caractéristiques révèle que les réponses demeurent finies, et que les maxima sont clairement quantifiables. En effet, dans un tel système physique couplé,

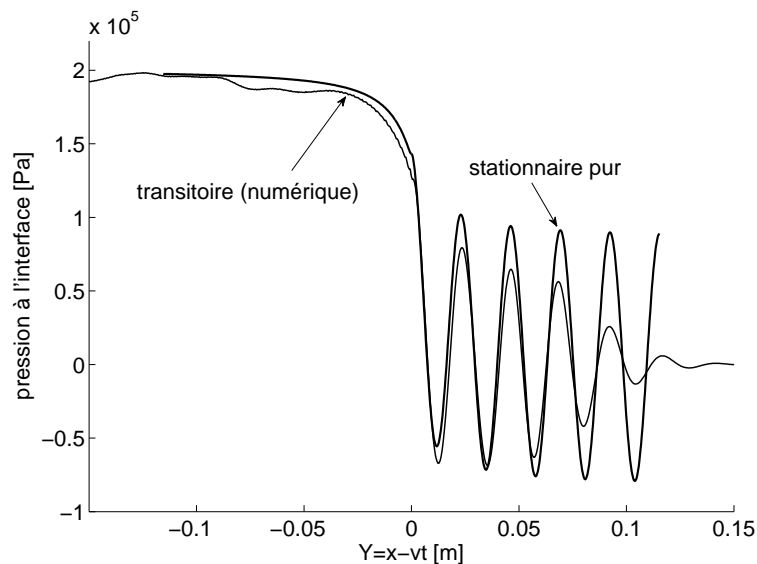


Figure 10.9 – *Pression numérique transitoire et pression purement stationnaire (Pa).*

une vitesse caractéristique pour une partie seulement de l'ensemble (la plaque ou le liquide) ne l'est plus pour le système complet.

Le développement analytique montre également, comme pour les poutres, que la forme des réponses change complètement selon la valeur de la vitesse. Le changement le plus marqué se produit si la vitesse v rencontre la célérité acoustique c_ℓ dans le liquide (c'est-à-dire si l'on passe du régime subsonique au régime supersonique). Nous avons vu que la résolution en subsonique a soulevé certaines difficultés : néanmoins, l'application de la transformée de Fourier a permis une résolution dans toutes les gammes de vitesses.

Bien qu'elle soit gouvernée par des processus non linéaires (voir le chapitre 9), une explosion impose au système fluide - structure une réponse linéaire dans ses premiers instants. La pression appliquée se déplace selon une loi spatio-temporelle représentée par les Fig. 9.4 et 9.5. La pression de l'explosion qui balaie la structure crée une réponse dont le contenu fréquentiel et l'amplitude sont étroitement liés à la vitesse et l'amplitude de la pression.

En réalité, le mouvement transitoire de la structure sera une superposition des ondes qui naissent à chaque instant, et ne peut, dans l'absolu être purement stationnaire.

Chapitre 11

Interaction fluide-structure en régime transitoire

11.1 Introduction

Dans ce chapitre, on va présenter les résultats numériques et expérimentaux relatifs au système plaque - liquide - explosion.

Le travail avait débuté par les études analytiques présentées au chapitre 10. Pendant la thèse de Grégory Girault (2006), nous avons élaboré un code de calcul et effectué une étude expérimentale. La simulation supposait un couplage faible (voir la section 9.4) entre l'explosion et la plaque : cela signifie que les mouvements de structure n'influencent pas l'écoulement créé par l'explosion au dessus de la plaque (représenté dans la Fig. 9.5). Ainsi, les calculs et les expériences étaient bien corrélés pendant les échelles de temps considérées.

Ce travail est poursuivi actuellement et certains résultats ont été publiés récemment : Langlet et al. (2014b). L'objectif plus large est de réussir à coupler le calcul de la structure avec le calcul CFD, c'est-à-dire de parvenir à la simulation d'un couplage fort.

La présentation qui va suivre fait la synthèse du travail effectué, où nous avons repris la simulation numérique de Girault (2006) pour l'adapter au calcul faisant intervenir simultanément la réponse transitoire de la plaque et du liquide *et* le calcul CFD décrivant la détonation puis la propagation de l'onde de choc (voir au chapitre 9 la section 9.3). De plus, ces calculs effectués avec le chargement numérique décrit au paragraphe 9.3 sont comparés avec les mesures de déformations obtenus par Girault (2006).

Conceptuellement, une explosion peut-être analysée comme la suite de quatre phases successives : (i) le processus de détonation au sein du milieu réactif ; (ii) la propagation de l'onde de choc dans l'environnement ; (iii) la réflexion de cette onde par les obstacles ; (iv) la réponse de la structure impactée et des fluides ou autres matériaux confinés par la structure. Ces quatre phases correspondent à quatre stades de modélisation impliquant des simulations multiphysiques : la phase (i) concerne un fluide réactif ; la phase (ii) concerne l'écoulement instationnaire d'un fluide compressible ; la phase (iv) qui fait l'objet de ce chapitre concerne l'interaction fluide-structure.

Les ondes de choc peuvent être créées par des explosions sous-marines (UNDEX) ou des explosions aériennes (INEX)¹. La grande différence entre ces deux types d'explosions provient de la différence entre la dynamique des produits de réaction. Dans une INEX, la pression des produits de réaction diminue au cours de l'expansion des gaz. Dans une UNDEX, les gaz forment une bulle qui présente des mouvements

1. « Under Water Explosion » et « In Air Explosion ».

de compression-dilatation. Dans les explosions sous-marines, le phénomène de cavitation est inévitable. Sur ce sujet, on peut consulter notamment les travaux de Geers et Hunter (2002), Sprague et Geers (1999), et de Galiev (1996). La cavitation se produit aux interfaces gaz-liquide et fluide-structure. Sur les techniques expérimentales dédiées à la cavitation, on peut consulter l'article de Herbert et al. (2006).

Une vue d'ensemble sur les études des effets des ondes de choc sur les structures est proposée par Rajendran et Lee (2009). On peut distinguer deux approches qui correspondent respectivement à un couplage fort et à un couplage faible.

Premièrement, on trouve les travaux où l'explosion est modélisée en même temps que le couplage avec la structure. La simulation décrit la détonation et la propagation de l'onde de choc. Par exemple, le milieu réactif et l'écoulement sont traités avec la formulation MMALE (« Multi Material Arbitrary Lagrangian Eulerian ») par Alia et Souli (2006). En suivant cette formulation, l'interaction entre l'écoulement de l'onde de choc et la structure peut-être calculée après des durées importantes après l'explosion comme dans les travaux de Zakrisson et al. (2011). Mais cette approche nécessite à la fois l'optimisation d'un nombre élevé de paramètres numériques et des durées de calcul très importantes. C'est pourquoi les phénomènes à très hautes fréquences et faibles amplitudes restent difficiles à appréhender.

Deuxièmement, on trouve les travaux où seule la réponse mécanique est calculée. La pression de l'explosion est fournie en données d'entrée sous forme de formules basées sur des études expérimentales : exponentielles décroissantes, crêteaux de pression, triangle, ou expressions plus élaborées telles que celles de Brossard et al. (1995), rappelées au chapitre 9. D'autres formes de chargement sont fournies par les bien connus « Manuels Techniques de l'Armée Américaine »² : Longère et al. (2013), Neuberger et al. (2007). De telles simulations nécessitent de définir les lois de comportement spécifiques, ou « UMAT » (User Defined Material), lorsqu'elles sont menées avec des codes commerciaux, principalement ABAQUS, LSDYNA, EUROPLEXUS. Les structures étudiées vont de la plus simple : plaque, Neuberger et al. (2007) ou panneau composite (Karagiozova et al. 2009), à de plus complexes : casque militaire (Grujicic et al. 2010), ou verre laminé (Larcher et al. 2012).

Les codes numériques qui viennent d'être cités sont des outils indispensables pour résoudre des problèmes de dynamique, en particulier lorsqu'ils concernent les ondes de choc et l'interaction fluide-structure, dans des systèmes complexes (véhicules, avions, navires, réservoirs,..., pour lesquels on recherche une réponse globale et à des temps « longs ». Mais, comme on va s'en rendre compte dans ce chapitre, si seulement les premiers instants de la réponse doivent être calculés, il peut-être plus judicieux de développer un code numérique entièrement maîtrisé. Il est ainsi possible de focaliser la modélisation sur les perturbations à hautes fréquences. De plus, il est alors possible de comparer les mesures expérimentales avec des calculs dont le schéma numérique et les paramètres sont entièrement contrôlés.

La première particularité de cette étude est que la réponse de la structure et du liquide sont analysées seulement durant le temps où l'onde de choc se réfléchit sur la structure.

La seconde particularité est que la présence du fluide influence significativement le comportement du système. En effet, dans des temps si courts, le fluide réagit sur la plaque par sa compressibilité, et aussi par son inertie (d'où un effet de masse ajoutée). Dans les deux milieux, on peut appliquer l'hypothèse des petites perturbations, ce qui implique que la réponse de l'ensemble est constituée d'ondes élastiques et acoustiques.

2. US Army Technical Manuals ConWep Code.

11.2 Modèle numérique du système plaque-liquide

11.2.1 Formulation des équations du problème

Les EDP du mouvement du fluide, sont, comme au chapitre 10, exprimées à l'aide de la formulation en potentiel des vitesses φ .

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = c_\ell \Delta \varphi \quad (11.1)$$

La pression du fluide s'écrit :

$$p_i = \rho_\ell \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (11.2)$$

Les EDP de la plaque, sont également établies avec les hypothèses de Mindlin (1951).

Pour tenir compte de l'axi-symétrie du chargement de la plaque par la pression de l'explosion, le système d'EDP couplé va être exprimé avec l'hypothèse d'axi-symétrie dans le système de coordonnées polaires (r, θ) : la seule dépendance spatiale sera exprimée avec la coordonnée radiale r . Dans ce cas, trois déplacements sont nécessaires pour formuler la dynamique de la plaque : u le déplacement radial, w le déplacement hors-plan, et ψ la rotation de la section droite. Sur sa face inférieure, la plaque est soumise en tout point à la pression du fluide, p_i . Sur sa face supérieure, elle subit la pression de l'onde de choc, p_e . Ainsi, le mouvement d'une particule appartenant au feuillet moyen de la plaque s'écrit :

$$r\rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial(rN_{rr})}{\partial r} - N_{\theta\theta} \quad (11.3)$$

$$\frac{1}{12}r\rho h^3 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{\partial(rM_{rr})}{\partial r} - M_{\theta\theta} + rQ \quad (11.4)$$

$$r\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial(rQ)}{\partial r} + \left[rN_{rr} \frac{\partial w}{\partial r} \right] - p_e r + p_i r \quad (11.5)$$

avec, par unité de longueur : N_{rr} , $N_{\theta\theta}$ les tensions de membranes radiales et circonférentielles, M_{rr} , $M_{\theta\theta}$ les moments dans les directions radiales et circonférentielles, et enfin Q l'effort tranchant.

Lors de la thèse de Girault (2006), nous avons montré que l'action du fluide sur la plaque augmentait considérablement la rigidité du système, et donc empêchait l'apparition de non-linéarités géométriques ou matérielles. Aussi, seuls les termes linéaires des EDP (11.3)-(11.5) sont retenus, ce qui conduit à négliger les tensions de membrane. En utilisant les composantes des déplacements, on a :

$$M_{rr} = D \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} - \nu \frac{\psi}{r} \right) \quad (11.6)$$

$$M_{\theta\theta} = D \left(\frac{\psi}{r} + \nu \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \quad (11.7)$$

$$Q = \kappa Gh \left(\frac{\partial w}{\partial r} - \psi \right) \quad (11.8)$$

Avec $\kappa = 5/6$ le coefficient de correction de cisaillement, et $D = Eh^3/[12(1-\nu^2)]$ représentant la rigidité de flexion.

Exprimé à l'aide des variables sans dimension (en capitales) définies au chapitre 10, le problème

linéaire axi-symétrique à résoudre s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial T^2} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} - \frac{\Psi}{R^2} + \theta^2 \left(\frac{\partial W}{\partial R} - \Psi \right) \quad (11.9)$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial T^2} = \theta^2 \left(\frac{\partial^2 W}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial W}{\partial R} - \frac{\partial \Psi}{\partial R} - \frac{\Psi}{R} \right) + \mu \frac{\partial \Phi}{\partial T} \Big|_{Z=0} - P_e \quad (11.10)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial T^2} = \delta^2 \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial R} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Z^2} \right) \quad (11.11)$$

$$\frac{\partial W}{\partial T} = - \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \Big|_{Z=0} \quad (11.12)$$

La continuité des composantes normales des vitesses est exprimée par (11.12). Les conditions de couplage et de symétrie imposées par l'axi-symétrie sont rappelées ci-après.

11.2.2 Conditions de couplage et conditions de symétrie

Si $R = 0$, la condition de symétrie s'exprime par :

$$\frac{\partial W}{\partial R} \Big|_{R=0} = \frac{\partial \Phi}{\partial R} \Big|_{R=0} = 0, \quad \Psi = 0 \quad (11.13)$$

Si $R \rightarrow 0$, la règle de L'Hospital conduit à :

$$\lim_{R \rightarrow 0} \frac{\Psi}{R} = \frac{\partial \Psi}{\partial R} \Big|_{R=0} \quad (11.14)$$

$$\lim_{R \rightarrow 0} \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial R^2} \Big|_{R=0} \quad (11.15)$$

Si $Z = 0$, un développement de Taylor à l'ordre 2 du potentiel Φ sur la variable R conduit à :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial Z^2} \Big|_{Z=0} = \frac{2}{\Delta Z^2} \left[\Phi(\Delta Z) - \Phi(0) - \frac{\partial \Phi}{\partial Z} \Big|_{R=0} \Delta Z \right] \quad (11.16)$$

En remplaçant $-\partial \Phi / \partial Z$ par $\partial W / \partial T$:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial Z^2} \Big|_{Z=0} = \frac{2}{\Delta Z^2} \left[\Phi(\Delta Z) - \Phi(0) + \frac{\partial W}{\partial T} \Delta Z \right] \quad (11.17)$$

Les dérivées temporelles sont regroupées dans le membre de gauche, et les dérivées spatiales dans le membre de droite :

$R = 0, \quad Z = 0 :$

$$\Psi(0, T) = 0 \quad (11.18)$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial T^2} - \mu \frac{\partial \Phi}{\partial T} \Big|_{Z=0} = 2\theta^2 \left[\frac{\partial^2 W}{\partial R^2} - \frac{\partial \Psi}{\partial R} \right] - P_e(R, T) \quad (11.19)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial T^2} - \frac{2\delta^2}{\Delta Z} \frac{\partial W}{\partial T} = 2\delta^2 \left\{ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2} + \frac{1}{\Delta Z^2} [\Phi(\Delta Z) - \Phi(0)] \right\} \quad (11.20)$$

$R > 0, Z = 0 :$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial T^2} = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \Psi}{\partial R} - \frac{\Psi}{R^2} + \theta^2 \left[\frac{\partial W}{\partial R} - \Psi \right] \quad (11.21)$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial T^2} - \mu \frac{\partial \Phi}{\partial T} \Big|_{Z=0} = \theta^2 \left[\frac{\partial^2 W}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial W}{\partial R} - \frac{\partial \Psi}{\partial R} - \frac{\Psi}{R} \right] - P_e(R, T) \quad (11.22)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial T^2} - \frac{2\delta^2}{\Delta Z} \frac{\partial W}{\partial T} = \delta^2 \left\{ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial R} + \frac{2}{\Delta Z^2} [\Phi(\Delta Z) - \Phi(0)] \right\} \quad (11.23)$$

$R = 0, Z < 0 :$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial T^2} = \delta^2 \left[2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Z^2} \right] \quad (11.24)$$

$R > 0, Z < 0 :$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial T^2} = \delta^2 \left[\frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial R} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Z^2} \right] \quad (11.25)$$

11.2.3 Résolution par un schéma numérique explicite

Les équations de la plaque et celles du liquide, les conditions de couplage et de symétrie, sont discrétisées suivant une grille uniforme (incrément d'espace ΔR , ΔZ , et ΔT pour le temps). A chaque nœud de cette grille, et à chaque instant, les dérivées partielles sont calculées par des approximations aux différences finies. L'intégration dans le temps peut être effectuée suivant les schémas de la famille de Newmark. Ces schémas dépendent explicitement de deux paramètres dont les valeurs permettent de déterminer le schéma comme purement implicite, ou purement explicite. Pour les problèmes de dynamique, une intégration explicite est préférable, afin d'appréhender les ondes à hautes fréquences. Des améliorations peuvent être appliquées pour contrôler, ou réduire, les oscillations numériques liées à la discrétisation en espace. Pour les schémas explicites, on peut se référer aux schémas dissipatifs classiques développés par Newmark (1959), Chung et Lee (1994), Zhai (1996), Hulbert et Chung (1996); Maheo et al. (2011) du Laboratoire de Mécanique et Matériaux à Lorient, ont discuté et comparé les performances de ces schémas dissipatifs appliqués au problèmes académique de l'impact de barres.

Pour un problème d'interaction fluide-structure, il faut choisir entre un schéma partitionné ou un schéma monolithique. Dans le schéma partitionné, les EDP du fluide et du solide sont résolues séparément selon une procédure alternée. Au contraire, dans le schéma monolithique, les EDP du fluide et du solide sont résolues simultanément, ce qui est contribué à la stabilité du calcul.

Dans notre étude, un schéma purement explicite est appliqué, et une approche monolithique est retenue à l'interface ($Z = 0$) entre le fluide et la plaque. Soit $X^k = {}^k\{\Psi, W, \Phi\}$ le vecteur inconnu au temps $T^k = k\Delta T$. Après avoir discrétisé les EDP, et réorganisé les termes, nous obtenons le système algébrique suivant :

(i) à l'interface ($Z = 0$) :

$$X^{k+1} = [\mathbf{A}] X^k + [\mathbf{B}] X^{k-1} + [\mathbf{C}] R_i^k \quad (11.26)$$

(ii) dans le domaine fluide ($Z < 0$) :

$$\Phi^{k+1} = 2\Phi^k - \Phi^{k-1} + R_\ell^k \quad (11.27)$$

$$[\mathbf{A}] = \frac{2}{1 + \alpha\beta} \begin{bmatrix} 1 + \alpha\beta & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \alpha \\ 0 & -\beta & 1 \end{bmatrix} \quad (11.28)$$

$$[\mathbf{B}] = \frac{-1}{1 + \alpha\beta} \begin{bmatrix} 1 + \alpha\beta & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \alpha\beta & 2\alpha \\ 0 & -2\beta & 1 - \alpha\beta \end{bmatrix} \quad (11.29)$$

$$[\mathbf{C}] = \frac{\Delta T^2}{1 + \alpha\beta} \begin{bmatrix} 1 + \alpha\beta & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \alpha \\ 0 & -\beta & 1 \end{bmatrix} \quad (11.30)$$

Dans ces équations, les termes $\alpha = \mu\Delta T/2$ et $\beta = -\delta^2\Delta T/\Delta Z$ dépendent des pas de discrétisation. Les termes R_i^k proviennent de la discrétisation du second membre des équations (11.9)-(11.11) à l'interface tandis que R_ℓ^k provient de la discrétisation de (11.11) dans le liquide. Evidemment, la formulation de R_i^k et de R_ℓ^k varie selon les conditions de couplage et de symétrie formulées précédemment (sous-section 11.2.2).

D'après l'étude numérique que nous avons menée en 2003, (chapitre 10, section 10.3), ΔT doit être inférieur à la plus petite des conditions CFL établies pour la plaque seule ou le liquide seul, pour que la stabilité du schéma soit assurée. De plus, les pas d'espace ne doivent pas dépasser le dixième de la plus petite longueur d'onde que l'on veut être capable d'observer.

Pour un chargement se déplaçant à vitesse $V = v/c_p$ constante, les longueurs d'onde déduites de l'analyse stationnaire (chapitre 10) sont utilisées comme référence.

11.3 Formulation de la pression de la détonation par interpolation

Après que l'onde de choc ait atteint la plaque (Fig. 9.5), la pression³ se développe sur la plaque. Cette pression p est calculée avec des pas de temps et d'espace qui sont spécifiques au code CFD METAS. Or, le schéma numérique (11.26) et (11.27) fait intervenir des pas de discrétisation différents. Il est donc nécessaire de définir une technique de calcul permettant d'obtenir la pression correcte, en un point précis et à un instant précis. Cette technique repose sur une interpolation linéaire qui doit vérifier fidèlement la nature spatio-temporelle de l'onde de choc. Cette méthode rend possible la résolution du couplage en parallèle du calcul CFD, sous l'hypothèse d'un couplage faible entre la structure et l'onde de choc. Le principe de cette méthode est schématisé dans la Fig. 11.1. Soit n les nœuds définis par le calcul CFD ; $n = 1, \dots, N$. On suppose que la pression réfléchiée p est connue en tout n en arrière du front de choc. Devant le front, la pression (relative) vaut zéro. La question est comment déterminer la pression en un nœud j définis par le schéma (11.26) et (11.27) appliqué au système plaque-liquide.

Nous définissons le temps d'arrivée $t_A(n)$ au nœud n avec le critère suivant. Quand la pression $p(n, t)$ commence à augmenter, on détecte le temps t^* et la pression p^* pour lesquels la dérivée $dp(n, t)/dt$ est maximale. Alors $t_A(n)$ est le temps pour lequel la droite d'équation :

$$\left. \frac{dp(n, t)}{dt} \right|_{max} \times (t - t^*) + p^* \quad (11.31)$$

coupe l'axe des temps.

La pression à l'abscisse r_j est déterminée à partir des courbes temporelles de pression aux nœuds n et $n + 1$ tels que : $r_n \leq r_j \leq r_{n+1}$. Comme Δr_n est petit, la vitesse du front de pression peut être supposée constante pendant la durée $\Delta t_A = t_A(n + 1) - t_A$. Entre les nœuds n et $n + 1$, la vitesse du

3. Nous la notons ici p au lieu de p_e pour simplifier

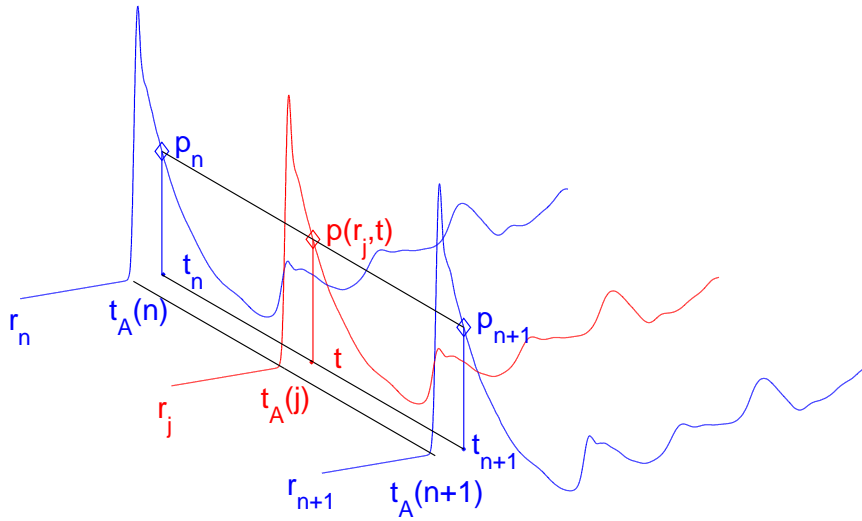


Figure 11.1 – Principe de l'interpolation de pression.

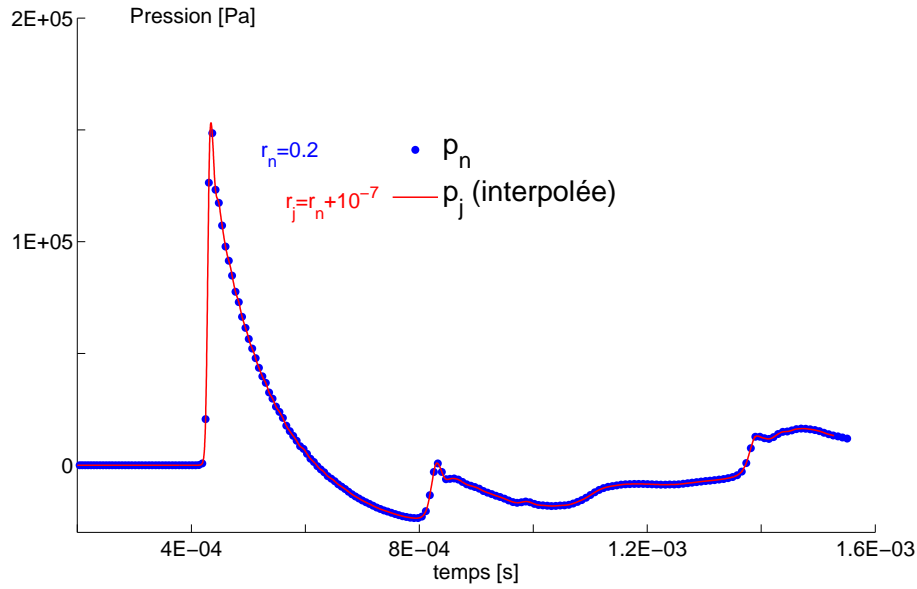


Figure 11.2 – Vérification de justesse de l'interpolation.

front est approchée par :

$$v = \frac{\Delta r_n}{\Delta t_A} \quad (11.32)$$

D'où le temps d'arrivée au nœud j :

$$t_A(j) = t_A(n) + \frac{r_j - r_n}{v} \quad (11.33)$$

Comme la pression dépend de r et de t , la formule d'interpolation doit utiliser des temps appropriés pour tenir compte du décalage en temps entre les courbes temporelles de pression, respectivement aux nœuds n , j , $n + 1$:

$$\Delta t_A(n) = t_A(j) - t_A(n) \quad (11.34)$$

$$\Delta t_A(n + 1) = t_A(n + 1) - t_A(j) \quad (11.35)$$

Finalement, à l'abscisse r_j et à l'instant t , la pression est calculée comme suit :

$$t_n = t - \Delta t_A(n) \quad p_n = p(r_n, t_n) \quad (11.36)$$

$$t_{n+1} = t - \Delta t_A(n+1) \quad p_{n+1} = p(r_{n+1}, t_{n+1}) \quad (11.37)$$

$$p(r_j, t) = \frac{p_{n+1} - p_n}{t_{n+1} - t_n} (t - t_n) + p_n \quad (11.38)$$

$$= \frac{\Delta t_A(n)}{\Delta t_A(n) - \Delta t_A(n+1)} (p_{n+1} + p_n) + p_n \quad (11.39)$$

Lorsque deux nœuds j et n sont extrêmement proches, la procédure qui vient d'être présentée retrouve parfaitement la pression p_n . Par exemple, en utilisant pour le calcul les données expérimentales du cas 35-223 (voir le paragraphe 9.6), on peut voir le résultat de l'interpolation au voisinage de $r = 0.2 \text{ m}$ dans la Fig. 11.2.

11.4 Simulations numériques et comparaison avec les résultats expérimentaux

Les paramètres utilisés dans les simulations correspondent aux cas 60-220 et 62.5-283 définis dans le tableau 9.1 au chapitre 9. Les tableaux ci-dessous rappellent les caractéristiques de la plaque et du liquide.

	θ	c_p	E	ν	ρ
Plaque	0.55	5337 ms^{-1}	$7.2 \times 10^{10} \text{ Pa}$	0.3	2790 kg m^{-3}

Tableau 11.1 – Caractéristiques de la plaque

	δ	μ	c_ℓ	ρ_ℓ
Liquide	0.28	0.1	1500 m s^{-1}	10^3 kg m^{-3}

Tableau 11.2 – Caractéristiques du liquide

Dans la Fig. 11.3 on peut observer le champ de pression dans le liquide 428 microsecondes après le début de l'explosion. La chronologie de la réponse est liée aux vitesses des ondes.

La vitesse des perturbations est constante dans le fluide (c_ℓ). Par contre, la vitesse continuellement décroissante du front de pression sur la plaque fait apparaître des ondes de fréquences variées, dont les vitesses sont déterminées par la relation de dispersion du système. La Fig. 11.3 indique que les mouvements de la plaque se propagent en avant du pied de Mach. Les diagrammes en temps-espace permettent de visualiser et comprendre le phénomène avant que ne se produise la première réflexion sur un bord. Ces tracés sont effectués pour les déformations de flexion ε_{rr} dans les figures 11.4 et 11.5, pour les deux cas expérimentaux qui vont être discutés. A cause de la faible épaisseur de la plaque ($h = 1/2 \text{ mm}$ dans le cas 62.5-283, le contenu fréquentiel de la réponse est bien plus élevé que dans le cas 60-220 ($h = 5 \text{ mm}$). La raison est que pour la solution du système d'EDP non-dimensionnelle (11.9)-(11.12), l'échelle de longueur est $h/\sqrt{12}$, et l'échelle de temps est $h\sqrt{\rho(1-\nu^2)/(12E)}$. C'est pourquoi dans les plaques fines, les solutions posséderont des longueurs d'ondes plus petites que dans les plaques épaisses composées du même matériau. Les pas de temps ΔT utilisés pour les plaques fines doivent donc être plus petits que pour les plaques épaisses.

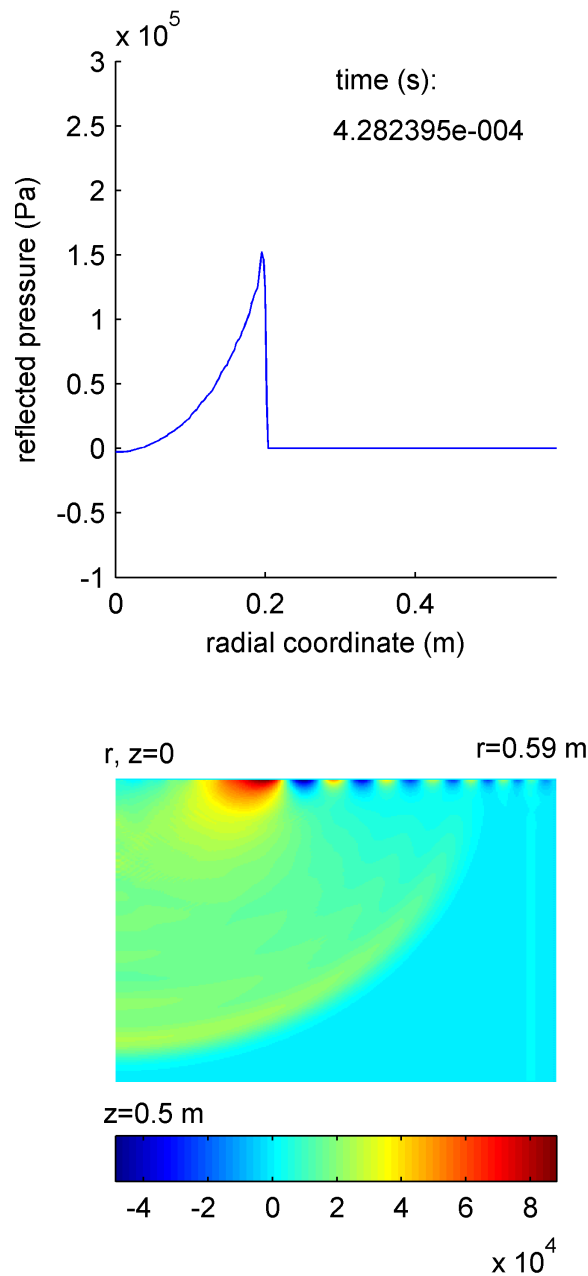


Figure 11.3 – *Pression sur la plaque et dans le liquide. Cas 60-220.*

Dans la Fig. 11.4, le front du chargement est repéré par les pointillés rouge. La pente de cette courbe dans le plan $r-t$ représente la vitesse v du front de pression sur la plaque. Cette pente décroît rapidement, puis se stabilise à une vitesse à peu près constante. On constate que les vibrations sont créées à partir de ce front, puis se propagent vers l'avant. Bien que les conditions stationnaires telles qu'on les a rappelées au chapitre 3 ne soient pas absolument vérifiées, certaines fréquences et longueurs d'ondes sont voisines de celles prévues par l'analyse stationnaire (chapitre 10). En effet, sur une courte distance, la vitesse du chargement ne varie pas beaucoup. Alors, compte tenu de la vitesse élevée de l'onde de choc, un grand nombre d'oscillations peut apparaître pendant le temps nécessaire pour parcourir cette distance. Sur la plaque la plus épaisse, la vitesse v se stabilise à environ 426 m/s. Pour cette vitesse, le calcul analytique suivant la méthode présentée au chapitre 10 (en régime subsonique), prévoit une longueur d'onde de 8 cm. La comparaison avec le résultat de la Fig. 11.5 est très satisfaisante car celui-ci est de 7 cm. Il faut noter qu'une égalité absolue entre les deux résultats est impossible puisque : (i) la plaque numérique est de dimension finie, (ii) la propagation est cylindrique et la réponse contient une partie transitoire.

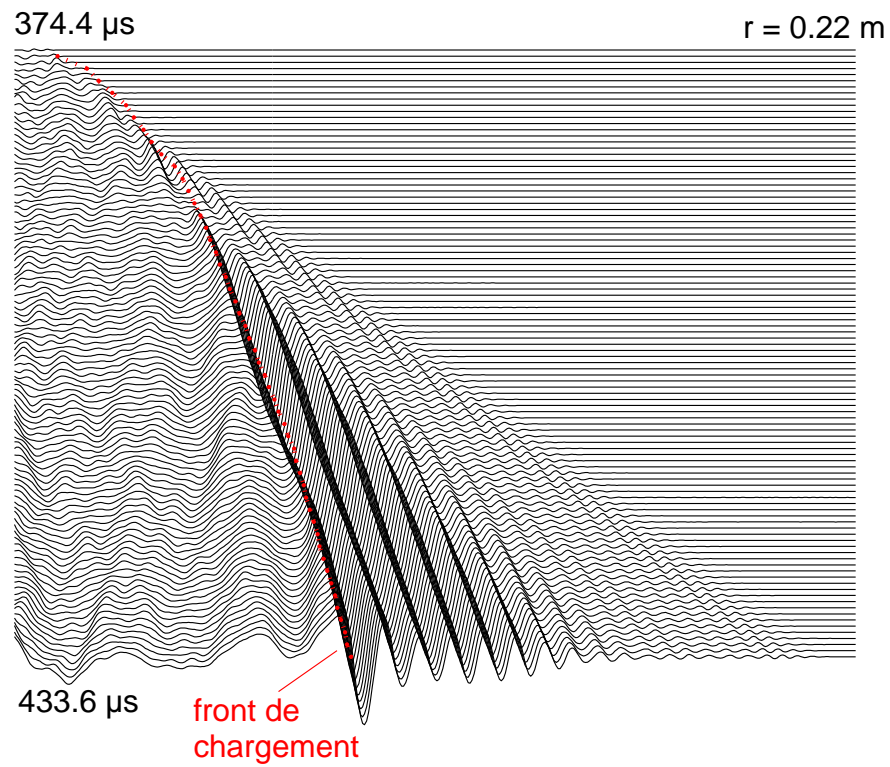


Figure 11.4 – Evolution des déformations de flexion sur la plaque (cas 62.5-283).

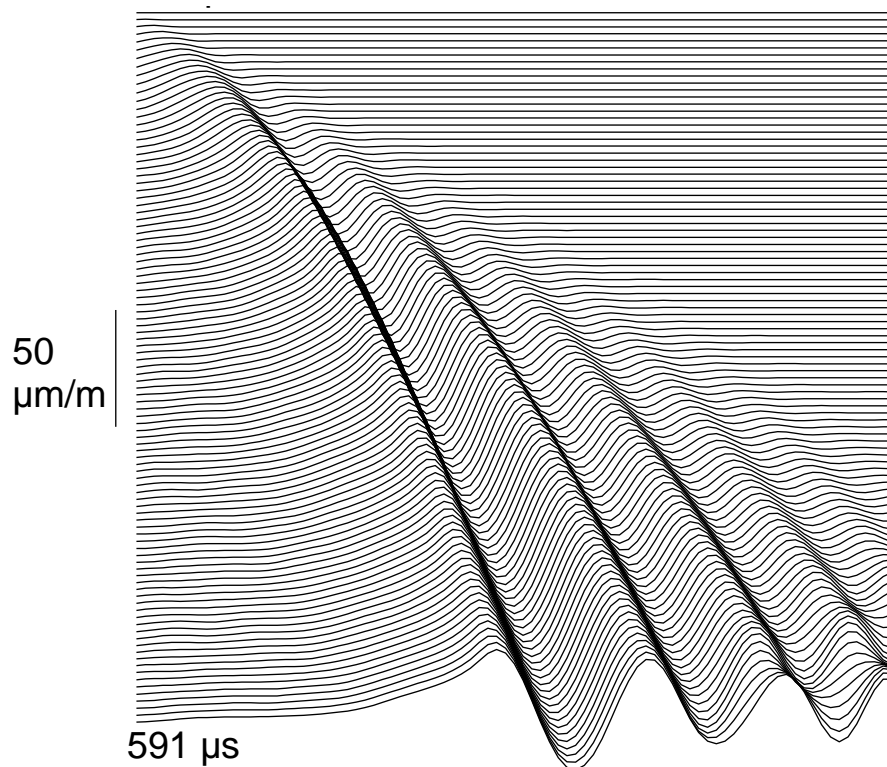


Figure 11.5 – Evolution des déformations de flexion sur la plaque (cas 60-220).

Une réponse stationnaire pure ne peut exister que pour un système de dimension infinie, subissant un chargement mobile uniforme.

Dans notre travail, les incréments $(\Delta R, \Delta Z, \Delta T)$ du schéma numérique furent choisis de telle sorte que, pour des grandes dimensions du système, un chargement ⁴ composé d'une pression constante P_0 , se déplaçant à une vitesse constante v , conduisent à des résultats numériques cohérents avec ceux du calcul analytique.

Idéalement, le chargement uniforme s'exprime avec la fonction de Heaviside H , dans le système de coordonnées utilisé :

$$P_e = P_0 H(VT - R) \quad (11.40)$$

Numériquement, la variation brusque de la pression à l'instant d'arrivée de l'onde de choc dépend des paramètres de discrétisation. L'influence de ces paramètres a été analysée en appliquant le chargement uniforme (11.40) à la place du chargement par la pression CFD de détonation (c'est-à-dire sur les nœuds n définis au paragraphe 11.3). Ainsi, ce chargement uniforme va lui aussi être soumis à la procédure d'interpolation. Cette démarche a permis une analyse supplémentaire sur la validité du *temps de montée* de la pression numérique (chapitre 9, section 9.3). Deux calculs ont été effectués (plaque d'épaisseur 5 mm), avec une pression $P_0 = 10^5$ Pa, se déplaçant avec la vitesse $v = 1334.4$ m/s (soit $V = 0.25$) et des temps de montée de $15 \mu\text{s}$ et $3 \mu\text{s}$ respectivement. Le temps de montée de $3 \mu\text{s}$ est de l'ordre de celui observé expérimentalement, tandis que celui de $15 \mu\text{s}$ correspond à la moyenne des temps de montée numériques dans le calcul CFD. Avec les paramètres utilisés dans l'étude, la longueur d'onde théorique de la composante harmonique de la réponse stationnaire (racine ξ_1 , section 10.4) est $\lambda = 2.304$ cm. La longueur d'onde apparente de la réponse numérique est ici $\lambda = 2.380$ cm.

Pour résumer, à ce stade, les pas $\Delta R, \Delta Z, \Delta T$, ont été ajustés de telle sorte qu'ils conduisent à des solutions confirmées par l'approche analytique. Comme il est clair en mécanique que la diminution des temps de montée va réduire le contenu fréquentiel des solutions, une étude paramétrique a été menée : au terme de celle-ci, on peut considérer que l'erreur sur le contenu fréquentiel est acceptable.

Les temps d'arrivée t_A et la vitesse v du front de chargement sont tracés, en fonction de la coordonnée radiale r , dans les figures 11.6 et 11.7. Le tracé en symboles (+) représente les valeurs déduites des résultats numériques du code CFD (section 9.3), tandis que le trait continu représente celles déduites de Brossard et al. (1995). Le trait en pointillés dans la figure 11.7 correspond à la valeur de 426 m/s.

4. Pour abrégé, on dira « chargement uniforme ».

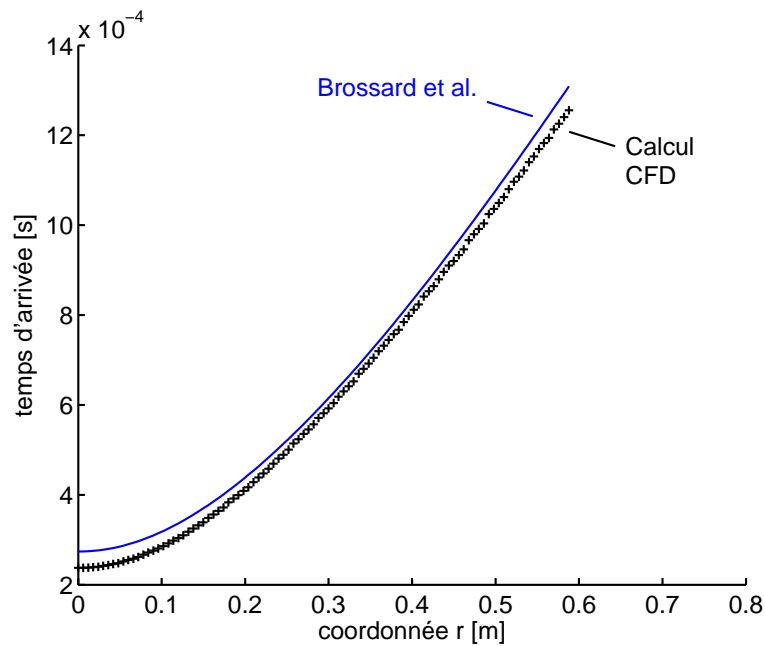


Figure 11.6 – Temps d'arrivée aux points de la plaque.

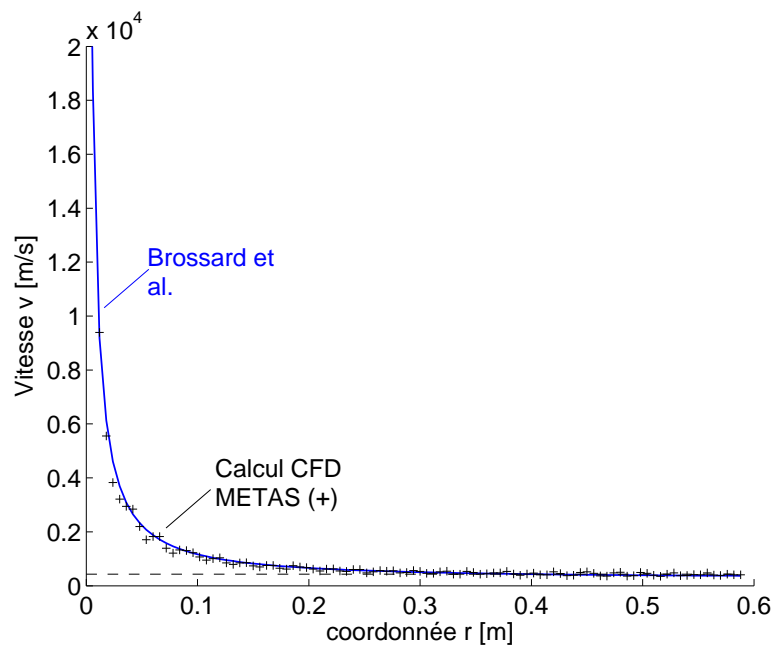


Figure 11.7 – Vitesse du chargement aux points de la plaque.

Ces deux tracés sont très intéressants, car ils montrent que :

- (i) dans l'atmosphère, la dynamique de l'onde de choc calculée par le code CFD est similaire à celle lancée réellement par la détonation du gaz. En effet, les courbes des temps d'arrivée (Fig. 11.6) sont parallèles, simplement décalées d'environ 22 microsecondes.
- (ii) ainsi, la vitesse du front de chargement obtenue avec le calcul CFD est identique à celle calculée avec les formules Brossard et al. (1995), Fig. 11.7.

On peut voir dans les figures 11.8 et 11.9 la comparaison entre les calculs et les mesures de déformations effectuées avec la configuration 2 (tableau 9.1), à 20 cm et 30 cm du point O situé sous l'explosion.

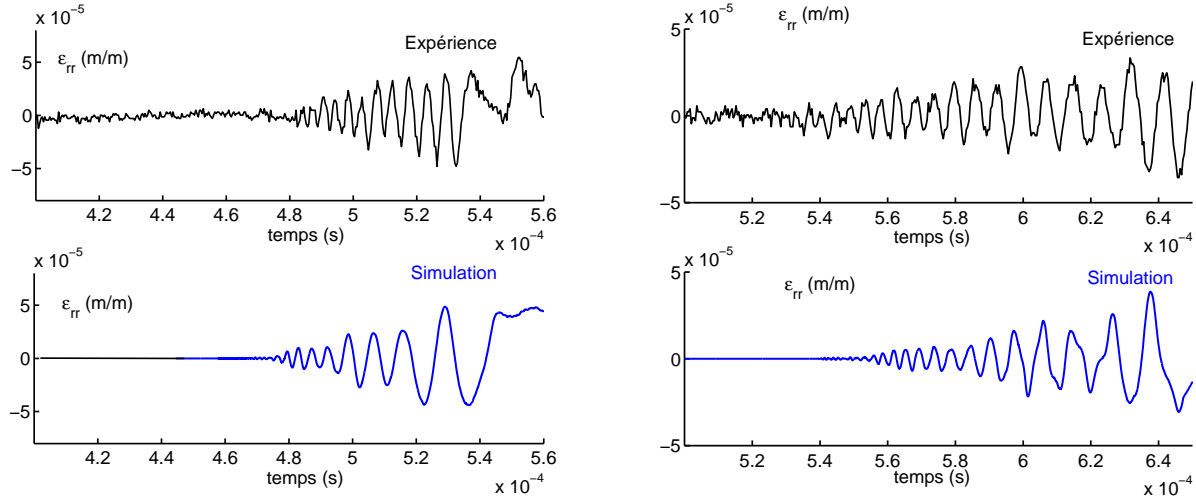


Figure 11.8 – *Simulations et mesures dans le cas expérimental 62.5-283 aux positions $r = 20$ cm et $r = 30$ cm.*

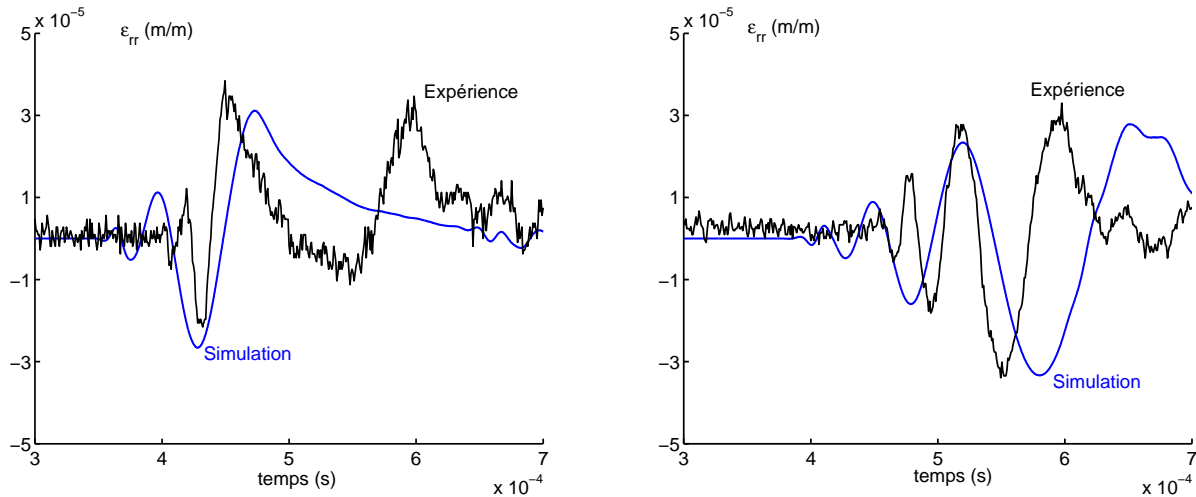


Figure 11.9 – *Simulations et mesures dans le cas expérimental 60-220 aux positions $r = 20$ cm et $r = 30$ cm.*

Le contenu fréquentiel de la réponse de la structure est déterminé par la vitesse v du chargement, et par le temps de montée de la pression lorsque celle-ci atteint un point de la plaque, au temps d'arrivée t_A . D'après les tracés de vitesses, on peut donc en déduire que le contenu fréquentiel sera similaire, que l'on applique le chargement numérique ou le chargement analytique rappelé dans les formules (9.3) à (9.12). L'influence du temps de montée de la pression numérique a déjà été analysée. Comme ce temps de montée est *supérieur* à celui des signaux expérimentaux, il est clair que les composantes à hautes fréquences seront absentes de la réponse calculée. Ceci explique, d'une part, que les amplitudes des signaux calculés soient inférieures à celles des signaux mesurés, et, d'autre part, que leur périodes apparentes, soient plus longues que celles des signaux mesurés, (tout particulièrement sur la plaque la plus fine : Fig. 11.8).

11.5 Conclusion de l'étude

La réponse transitoire d'une plaque en contact avec un liquide à une explosion aérienne a été calculée en appliquant le chargement issu de la résolution numérique de l'écoulement de l'onde de choc.

Ceci a nécessité une adaptation d'échelle pour appliquer la pression de la détonation, avec l'hypothèse de « couplage faible » entre la structure et l'onde de choc.

Les mesures de déformations et de pressions effectuées dans des expériences à échelles réduites se sont révélées en bon accord avec les simulations.

Ce travail est une étape dans notre étude du couplage de structures plus complexes avec des liquides ou avec des ondes de choc, c'est-à-dire des travaux dirigés vers un « couplage fort ».

Partie III

Biomécanique : étude des impacts en région thoracique

Chapitre 12

Introduction à la partie III

12.1 Portée générale de l'étude

Le thème de recherche abordé dans cette dernière partie est celui de l'impact d'un corps déformable sur le thorax humain. Les chocs étudiés ici sont des *chocs non pénétrants*, ou contondants, résultant de l'impact d'un projectile. Ils se différencient des chocs pénétrants qui broient ou déchirent les tissus. L'étude de la vulnérabilité de l'être humain face aux chocs contondants appartient au domaine scientifique de la biomécanique des chocs, qui est un domaine transverse entre la médecine et la physique.

Un des objectifs scientifiques majeurs de ces recherches est d'améliorer la compréhension des mécanismes lésionnels découlant de l'interaction entre un projectile non pénétrant et une structure biologique. Ces études posent des problèmes scientifiques complexes qui ne peuvent être traités dans leur globalité et pour lesquels il est nécessaire de définir en premier lieu la région anatomique étudiée, ainsi que le *vecteur de choc* considéré.

Les résultats trouvent de nombreuses applications dans les domaines de l'accidentologie des transports, l'accidentologie sportive et la défense.

Peu d'études expérimentales ont été menées sur le domaine des impacts balistiques non pénétrants, et la plupart d'entre elles ont été réalisées avec des vecteurs de chocs très rigides tels que les « plastic batons » pour des applications liées à la défense ou au maintien de l'ordre¹ : travaux de Cooper et al. (1982), Cooper et Maynard (1986), Bir (2000).

Afin de progresser dans la compréhension des phénomènes, il est nécessaire de définir des « architectures » plus complexes comprenant des matériaux de plus faibles impédances mécaniques, comme des mousses polymériques et des élastomères. Ceci implique la définition de nouveaux paramètres caractérisant le projectile.

L'étude des chocs de type « faible masse – grande vitesse » avec des projectiles déformables permet d'analyser l'influence des différentes constitutions d'impacteurs sur leur interactions avec la structure et les conséquences sur l'effet lésionnel.

Dans le cadre de ce travail nous avons considéré comme modèle expérimental des projectiles de 40 mm de diamètre comprenant une ogive en mousse polymérique. Ce type de projectile est constitué de deux parties :

1. Ces projectiles étaient tirés par une ancienne génération d'armes.

- Un nez en mousse d'élastomère qui est en contact avec le thorax lors de l'impact.
- Un culot en plastique rigide.

Les projectiles présentant ce type d'architecture ont une masse de 25 à 100 g et des vitesses d'impacts de l'ordre de 50 à 100 m/s. L'étude de ce type de vecteurs de chocs nous a permis de compléter les travaux réalisés sur les impacts de corps rigides.

Une approche lésionnelle a été privilégiée. L'objectif était d'identifier le mécanisme lésionnel qui conduit à l'apparition des événements lésionnels redoutés. L'étude croisée de l'interaction projectile/thorax et du mécanisme lésionnel doit permettre à terme d'établir un critère lésionnel thoracique.

12.2 Vue d'ensemble des travaux présentés dans la partie III du mémoire

Le substitut du corps humain considéré dans cette recherche est le modèle porcin appelé aussi **Réacteur Biologique** (ou « RB ») et la modélisation numérique. La finalité de ces travaux menés en partenariat avec différentes structures de recherche et industrielles est de comprendre les mécanismes lésionnels mis en jeu, de proposer des critères de blessures et finalement d'établir des références normatives qui permettraient une évaluation objective et pertinente du potentiel lésionnel des projectiles.

Ces travaux ont été menés entre février 2010 et février 2013, dans le cadre du projet baptisé **PAR-CHOC**. Les partenaires ont été :

- le laboratoire PRISME/DMS, Université d'Orléans
- la Délégation Générale pour l'Armement (DGA-tt)
- l'entreprise NEXTER-Munitions
- l'entreprise ITC-Elastomère
- l'entreprise ATCOM-Télémétrie
- le Pôle Capteur de l'Université d'Orléans, pour l'ingénierie de projet

Pour les partenaires DGA-tt et Nexter-Munitions, l'intérêt du projet réside dans l'optimisation des armes dites à létalité réduite cinétique, ou « ALRC ».

C'est dans ce projet que s'est déroulée la thèse CIFRE de Julien Pavier, soutenue le 25 juin 2013, intitulée : **Contribution à la compréhension des phénomènes physiques lors de l'impact d'un corps sur un modèle de structure biologique.**

Les travaux qui ont été menés peuvent être analysés en trois phases.

• Phase 1

A travers une étude bibliographique, nous avons d'une part analysé les travaux sur les mécanismes de lésions connus et les lésions observées, et d'autre part recensé les critères lésionnels employés dans l'accidentologie automobile et la balistique lésionnelle.

Les aspects mécaniques mais surtout fonctionnels ont été mis en avant, tels que la perturbation des activités cardiaque et respiratoire. Quelques modèles mathématiques de thorax et les critères de blessures disponibles dans la littérature ont également été étudiés.

En particulier, nous avons intégré dans cette étude bibliographique l'exploitation du modèle à paramètres localisés de Lobdell (1973), Fig. 12.1, pour mettre en évidence les spécificités du choc balistique : à savoir le rôle essentiel que jouent la déformabilité locale du thorax et la déformation de la face avant du

projectile. Cette application du modèle de Lobdell avait été étudiée par Julien Pavier en 2009 pendant son stage de Master que j'avais encadré au laboratoire. En modifiant le modèle d'origine (Pavier 2013) on peut analyser la réponse, pendant, et après, la phase de choc, Fig. 12.2, à droite, temps supérieurs à 1 ms.

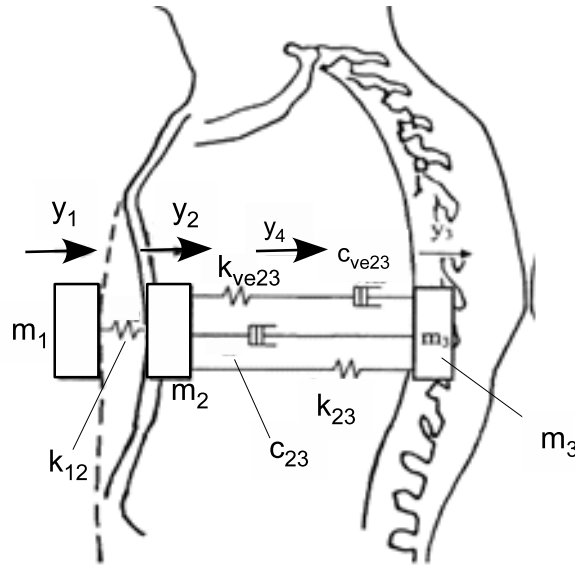


Figure 12.1 – Modèle de Lobdell (1973).

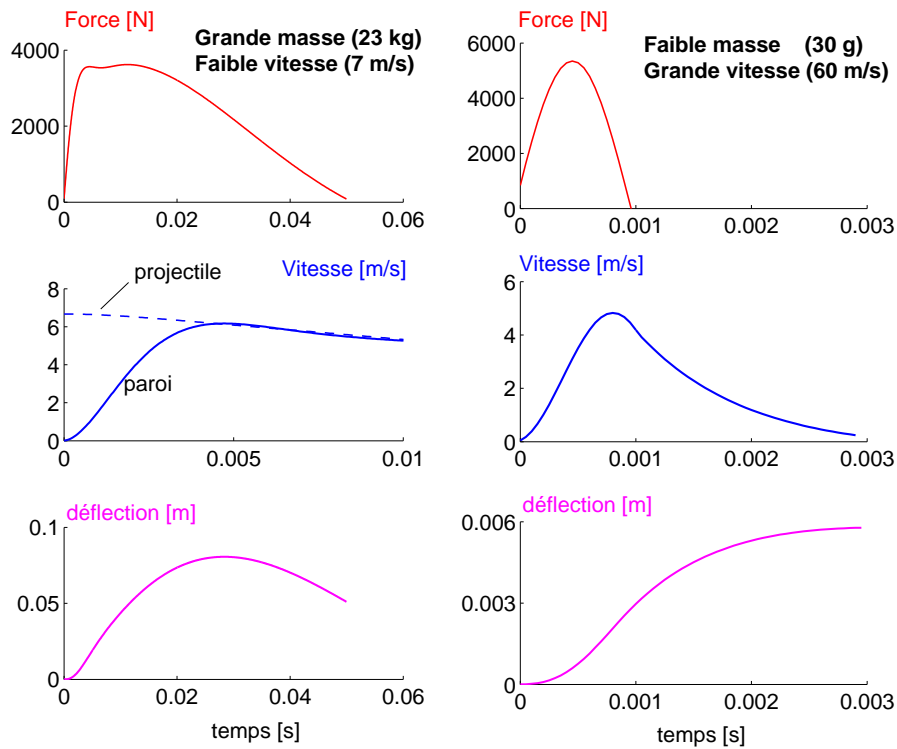


Figure 12.2 – Réponses du modèle de Lobdell : cas de l'accidentologie automobile (à gauche) et des impacts étudiés dans ce mémoire (à droite). Les paramètres des différents éléments rhéologiques du modèle de Lobdell sont les paramètres d'origine.

Dans un premier temps la masse m_1 applique sur le thorax un chargement positif. On suppose que le contact entre la masse m_1 et le thorax cesse lorsque le chargement imposé par k_{12} devient nul. A partir de cet instant, la réponse du modèle est donc postérieure au chargement. Les conditions initiales

de cette deuxième phase sont celles obtenues à l'instant où la force appliquée par le projectile sur la structure devient nulle.

Le modèle de Lobdell permet ainsi d'appréhender les ordres de grandeurs des variables impliquées dans la dynamique de l'impact : *force*, *temps*, *masse*, *vitesse*. La différence entre les impacts ballistiques de projectiles « ALRC » et les chocs de l'accidentologie est illustrée dans la Fig. 12.2 qui résume deux calculs élémentaires. La durée du choc avec le projectile est bien plus courte (3 ms contre 1/100^e de seconde). L'impacteur de masse élevée (choc de l'accidentologie) demeure en contact avec le thorax pendant toute la durée du processus.

Grâce au partenariat avec la DGA-tt, nous avons pu avoir accès à une importante base de données expérimentale. Ces résultats ont été obtenus par l'équipe de Nicolas Prat qui en avait présenté une analyse par une approche médicale, publiée dans Prat et al. (2010) et Prat et al. (2012). Nous avons, pour notre part, effectué une étude mécanique et statistique pour analyser les résultats de ces expériences sur réacteurs biologiques (Pavier et al. 2015). Dans l'étude de Prat et al. (2012), une vingtaine d'impacts administrés avec deux projectiles différents à diverses vitesses sont étudiés avec une documentation sur la réponse du réacteur concernant les lésions cutanées, cardiaques, pulmonaires et osseuses, et sur les grandeurs mécaniques en présence : forces transmises et déformations locales. Pour fixer les ordres de grandeurs, il s'agit de chargements appliqués en moins d'une milliseconde et d'une réponse qui dure 4 millisecondes, caractérisée par une déformation d'environ 40 mm affectant une surface circulaire de rayon de diamètre 10 mm.

Dans notre analyse l'accent a été mis sur une corrélation significative entre l'importance des fractures de côtes et le pourcentage du volume hémorragique pulmonaire, ce qui semble indiquer que la fracture pourrait devenir un facteur de gravité par la suite. Enfin, il a été démontré dans cette analyse statistique que le critère BC (« *Blunt Criterion* »), tout comme l'énergie cinétique du projectile sont des paramètres peu pertinents comparés aux critères² C (« *Compression* ») ou VC (« *Viscous Criterion* ») ou encore la quantité de mouvement pour laquelle une valeur de 3 Ns semble apparaître comme une limite pour les premières fractures des côtes. Au total les difficultés rencontrées par les chercheurs semblent être liées à la déformabilité à la fois du thorax et du projectile, déformabilités qui sont fonction de la vitesse de chargement de ces deux structures. Ce constat fut renforcé par notre analyse théorique préliminaire basée sur un modèle à trois couches élastiques (chapitre 13), représentant chacune le muscle, l'os, les poumons. Conformément aux résultats de Cooper et Maynard (1986) il a été démontré que la quantité de mouvement était bien mieux corrélée à la déformation du thorax que l'énergie cinétique du projectile.

La principale conclusion de cette analyse d'essais existants est que la compréhension des mécanismes de lésions mis en jeu nécessite une caractérisation et une modélisation fine à la fois du projectile et du thorax. Les travaux correspondant à cette première phase sont présentés dans le **chapitre 13**, en reprenant l'article publié en 2013 (Pavier et al. 2015).

Ces analyses ont été publiées sous les références suivantes :

Articles :

- Pavier, J., Langlet, A., Eches, N., Jacquet, JF., Cayzac, R, *Analysis of existing injury criteria in order to evaluate the severity of thoracic impact injury*. CMBBE, Volume 14, Supplement 1, August 2011, pages 25-26 (numéro spécial)
- Aubert, R., Pavier, J., Eches, N., Langlet, A., Bailly, P, *On the use of Hopkinson bar bending apparatus to study soft impact on porcine ribs* CMBBE, Volume 15, Supplement 1, September 2012, pages 311-312
- Pavier, J., Langlet, A., Eches, N., Jacquet, JF., *On Ballistic Parameters of Less-Lethal Projectiles Influencing the Severity of Thoracic Blunt Impacts* CMBBE 2013

2. Les références peuvent être trouvées dans Pavier et al. (2015).

Communications :

- Pavier, J., Langlet, A., Eches, N., Jacquet, JF., Cayzac, R, *Analysis of existing injury criteria in order to evaluate the severity of thoracic impact injury*. Proceedings of 26th International Symposium on Ballistics, Miami 2011.
- Pavier, J., Langlet, A., Eches, N., Jacquet, JF., Cayzac, R, *Aptitude des critères lésionnels existants à prédire les effets des impacts non pénétrants sur le thorax*. Proceedings of XXXVIème Congrès de la Société de Biomécanique, 2011.
- Auber, R., Pavier, J., Eches, N., Langlet, A., Bailly, P, *On the use of Hopkinson bar bending apparatus to study soft impact on porcine ribs*. Proceedings of XXXVIIème Congrès de la Société de Biomécanique, 2012
- J. Pavier, N. Eches A. Langlet, *Less lethal projectile characterization-Analysis of foam nose properties influence on terminal effect*. Proceedings of 27th International Symposium on Ballistics, Fribourg 2013.

• Phase 2

Nous avons donc entrepris une caractérisation expérimentale des projectiles déformables conçus pour l'étude. La mise en place d'un dispositif d'essais dynamique par Barres de Hopkinson intégrant des barres visco-élastiques a été nécessaire pour mener cette étude expérimentale.

Trois types de matériaux polymériques sont caractérisés avec une analyse de l'influence de la longueur de l'échantillon sur le temps caractéristique qui permet l'équilibre de l'échantillon. Des courbes contraintes-déformations pour une gamme de vitesses de déformations de 250 à 800 ms⁻¹ sont proposées. Ces essais sous sollicitation dynamique rapide ont été complétés par des essais de charge-décharge quasi-statique à différentes vitesses de compression afin de quantifier les grandeurs viscoélastiques du matériau. Au total il apparaît que ces mousses de polychloroprène présentent plus un comportement hyper-élastique que viscoélastique. De façon logique, les matériaux présentant les plus petites cellules sont les plus denses et les plus rigides.

Les lois de comportement obtenues ont été tabulées dans la bibliothèque de matériaux du code de calcul LS-DynaTM. Il est ainsi possible de reproduire numériquement des essais dynamiques et quasi-statiques.

Afin de compléter cette validation de la modélisation du matériau, divers projectiles furent modélisés pour deux campagnes expérimentales. Dans la première, les projectiles ont été tirés sur un pendule balistique. Dans la deuxième, les tirs ont été effectués sur une paroi rigide, équipée d'un capteur de force. Outre la validation raisonnable des modèles numériques de projectiles proposés, il apparaît que la force exercée par un projectile peut être analysée selon la séquence suivante :

- (1) **l'action de la mousse** sur la cible qui dépend peu de la masse du projectile
- (2) **l'action du culot** rigide sur la mousse qui génère un pic de force fonction de la masse et des caractéristiques de la mousse
- (3) **la décharge de la mousse** illustrée par la vitesse de rebond

Cette description théorique réaliste du comportement des projectiles va être appliquée à l'étude de l'interaction projectile-thorax dans la suite de l'étude.

• Phase 3

Ayant caractérisé le matériau et le projectile, on s'intéresse maintenant à l'interaction du projectile avec le thorax en situation d'impact latéral.

Dans un premier temps, les efforts se sont consacrés sur l'étude expérimentale et numérique de la

fracture de la côte en sollicitation dynamique rapide de flexion. L'étude expérimentale est basée sur le système d'essais dynamique par barres de Hopkinson. Ces essais furent menés dans le cadre du stage de Master de Romain Aubert. Les expérimentations font apparaître que le mode de rupture de la côte est un mode de flexion et non de cisaillement de type « emporte-pièce », car la fissuration apparaît en zone soumise à la traction et pour des flèches de l'ordre de 5 à 10 mm pour une longueur de côte d'environ 120 mm. Les vitesses de flèches étaient de l'ordre de 10 à 20 m/s, et les forces en présence de 400 à 800 N. Une modélisation numérique de la côte a ensuite été effectuée à partir d'un modèle issu de la littérature (Robin 2000). Ce modèle a été adapté en modifiant le critère d'endommagement pour prédire la fracture. Ceci a permis de rendre compte de façon assez réaliste des phénomènes en présence. Cette étude de la fracturation dynamique des côtes est présentée dans le **chapitre 15**.

Dans un deuxième temps, c'est l'interaction entre le projectile de 40 mm de diamètre et la paroi thoracique qui est analysée, du point de vue expérimental et numérique.

L'expérience originale est basée sur l'utilisation de pièces anatomiques correspondant à la paroi thoracique latérale du porc qui sont impactées avec les trois projectiles caractérisés dans la phase 2. Cette simplification est motivée par le fait que les expériences sur réacteurs biologiques rapportées dans la phase 1 semblent indiquer que l'interaction projectile-structure est principalement gouvernée par les premières couches d'impédance élevées et dépend faiblement des structures internes tels que poumon ou fluides. Une trentaine de tirs ont ainsi été effectués pour des énergies cinétiques et des quantités de mouvement variant respectivement de 20 à 80 J et de 2 à 3 Ns. L'instrumentation mise en place permet d'accéder aux forces d'impact ainsi qu'aux déformations et à leurs dérivées. Finalement, une modélisation simplifiée de la paroi de porc est proposée, incluant le modèle de côte élaboré précédemment, couplé à un modèle de structure musculaire issu de la littérature.

L'étude des impacts au moyen des modèles de projectiles développés plus haut a permis d'établir les conclusions suivantes :

- la méthodologie mise en place a permis de progresser dans la compréhension de l'influence des différents paramètres en présence sur le potentiel lésionnel des projectiles,
- le couple masse-vitesse influence la durée d'interaction et l'impulsion générée,
- la mousse influe sur la forme dans le temps du chargement, et en particulier le pic de force mais n'influe que peu sur l'impulsion délivrée,
- dans la mesure où le pneumothorax, lésion la plus redoutée, est principalement conditionné par la rupture des côtes, ce mécanisme de lésion semble particulièrement pertinent,
- la rupture de côte est gouvernée par sa flexion locale, elle même due à un certain niveau de déplacement qui est conditionné non pas par la force maximale mais par l'impulsion,
- finalement, l'impulsion délivrée dépend plus de la quantité de mouvement du projectile au détriment des caractéristiques des mousses étudiées, qui semblent peu influentes sur ce paramètre.

Ces conclusions sont valables dans les gammes de paramètres et les configurations expérimentales de l'étude.

La quantité de mouvement du projectile est le paramètre le plus influent sur le mécanisme d'endommagement osseux et, par voie de conséquence, de perforation des poumons. Les caractéristiques de la mousse jouent essentiellement un rôle dans la rupture locale des tissus mous directement liés à la valeur du pic de forces.

Cette dernière étude est présentée dans le **chapitre 16** en reprenant le manuscrit d'un article soumis au journal *Forensic Science International*.

Chapitre 13

Sur les paramètres influençant la gravité des impacts des projectiles à létalité réduite.

On Ballistic Parameters of Less-Lethal Projectiles Influencing the Severity of Thoracic Blunt Impacts¹

Julien Pavier

Nexter Munitions

7 route de Guerry, F18000 Bourges, France

Email: J.Pavier@nexter-group.fr

André Langlet²

Univ. Orleans, INSA-CVL

PRISME/DMS, EA 4229

F45072, Orléans

Email: andre.langlet@univ-orleans.fr

Nicolas Eches

Nexter Munitions

7 route de Guerry, F18000 Bourges, France

Email: N.EEches@nexter-group.fr

Jean-François Jacquet

DGA-Techniques Terrestres, rocade est - échangeur de Guerry, 18021 Bourges cedex France

Email: jean-francois.jacquet@dga.defense.gouv.fr

Keywords: ballistic impact, thorax, injury criterion, less-lethal projectile, finite element model.

Abstract

The development and safety certification of less-lethal projectiles require an understanding of the influence of projectile parameters on projectile-chest interaction and on the resulting terminal effect. Several energy-based criteria have been developed for chest injury assessment. Many studies consider kinetic energy or energy density as the only projectile parameter influencing terminal effect. In a common kinetic energy range (100 J -160 J), analysis of the firing tests of two 40mm projectiles of different masses on animal surrogates has

1. J. Comput. Methods Biomech. Biomed. Engng. Vol.29, 2013.

2. Address all correspondence to this author.

been made in order to investigate the severity of the injuries to the thoracic region. Experimental results have shown that kinetic energy and caliber are not sufficient to discriminate between the two projectiles as regards their injury potential. Parameters such as momentum, shape and impedance influence projectile–chest interaction and terminal effect. A simplified finite element model (FEM) of projectile-structure interaction confirms the experimental tendencies. Within the range of ballistic parameters used, it has been demonstrated that maximum thoracic deflection is a useful parameter to predict the skeletal level of injury, and largely depends on projectile pre-impact momentum. However, numerical simulations show that these results are merely valid for the experimental conditions used, and cannot be generalized. Nevertheless, the transmitted impulse seems to be a more general factor governing the thorax deflection.

13.1 Introduction

Human chest response to blunt impact trauma is a focus of research in many domains like car crash studies Lobdell (1973) Viano et King (2000), sport impacts: Link et al. (2001), Maron et Estes (2010), Janda et al. (1998), and blunt ballistic trauma (Bir et Viano (2004), Bir et al. (2004)) and has consequently been assessed in studies using several projectile types. Less lethal weapon projectiles have been studied in particular over the past several decades (Koene et al. (2008), Bir (2000), Bir et al. (2005)).

(i) The criteria used in transport accidentology are based on the correlation between a physical parameter characterizing the thoracic response and the observed injury level. Compression (Kroell et al. 1971) and Viscous Criteria (Lau et Viano (1986), Viano et Lau (1988)) are the most used in automotive studies. These criteria are not very useful for ballistic applications because the parameters of the projectile are taken into account implicitly. When using these criteria for ballistic applications a thoracic model is needed to forecast the influence of the projectile parameters on the resulting terminal effect. (ii) Ballistics criteria are based on the influence of projectile parameters on the severity of injuries (Clare (1976), Lyon et al. (1999)). These criteria include explicitly physical parameters of the projectile (mass, velocity and caliber) and of the biological target (Mass and thoracic wall thickness). Mass and velocity are merged into a single parameter: kinetic energy (KE). The Blunt criterion (BC) is one of the most used in injury risk assessments for blunt impacts to the chest Sturdivan et al. (2004), Frank et al. (2011), and Magister (2010) It is defined by the following equation: where: KE is the kinetic energy of the projectile, W the mass in kilograms of the individual having been struck, T the thoracic wall thickness in centimeters, and d is the diameter of the projectile in centimeters. The blunt criterion is presented by Sturdivan et al. (2004) as an energy based model: the numerator is the striking energy of the projectile, and the denominator is an empirical expression of the capacity of the body to absorb this impact energy without damage. Many other studies consider kinetic energy or energy density as the only projectile parameters influencing the terminal effect. However other parameters such as: momentum (MV), shape, material impedance also influence the projectile – chest interaction and therefore also influence the terminal effect of the projectile. In the context of impact dynamics, the impedance of a material characterizes the relationship between the stress and the particle velocity v . For a purely elastic behavior, the material impedance Z and the stress σ are given by: $Z = \rho c$ and $\sigma = Zv$. For a projectile, plotting the force exerted by the projectile on a rigid wall vs. the velocity at impact permits the impedance of the projectile to be determined. The impact force can be measured or computed. The aim of the present study is to analyze the effects of momentum and impedance on thoracic wall response and on terminal effect. The present work is based on experiments conducted on anesthetized porcine

models impacted on the thoracic lateral region by two 40 mm less lethal projectiles of two different masses. A simplified finite element model of the projectile-structure interaction has been developed for the simulation and analysis of the impacts. The thoracic wall is modeled as a three-layers structure composed of elastic materials. This type of simplified model is relevant if the local response under a transient load is being researched. A similar finite element model was used by Grimal et al. (2004) to investigate the behind armor blunt trauma of the thorax, which is created by the deformation of the armor when it is impacted by a gun bullet. After very short times, tissues are submitted to stress waves without large displacements. These waves originate from the compression zone. The study of Grimal et al. (2004) is dedicated to this wave phenomenon, termed “first wave” by the authors. Linear dynamics (small perturbations) and elasticity of materials are assumed. It is shown here that, when the thoracic wall begins to move in the vicinity of the compression zone, the displacement is comparable to that of a rigid body over which longitudinal waves are superimposed. It follows from the study of Grimal et al. (2004) that only a very small fraction of the energy involved in the impact is transferred during the times considered, that is to say during the early stages of the response. Over longer times, the armor transmits large deformations and displacements to the thoracic structure. If foam projectile impacts are now being studied, the understanding of the thorax response over “long durations” (several milliseconds) implies that coupling between the projectile and the thorax must be modeled. In effect, the energy transfer mechanism involves the dynamic deformations of the foam and of the thorax when they are in contact. Even in the elasticity domain, large displacements imply non-linear modeling. In this article, material behaviors and impedances of the projectiles have been chosen close to those of the actual projectiles and a robust explicit dynamic solver (including contact algorithm) was used.

Chapitre 14

Caractérisation des matériaux

14.1 Introduction

Avant d'étudier la dynamique de l'impact sur une structure biologique, il est nécessaire d'effectuer deux caractérisations. La première a pour but d'identifier la loi de comportement du matériau constituant l'ogive du projectile. La deuxième a pour but de déterminer le chargement créé par le projectile complet sur une paroi rigide fixe ou mobile.

La loi de comportement est la courbe contrainte – déformation obtenue à partir d'un essai de traction/compression d'un échantillon de matériau. Il est indispensable de procéder à des essais dynamiques, car les impacts créent des déformations qui se produisent à des vitesses pouvant atteindre 1000 s^{-1} . C'est pour cette raison que le système des barres de Hopkinson a été utilisé dans le projet PARHOC. Ces essais dynamiques sont complétés par des essais quasi-statiques.

Ce chapitre a pour but de synthétiser les résultats obtenus avec les matériaux déformables, lesquels vont permettre ensuite d'interpréter les effets de l'impact des projectiles, sur des corps rigides, puis sur une structure biologique (chapitre 16).

14.2 Caractérisation quasi-statique des matériaux

Trois matériaux ont été formulés chimiquement pour cette étude (ils sont nommés « 21 », « 22 », « 23 »). Ces matériaux se présentent sous la forme de mousses alvéolaires à micro-cellules fermées (représentées dans la figure 14.1) de densité comprise entre 560 kg/m^3 et 940 kg/m^3 (selon la taille des cellules). Ils sont constitués d'un même polymère de base, le polychloroprène.

Les essais quasi-statiques ont été réalisés avec une machine d'essais où l'on impose la vitesse de déplacement de la traverse de façon mesurer la déformation en traction, ou en compression, des échantillons sous l'action d'une force F croissante. Des essais ont également été réalisés selon des cycles de charge-décharge afin de mettre en évidence l'hystérésis du matériau.

Les échantillons avaient les mêmes dimensions (longueur initiale ℓ_0 et aire de section S_0) que dans les essais dynamiques.

Les essais de compression quasi-statiques ont permis d'obtenir les relations force-élongation des échantillons. L'élongation λ est définie par : $\lambda = \ell/\ell_0$.

Les relations contraintes nominales-déformations nominales sont calculées à partir des relations suivantes : $\sigma = F/S_0$, et, $\varepsilon = \lambda - 1$ ou $\varepsilon = \Delta \ell/\ell_0$.

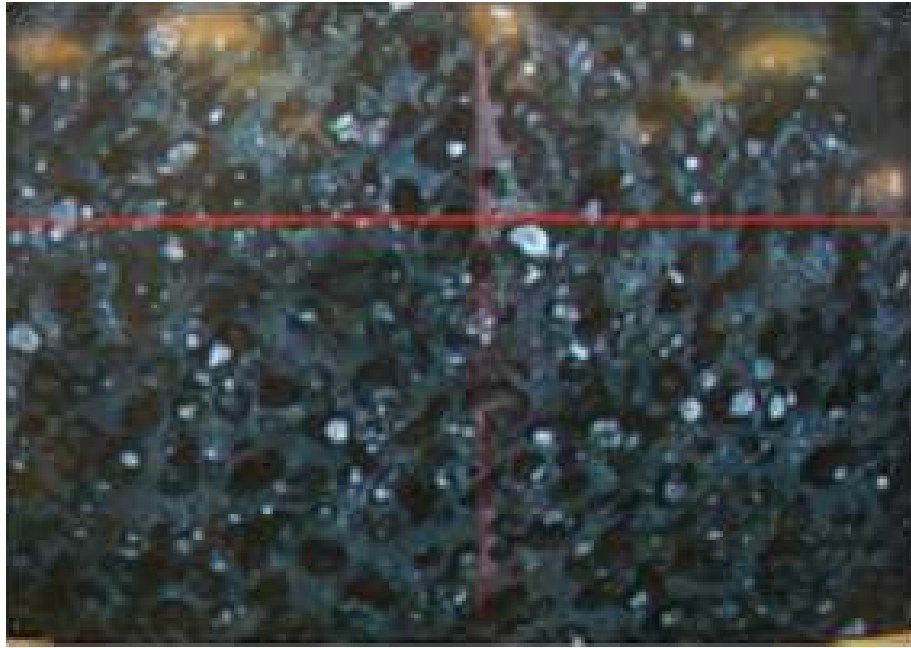


Figure 14.1 – *Vue au microscope des mousses alvéolaires (une cellule mesure entre 50 et 100 micromètres).*

Les résultats expérimentaux montrent pour les trois échantillons (21, 22, 23), une faible sensibilité du comportement à la vitesse de déformation dans la gamme des vitesses de déformation testées (0.001 à 0.01 s^{-1}).

Lors de cycles charge-décharge réalisés à une même vitesse de déformation, les trois matériaux montrent un important hystérésis des courbes lors du cycle. Ainsi, une partie de l'énergie stockée sous forme d'énergie interne en phase de compression du matériau n'est pas restituée lors de la décharge.

Les courbes des trois matériaux avec l'hystérésis sont présentées dans la figure 14.2.

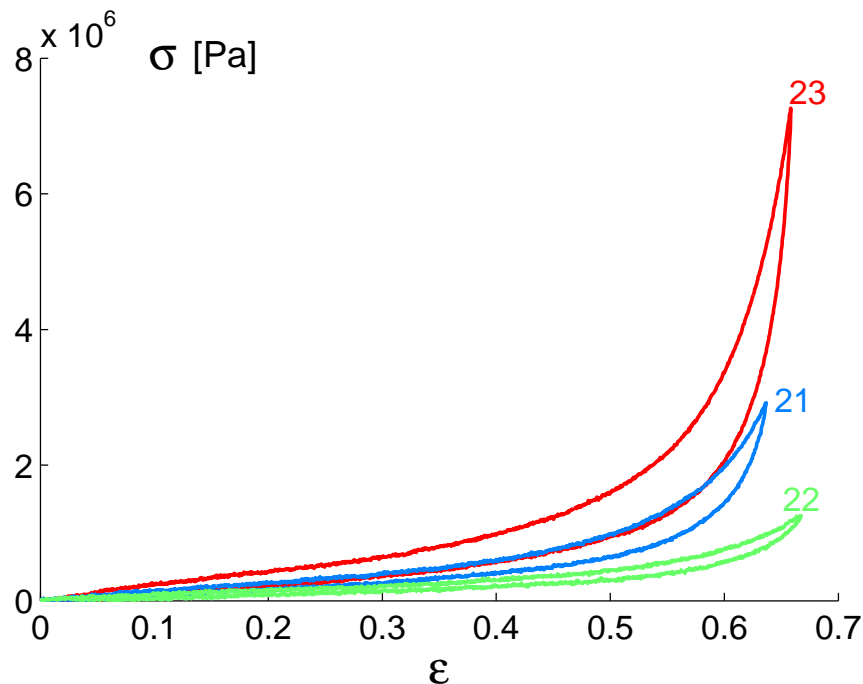


Figure 14.2 – *Loi de comportement quasi-statique des matériaux 21, 22, 23 (vitesse 0.01 s^{-1}).*

14.3 Caractérisation dynamique des matériaux

14.3.1 Principe de mesure avec le système des barres de Hopkinson.

Le dispositif d'essais dynamiques est composé de deux barres, appelées barre entrante, et barre sortante. On le nomme en abrégé « SHPB » (pour *Split Hopkinson Pressure Bar*). L'échantillon à tester est placé entre ces deux barres en contact initial sans précontrainte (figure 14.3). Le principe du dispositif est de générer un train d'ondes par l'impact d'un projectile (appelé impacteur) sur la barre entrante dont la longueur est au moins deux fois supérieure à la longueur de l'impacteur.

Lors de l'impact, une onde de compression se propage à travers l'impacteur et la barre entrante. Lorsque l'onde arrive sur le bord libre de l'impacteur, une onde de tension se propage en sens inverse. Quand cette onde de tension arrive à l'interface entre l'impacteur et la barre entrante, le choc est terminé. Le chargement ainsi créé est un train d'ondes qui se propage à la vitesse des ondes acoustiques $c = \sqrt{E/\rho}$ à travers la barre entrante jusqu'à la face en contact avec l'échantillon. A l'interface entre la barre entrante et l'échantillon, il existe généralement une discontinuité de l'impédance Z puisque l'on passe d'un matériau à un autre¹. Une partie de l'onde incidente est réfléchiée à l'interface barre entrante-échantillon, une autre partie est transmise à la barre sortante via l'échantillon.

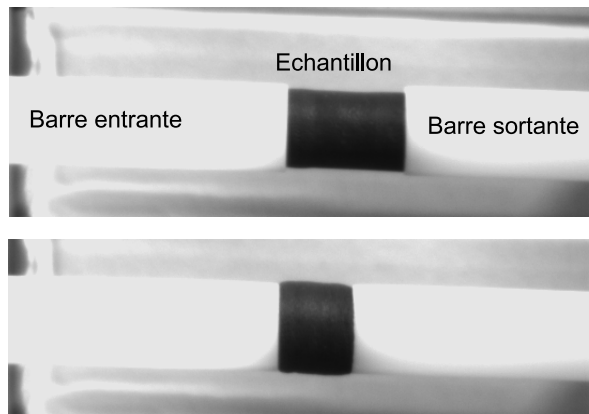


Figure 14.3 – Montage de l'échantillon entre les deux barres.

La méthode de caractérisation repose sur le modèle de propagation des ondes élastiques au sein des barres. La dimension des barres, de faibles diamètres et de longueurs importantes, leur confère des propriétés de guides d'ondes unidimensionnels. L'onde de déplacement $u(x, t)$ s'écrit comme la somme d'une onde progressive f et d'une onde régressive g : $u(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct)$. L'expression de la déformation $\varepsilon(x, t)$ est la combinaison linéaire des dérivées spatiales : $\varepsilon_i(x, t) = \partial f / \partial x$ et $\varepsilon_r(x, t) = \partial g / \partial x$, représentant l'onde incidente et l'onde réfléchiée. Dans une section droite de la barre, la déformation donc s'exprime par : $\varepsilon(x, t) = \varepsilon_i(x, t) + \varepsilon_r(x, t)$.

Les grandeurs qui nous intéressent aux deux faces de l'échantillon sont :

- la vitesse particulière entrante $v_e(t)$ et la force entrante $F_e(t)$,
- la vitesse particulière sortante $v_s(t)$ et la force sortante $F_s(t)$.

¹. Les barres sont supposées ici identiques, et caractérisées par leurs masses volumiques ρ , leurs modules d'Young E et leurs sections droites S . Ces trois données permettent de définir l'impédance mécanique des barres Z par : $Z = S \rho c$

$$v_e(t) = -c [\varepsilon_i(x, t) - \varepsilon_r(x, t)] \quad (14.1)$$

$$F_e(t) = ES [\varepsilon_i(x, t) + \varepsilon_r(x, t)] \quad (14.2)$$

$$v_s(t) = -c \varepsilon_t(x, t) \quad (14.3)$$

$$F_s(t) = ES \varepsilon_t(x, t) \quad (14.4)$$

Ces grandeurs sont en principe déduites en analysant les historiques de déformations mesurés à en « amont » de l'échantillon, sur la barre entrante, et en « aval », sur la barre sortante.

La *vitesse de déformation* de l'échantillon est calculée à partir de $v_e(t)$ et $v_s(t)$, et de la longueur ℓ_0 de l'échantillon :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{v_e(t) - v_s(t)}{\ell_0} \quad (14.5)$$

Le dispositif SHPB doit être adapté à l'impédance Z_E de l'échantillon testé. En effet, Les coefficients de réflexion R et de transmission T des ondes aux interfaces s'écrivent : $R = (Z - Z_E)/(Z + Z_E)$ et $T = 2 Z_E/(Z + Z_E)$.

Les échantillons d'élastomères considérés ici possèdent de faibles impédances. L'utilisation de barres classiques, en acier ou en aluminium, conduirait à faire tendre le coefficient de réflexion vers 1, et le coefficient de transmission vers 0. La force exercée à l'interface entre l'échantillon et la barre entrante serait quasi-nulle et l'on se rapprocherait d'une condition de réflexion de l'onde incidente sur un bord libre. La caractérisation de matériaux de basses impédances nécessite donc l'utilisation de barres en PMMA (Polymethyl Methacrylate), nylon ou autres polymères, Chen et al. (1999), Zhao et al. (1997).

Des barres en nylon, de diamètre 20 mm, ont donc été utilisées pour le banc expérimental mis en place dans le cadre de cette étude. La caractérisation de matériaux « souples » à l'aide de ce montage a été présentée par : Sawas et al. (1998), Zhao et al. (1997), Chen et al. (1999), Bacon (1998). Pour connaître les déformations aux interfaces de l'échantillon, à partir des valeurs mesurées en amont et en aval, il est donc nécessaire d'appliquer une correction pour tenir compte de la dispersion et de l'atténuation des ondes induite par la nature viscoélastique du nylon. Cette correction² est présentée dans les articles de Gary et al. (1991), Zhao et Gary (1995), Bacon (1998).

Une caméra rapide a été utilisée pour filmer certains essais afin d'observer le comportement de l'échantillon durant la phase de compression. La fréquence d'acquisition des caméras est de 11000 images/s ce qui permet une bonne visualisation de la compression des matériaux lors des essais dont le temps caractéristique est de l'ordre de 1.5 ms.

2. Le calcul des vitesses et des forces suppose que l'on soit capable d'évaluer à chaque instant l'onde incidente et l'onde réfléchie séparément à l'interface barre entrante-échantillon. Or, à chaque instant, ces deux ondes coexistent simultanément à l'interface en se propageant en sens inverse. Ainsi, la mesure des déformations ne peut se faire qu'à une certaine distance de l'interface qui puisse permettre d'observer séparément les deux ondes. En pratique, on mesure les ondes à l'aide de jauges de déformation placées au milieu de la barre entrante. Le temps caractéristique de l'onde incidente doit être inférieur à la moitié du temps de propagation de l'onde dans la barre entrante. On procède ensuite au transport des ondes mesurées au milieu de la barre, afin de les ramener à l'origine des temps correspondant à l'arrivée de l'onde incidente à l'interface barre entrante-échantillon. Pour pouvoir ramener les signaux mesurés à l'origine des temps correspondant à l'arrivée de l'onde incidente, il est nécessaire de reconstruire les signaux en prenant en compte les propriétés de dispersion et atténuation des barres. Gary et al. (1991) proposent d'introduire une correction viscoélastique en s'appuyant sur le modèle de Pochhammer et Chree pour un cylindre infini. Les barres sont modélisées par une loi de comportement viscoélastique linéaire isotrope. L'équation fréquentielle est à solution complexe. Sa résolution (Zhao et Gary 1995) fait apparaître une relation entre la fréquence et la vitesse de phase et entre la fréquence et l'amortissement. Ces deux relations sont utilisées dans la reconstruction des signaux. Le signal mesuré au milieu des barres est décomposé en série de Fourier, les phases sont modifiées en tenant compte du déphasage dû au transport de l'onde et l'amplitude est modifiée en tenant compte de l'amortissement.

14.4 Analyse de l'essai dynamique avec un échantillon de matériau

Le tracé des forces $F_e(t)$ et $F_s(t)$ (figure 14.4) montre que, après une certaine durée (ici environ $500 \mu\text{s}$) nécessaire à une traversée « aller-retour » de l'échantillon par les ondes élastiques, il s'établit un état d'équilibre de l'échantillon ($F_e = F_s$). L'identification des propriétés de l'échantillon se fait pendant cette phase d'équilibre.

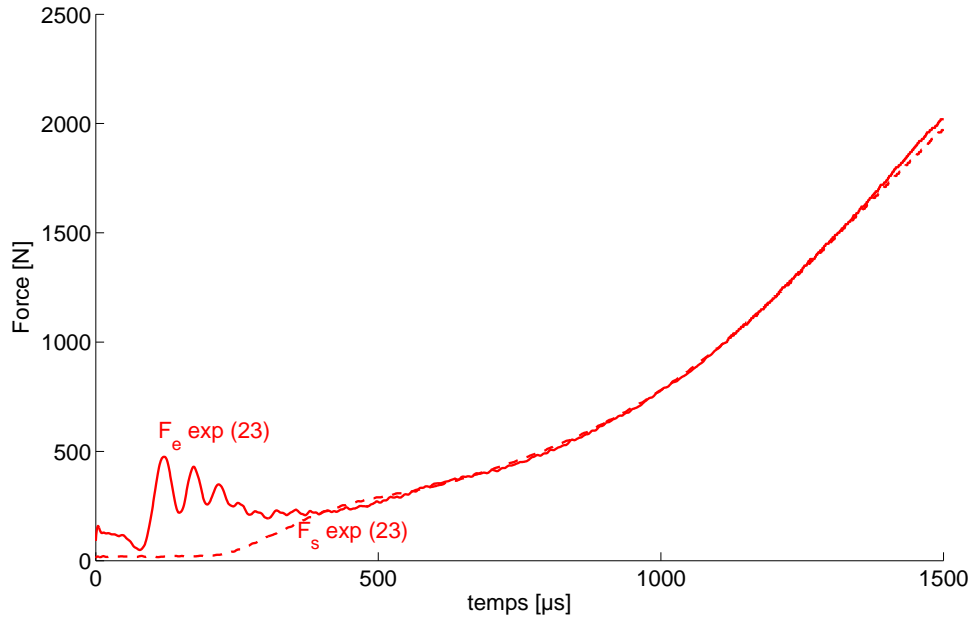


Figure 14.4 – Forces entrante et sortante (échantillon 23).

Les essais ont été menés avec des échantillons « longs » (30 mm) ou « courts » (19 mm). Les essais menés avec les échantillons courts permettent d'établir bien plus rapidement l'équilibre ($\simeq 500 \mu\text{s}$) pour l'ensemble des matériaux. Les essais sont alors exploitables sur une plage de temps très satisfaisante.

La figure 14.4 présente l'allure typique des forces appliquées à l'échantillon (ici numéro 23). Le temps de l'essai complet est de 1.6 ms. Pendant une première phase de $500 \mu\text{s}$ l'échantillon n'est pas à l'équilibre. La barre entrante impose une onde de compression qui transite à travers l'échantillon. De $0 \mu\text{s}$ à $250 \mu\text{s}$ on observe la phase « aller » des ondes puis de $250 \mu\text{s}$ à $500 \mu\text{s}$ on observe la phase « retour ». Cette phase de l'essai caractérise la réponse transitoire d'une structure soumise à une sollicitation dynamique. Durant cette période, il est impossible d'établir la relation contrainte-déformation caractérisant le comportement du matériau.

L'équilibre est atteint au bout de $500 \mu\text{s}$ ce qui représente le temps nécessaire pour que les ondes de compression aient effectué au minimum un trajet d'aller-retour dans l'échantillon testé. Une fois ce temps caractéristique passé, l'état d'équilibre s'établit entre la force entrante et la force sortante, l'échantillon est alors dans un état de contrainte homogène. L'essai est exploitable et on peut établir les relations contraintes-déformations (vraies ou nominales) du matériau caractérisé.

Les contraintes longitudinales σ sont calculées avec la force F_s dans la phase d'équilibre : $\sigma = F_s/S_0$ (S_0 est l'aire de section de l'échantillon, ici égale à celle des barres). Comme les faibles déformations apparaissent dans la phase hors équilibre, les contraintes associées sont en principe inaccessibles par cet essai. Or, il sera pourtant nécessaire de les connaître par la suite. Le choix a donc été fait de les calculer, hors équilibre, avec la force moyenne : $F_m = (F_e + F_s)/2$.

Echantillon	Diamètre [mm]	ℓ_0 [mm]	$\dot{\epsilon}$ [s^{-1}]
21 C	19	19	450-800
22 C	19	19	450-800
23 C	19	19	450-800
21 L	19	30	250-500
22 L	19	30	250-500
23 L	19	30	250-500

Tableau 14.1 – Plages de vitesses de déformations $\dot{\epsilon}$ des échantillons étudiés.

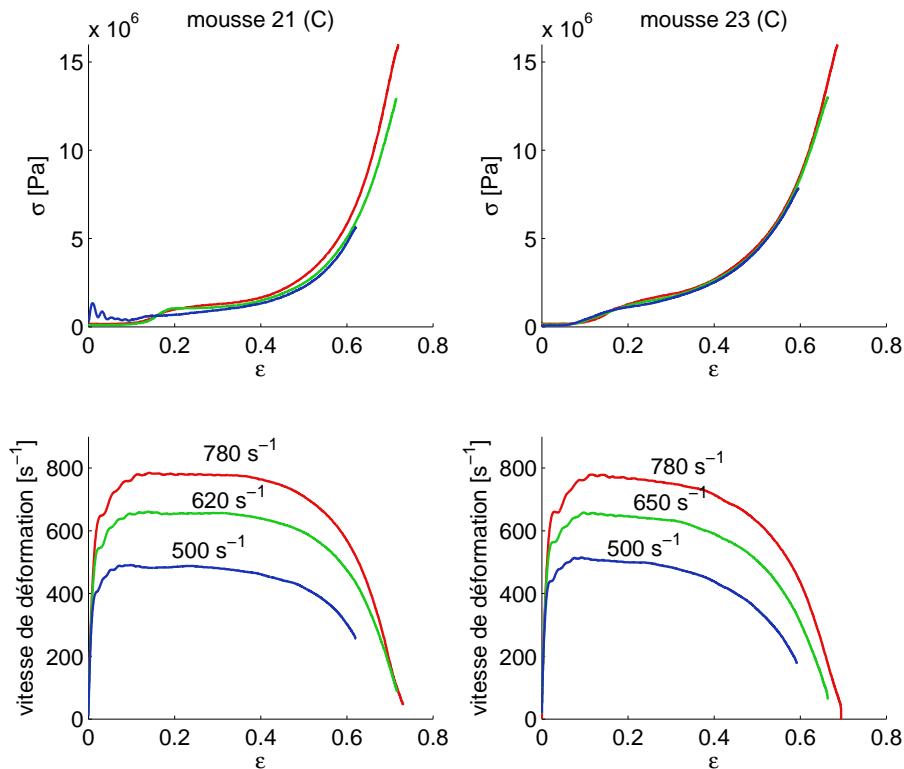


Figure 14.5 – Loi de comportement obtenues à trois vitesses de déformations.

Les courbes temporelles $\dot{\epsilon}(t)$ révèlent que la vitesse de déformation atteint un plateau dans une plage de déformations de l'échantillon allant jusqu'à 60% (échantillons longs) ou 70% (échantillons courts). Dans cette zone où $\dot{\epsilon}$ est sensiblement constante, il sera donc possible d'établir une courbe $\sigma(\epsilon)$ spécifique à cette vitesse de déformation.

14.5 Résultats : comportement des matériaux

Pour chaque essai, on observe que $\dot{\epsilon}$ garde une valeur sensiblement constante pendant une phase importante de l'essai. Cette constatation est illustrée dans la figure 14.5, pour les matériaux 21 et 23. Pour le matériau 23, cette observation reste valide pour des déformations inférieures à 40%. Pour le matériau 21, la vitesse de déformation durant l'essai décroît au-delà de 50% de déformation de l'échantillon. Le matériau 22 montre la limite la plus haute avec des essais à $\dot{\epsilon}$ constante jusqu'à 60% de déformation. Pour les travaux réalisés, la vitesse de déformation associée à une courbe contrainte-déformation fera donc référence à la vitesse de déformation obtenue durant la phase de plateau.

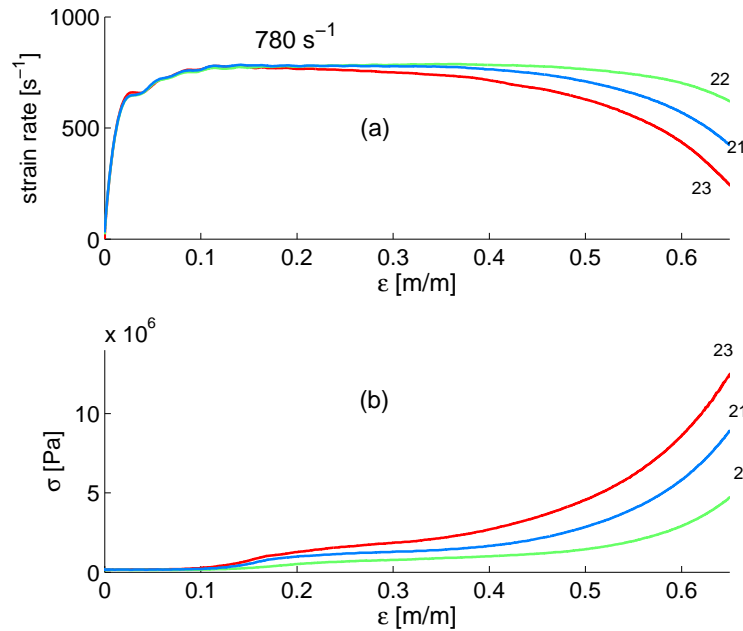


Figure 14.6 – Comparaison des courbes $\sigma - \epsilon$ des trois matériaux.

Les essais de compression quasi-statiques et dynamiques font ressortir un comportement hyperélastique des matériaux. Ce comportement se caractérise par une relation contrainte-déformation de pente relativement modérée aux faibles déformations, jusqu'à une valeur seuil de déformation ($\simeq 40\%$). Au-delà de ce seuil, la pente de la courbe contrainte-déformation ne cesse d'augmenter, les mousses d'élastomères se comportent alors comme des matériaux incompressibles.

Dans la gamme de vitesse de déformation dynamique ($250 - 800 \text{ s}^{-1}$), les trois matériaux ont une réponse faiblement dépendante de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$. Il en est de même en quasi statique ($0.001 \text{ s}^{-1} - 0.01 \text{ s}^{-1}$). Toutefois les résultats ont révélé une grande différence de comportement entre les essais quasi-statiques et dynamiques, ce qui justifie l'importance de caractériser le comportement de ce type de matériau aux grandes vitesses de déformation.

La figure 16.2 présente les trois courbes $\sigma - \epsilon$ calculées pendant la phase de plateau de la courbe $\dot{\epsilon}(t)$, soit 780 s^{-1} .

Les trois matériaux présentent des comportements analogues, mais leur raideur est très différente. Le matériau 23, qui est le plus dense, montre des valeurs de contraintes bien plus importantes que les deux autres matériaux pour une même déformation. Pour les trois matériaux testés, plus la densité de la formulation est importante, plus la rigidité du matériau est élevée.

Les essais quasi-statiques montrent pour les trois matériaux un comportement dissipatif caractérisé par un hystérésis important lors d'un cycle charge-décharge (fig. 14.2).

L'hystérésis est encore plus marqué lors d'un cycle dynamique. Les résultats obtenus avec les matériaux 21 et 23 montrent que la courbe de décharge dynamique du matériau tend vers la courbe de décharge quasi-statique, figure 14.7.

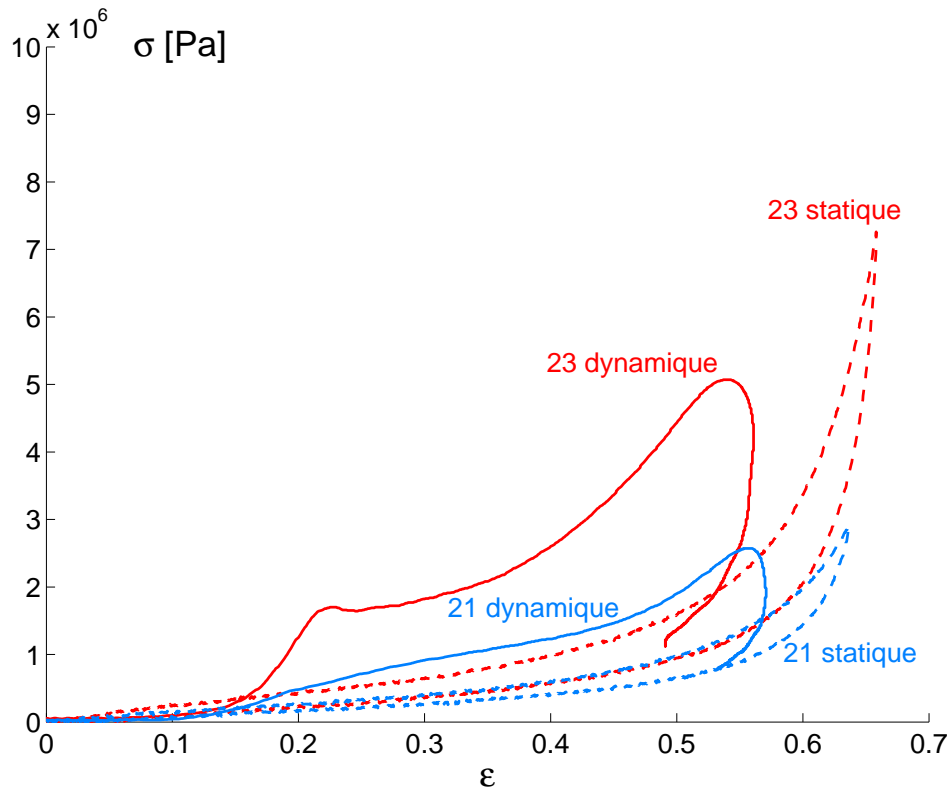


Figure 14.7 – Hystérésis statique et dynamique de la loi de comportement (matériaux 21 et 23).

14.6 Définition du modèle numérique de la loi de comportement

14.6.1 Formulation retenue

Les essais dynamiques ont montré qu'il est nécessaire de mettre en place un modèle de matériau tenant compte :

- du comportement hyperélastique
- d'une réponse dynamique dépendante de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$
- d'un hystérésis important lors du cycle de charge-décharge

La loi de comportement sera programmée dans le code de simulation numérique LS-Dyna™ mis en œuvre dans cette étude. Le modèle MAT_181³ proposé par Dubois (2003) est un modèle « tabulé » qui permet de prendre en compte l'ensemble des caractéristiques du comportement des mousses d'élastomères 21, 22, 23, à partir des résultats d'essais de compression et de charge-décharge obtenus lors de la campagne de caractérisation expérimentale.

Le modèle MAT_181 est basé sur deux formulations⁴ de comportement hyperélastique : le *modèle d'Ogden* et le *modèle de Hill*.

Le principe du modèle de matériau MAT_181 est d'exprimer les fonctions d'énergie de déformation figurant dans la formulation *de Hill*, à partir des courbes de compression uniaxiale et d'une hypothèse sur la compressibilité du matériau. La méthode de calcul des fonctions est présentée dans l'article Dubois (2003).

3. *MATSIMPLIFIEDRUBBER/FOAM

4. LS-DYNA™ KEYWORD USER'S MANUAL VOLUME II Material Models January 30, 2013 (revision : 2641) Version 971 LIVERMORE SOFTWARE TECHNOLOGY CORPORATION (LSTC).

Le modèle *d'Ogden* est utilisé pour modéliser des matériaux quasi-incompressibles. Il requiert les courbes contraintes-déformations qui permettent d'identifier la partie déviatorique de l'énergie de déformation et le module de compressibilité qui permet de définir la partie sphérique.

Le modèle *de Hill*, lui, est utilisé pour modéliser des mousses compressibles. Il a besoin, comme données, des courbes contraintes-déformations, ainsi que du coefficient de Poisson ν , qui permettent d'identifier la partie déviatorique et sphérique de l'énergie de déformation.

Le modèle MAT_181 permet également de prendre en compte la dépendance de la réponse du matériau à la vitesse de déformation. L'utilisateur définit alors une série de courbes contraintes-déformations nominales, pour différentes vitesses de déformation $\dot{\epsilon}$. On définit aussi une courbe de décharge qui permet de simuler l'hystérésis lors d'un cycle.

Pour la mise au point des modèles des trois matériaux, la formulation compressible (Hill) a été appliquée, en définissant le coefficient de Poisson ν à partir des images de la caméra rapide d'un essai de compression. Ces images permettent d'évaluer les déformations transversales et longitudinales, d'où le coefficient ν .

Pour chaque matériau, trois courbes issues des caractérisations expérimentales en compression quasi-statique (0.01 s^{-1}) et dynamique (300 s^{-1} et 780 s^{-1}) ont été utilisées. Ces courbes ont été choisies afin de couvrir la plus grande plage de déformation ainsi que la plus grande gamme de vitesses de déformation testées expérimentalement. Les résultats obtenus avec le dispositif d'essais SHPB ne donnent pas accès au comportement du matériau dans la gamme de déformation inférieure à 20%. Il est donc nécessaire de reconstruire les courbes expérimentales dans cette zone de déformation. Pour cela, des fonctions polynomiales représentant les meilleures approximations des courbes expérimentales brutes aux petites déformations ont été déterminées.

Les trois courbes, dénommées **courbes de références**, tabulées dans le modèle numérique MAT_181 doivent être établies pour une vitesse de déformation constante. La valeur de vitesse de déformation associée à chaque courbe correspond à la valeur « plateau » de vitesse de déformation obtenue durant l'essai pour les déformations inférieures à 40% (voir par exemple la figure 14.5). La courbe de décharge utilisée pour la décharge dynamique correspond à la courbe de décharge des essais quasi-statiques. En effet, c'est vers cette dernière que tend la décharge dynamique lors de la phase de retour au repos.

14.6.2 Programation de la loi de comportement

Les matériaux (21, 22, 23) possèdent une masse volumique, et un coefficient de Poisson qui valent respectivement : 800 kg/m^3 , 560 kg/m^3 , 940 kg/m^3 et 0.4, 0.3, 0.4

Trois courbes contrainte-déformation obtenues lors de la campagne expérimentale sont utilisées comme données :

- la courbe quasi-statique de charge-décharge caractérisant l'hystérésis à la vitesse de déformation 0.01 s^{-1}
- la courbe de compression dynamique à la vitesse de déformation 300 s^{-1}
- la courbe de compression dynamique à vitesse de déformation 780 s^{-1}

Afin de vérifier que la procédure numérique prend correctement en compte ces données, on simule la compression d'un élément fini *unique* à une vitesse de déformation imposée. Sur la face (1) de l'élément, on impose un déplacement selon l'axe x perpendiculaire à cette face, tandis que les nœuds de la face

antérieure ont leurs déplacements bloqués sur cet direction. Le glissement dans le plan yz est autorisé. L'essai numérique permet de connaître, à chaque pas de temps, la force $F(t)$ appliquée à l'élément, ainsi que l'élongation λ selon l'axe x . A partir de ces données, et des longueurs initiales, les contraintes et les déformations nominales sont calculées à partir des relations : $\sigma(t) = F(t)/S_0$, $\varepsilon(t) = \lambda(t) - 1$.

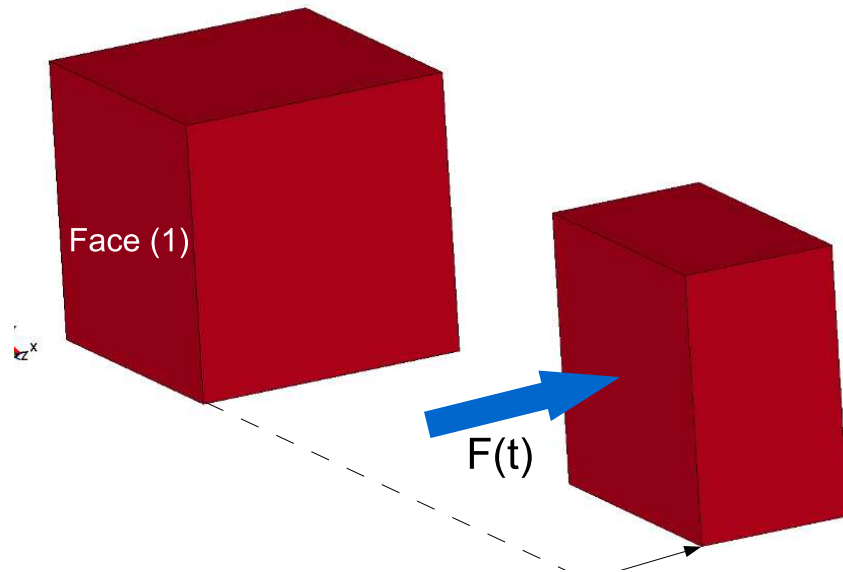


Figure 14.8 – Compression d'un élément fini décrit par la loi de comportement *MAT_181*.

La vérification sera concluante si les courbes contraintes-déformation recalculées à partir des déformation de cet élément test sont identiques aux courbes de référence. De plus, ce test numérique a permis de quantifier les bilans d'énergie caractérisant le comportement dynamique de l'élément ⁵.

La démarche de mise au point et de validation du modèle est présentée ici pour le matériau 23. Cette méthodologie a bien sûr été appliquée aux matériaux 21 et 22. La méthode de vérification comporte **5 étapes**, résumées ci-dessous.

Etape 1. Une simulation de la compression à 60% de déformation est d'abord effectuée aux vitesses de déformation définies par les courbes de référence : 0.01 s^{-1} , 300 s^{-1} et 780 s^{-1} . Les courbes $\sigma - \varepsilon$ déduites de cette simulation sont comparées aux courbes tabulées dans la figure 14.9.

Etape 2. On analyse ensuite la réponse de l'élément sollicité à des vitesses de déformation différentes de celles des courbes de référence, c'est-à-dire non directement définies par une courbe expérimentale. Des essais de compression numériques à 60% de déformation sont ainsi réalisés aux vitesses de déformation 100 s^{-1} et 550 s^{-1} . Ces vitesses sont choisies de telle sorte que : $0.01 \text{ s}^{-1} < 100 \text{ s}^{-1} < 300 \text{ s}^{-1}$ et $300 \text{ s}^{-1} < 550 \text{ s}^{-1} < 780 \text{ s}^{-1}$. Les résultats sont tracés dans la figure 14.9 (à droite). Le modèle établi permet donc de simuler le comportement du matériau pour des vitesses de déformation $\dot{\varepsilon}$ inférieures à 780 s^{-1} . Au-delà, le calcul suivra la courbe dont la vitesse de déformation est la plus élevée (780 s^{-1}). Le comportement n'est donc modélisé que dans la gamme de vitesses de déformation couverte par les courbes de référence tabulées. C'est une des limites des modèles tabulés par rapport aux modèles qui prennent en compte une viscosité à l'aide d'un modèle de Maxwell.

Etape 3. *Vérification de la réponse du modèle en charge décharge quasi-statique.* Un essai de cycle charge-décharge numérique est réalisé en imposant une déformation maximale de 60%. Les résultats de la figure 14.10 montrent que le modèle reproduit fidèlement le comportement d'hystérésis du matériau lors de l'essai quasi-statique.

⁵. Les bilans d'énergie ne seront pas présentés dans le cadre de ce mémoire.

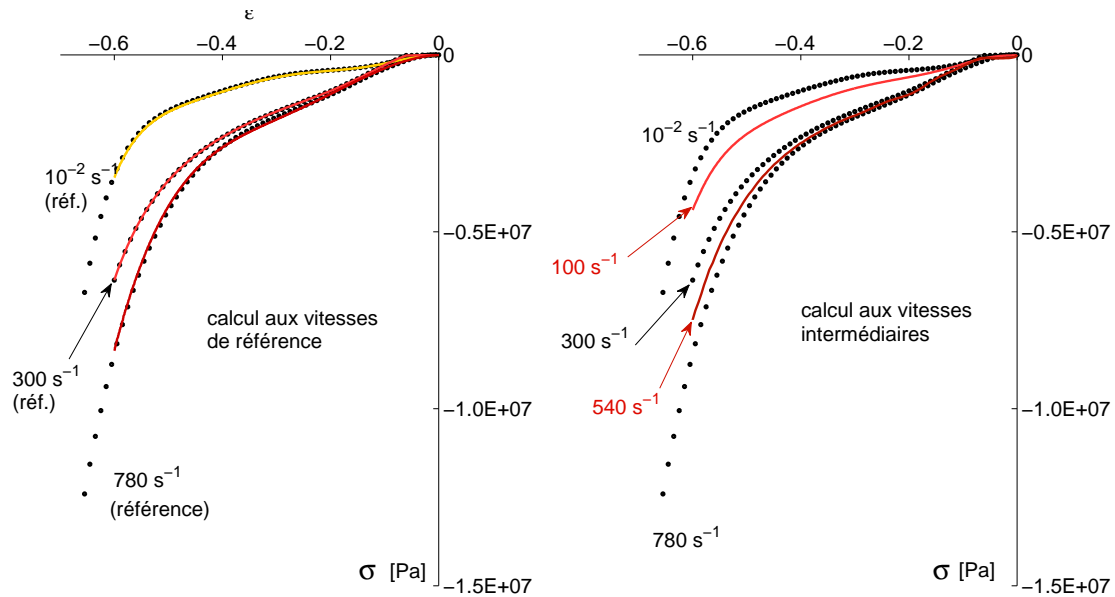


Figure 14.9 – Comparaison de la loi de comportement calculée avec la courbe de référence (mat. 23) pour différentes vitesses de déformation $\dot{\epsilon}$.

Etape 4. *Vérification de la réponse en charge et décharge dynamique.* Le modèle MAT_181 permet de décrire le comportement dissipatif du matériau par effet hystérésis lors d'un cycle charge-décharge dynamique. La phase de décharge du matériau est contrôlée en suivant la courbe de référence de la décharge quasi-statique, introduite comme donnée du modèle. Les résultats de la figure 14.10 montrent que le modèle reproduit fidèlement le comportement d'hystérésis du matériau lors de la simulation, pour des vitesses de déformation 300 s^{-1} et 780 s^{-1} .

Etape 5. Si, maintenant, on simule l'essai de compression dynamique, non pas d'un élément unique,

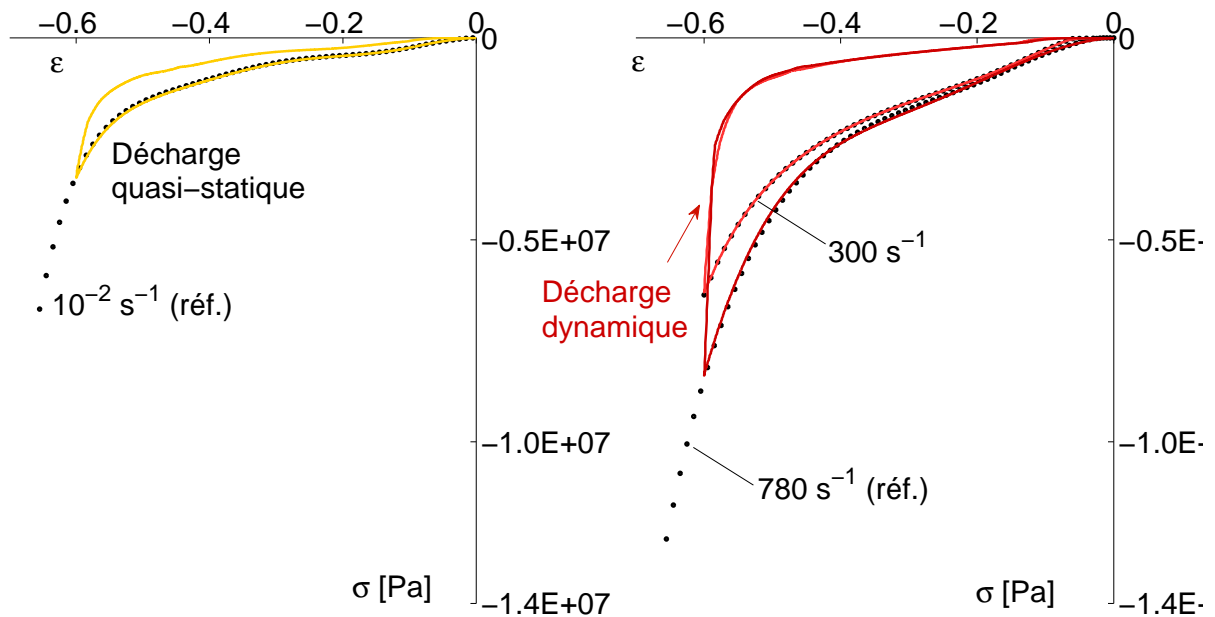


Figure 14.10 – Restitution de la décharge statique et dynamique par le modèle.

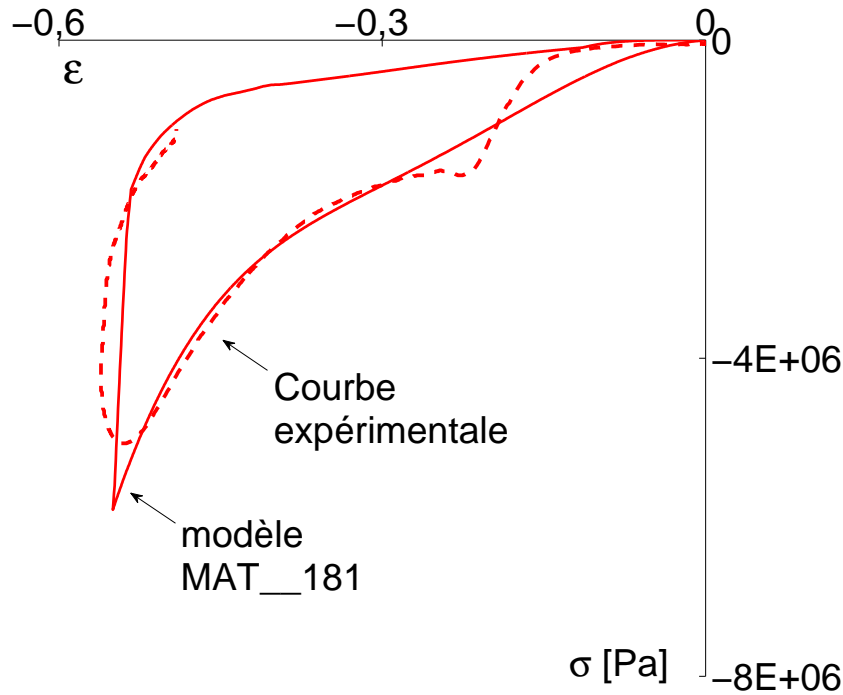


Figure 14.11 – *Comparaison de la décharge dynamique avec la la courbe expérimentale.*

mais d'un échantillon complet placé entre les barres de Hopkinson, on peut vérifier que la loi de comportement $\sigma - \varepsilon$ déduite de la simulation de l'essai est tout à fait conforme avec celle que l'on calcule expérimentalement. C'est ce que montrent les résultats de la figure 14.11, où l'on a tracé les résultats expérimentaux obtenus à $\simeq 1000 \text{ s}^{-1}$ et les résultats numériques obtenus à la plus haute vitesse de déformation 780 s^{-1} . Ceci confirme que la méthode de contrôle de la décharge est suffisamment pertinente pour décrire le comportement des matériaux qui ont été élaborés dans le projet PARCHOC, pour étudier les impacts de projectiles souples.

14.7 Etude de l'influence du frottement aux interfaces barre – échantillon

La mise en place de la loi de comportement dans le code Ls-Dyna™ permet d'effectuer une modélisation de l'essai de compression avec les barres de Hopkinson. Cette simulation de l'essai permet d'analyser l'influence du frottement aux interfaces barres-échantillon sur les résultats obtenus, en particulier les courbes $\sigma - \varepsilon$. Cette démarche suppose que le *contact* aux interface est correctement pris en compte dans le calcul.

14.7.1 Méthode numérique

L'objectif est de quantifier l'influence du frottement et de la longueur de l'échantillon sur la réponse d'un matériau en compression dynamique. Le frottement s'applique sur la structure de l'échantillon. Il ne devrait donc pas augmenter la rigidité propre du matériau qui est indépendante de la structure. Ainsi, il s'agit de prévoir l'erreur introduite par ce frottement. Pratiquement, le frottement va se manifester

par une déformation « en tonneau » de l'échantillon, visible sur les images prises par la caméra rapide, et sur celles du calcul numérique (fig. 14.12).

Afin d'isoler l'influence physique du frottement et de la longueur des échantillons, un matériau hyperélastique dont la réponse est indépendante de $\dot{\epsilon}$ a été programmé en se basant sur le modèle MAT_181 du matériau 23. Ce matériau, dénommé ci-après « **23bis** », qui est le plus « rigide », présente en effet une meilleure adaptation d'impédance avec les barres que les matériaux 21 et 22. La table de courbes du modèle 23 d'origine est remplacée par une courbe de référence unique de compression dynamique, établie ici pour la vitesse de déformation 780 s^{-1} . Ainsi, la vitesse de déformation est considérée comme sans effet sur le comportement. Trois longueurs d'échantillons sont utilisées pour les essais numériques : 15, 20 et 30 mm.

Les barres en nylon utilisées dans le montage expérimental s'avèrent faiblement visco-élastiques. Les effets de dispersion et d'atténuation des ondes étant modérés lors des premiers aller-retours, la modélisation du comportement des barres à l'aide d'une loi de comportement *élastique* a été choisie. Les paramètres du matériau ont été identifiés lors d'essais expérimentaux. Des essais d'impacts sur la barre entrante libre ont permis de mesurer la célérité $c_B = \sqrt{E_B/\rho_B}$ des ondes au sein des barres. La masse volumique ρ_B des barres étant connue, il a été possible de déterminer le module d'Young E_B . Les valeurs sont : $E_B = 3.3 \text{ GPa}$, $\nu_B = 0.4$, $\rho_B = 1200 \text{ kg/m}^3$.

La méthode de gestion du contact ⁶ aux interfaces barres-échantillon tient compte du frottement. Pour l'ensemble des essais numériques, le coefficient de frottement statique est de 0.3 et le coefficient de frottement dynamique est de 0.15.

La simulation de l'essai de compression est représentée dans la figure 14.12 à différents instants (le temps $t = 0$ correspond au contact barre entrante-impacteur) .

6. Deux aspects sont à prendre en compte dans la méthode de gestion du contact : (i) la méthode de détection du contact ; (ii) la méthode de résolution du contact. La détection du contact fait appel aux concepts de nœuds et de segments. Deux surfaces sont définies, une pour chaque objet pouvant entrer en contact. Ces surfaces sont appelées surface maître et surface esclave. Le contact est détecté à partir d'une interpénétration du nœud esclave dans un segment maître. Plusieurs algorithmes de détection sont disponibles sous LS-DynaTM .

Pour l'ensemble des simulations, la méthode CONTACT_AUTOMATIC_SURFACE_TO_SURFACE de LS-DynaTM a été appliquée. Cette méthode fait appel à deux programmes de détection de pénétration. La première détecte la pénétration des nœuds esclaves dans des segments maîtres. La seconde est ensuite mise en place pour vérifier la pénétration des nœuds maîtres dans les segments esclaves. Cette méthode est plus consommatrice en temps de calcul que la méthode à une seule subroutine, mais permet une plus grande souplesse dans la définition des surfaces maîtres et esclaves.

Le traitement du contact est ensuite assuré par la *méthode des pénalités*. Cette méthode se base sur la création d'une raideur de contact entre les éléments en interpénétration. Des ressorts linéaires sont créés entre les nœuds esclaves et les segments maîtres les plus proches. La raideur de ces ressorts, ainsi que la distance d'interpénétration des nœuds maîtres et esclaves, déterminent la force appliquée aux solides en contact. La méthode par défaut « Penalty-based approach » utilise la taille du segment de contact et ses propriétés matérielles pour déterminer la raideur du ressort de contact. Comme cette méthode dépend des constantes du matériau et de la taille des segments, elle fonctionne efficacement lorsque les paramètres de rigidité entre les surfaces de contact sont du même ordre de grandeur. En cas de trop grande dissymétrie de raideur entre les différents solides, la raideur de contact calculée selon cette méthode peut s'avérer trop faible, ce qui génère de trop grandes interpénétrations des solides en contact.

Dans l'étude des projectiles déformables, il faut, dans certains cas, gérer des contacts entre des matériaux d'impédances très différentes. Il est nécessaire de faire appel à la méthode « Soft Constraint-based approach » qui ne prend plus en compte la raideur des matériaux. La raideur de contact k est alors déterminée par : $k = f_s m / \Delta t^2$, avec m la masse du nœud et Δt le pas de temps de calcul de la simulation. Cette méthode permet de limiter l'interpénétration des éléments en contact.

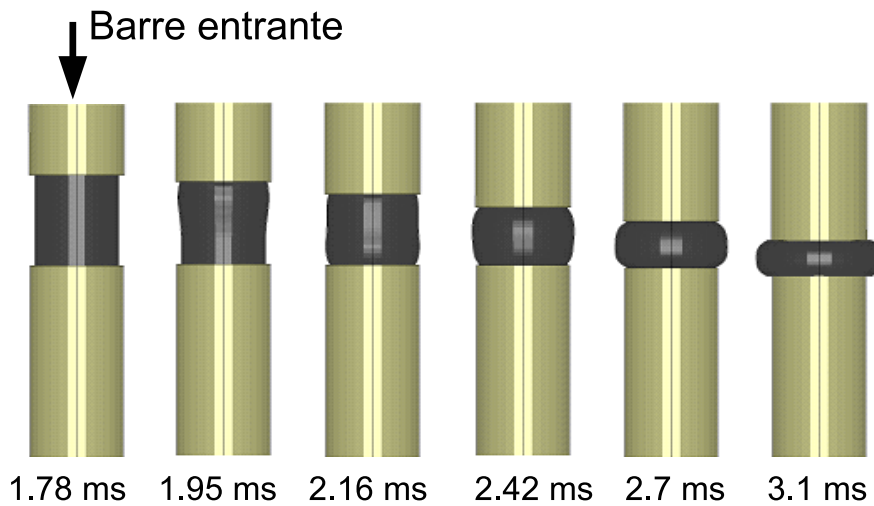


Figure 14.12 – Simulation numérique de l'essai aux barres de Hopkinson.

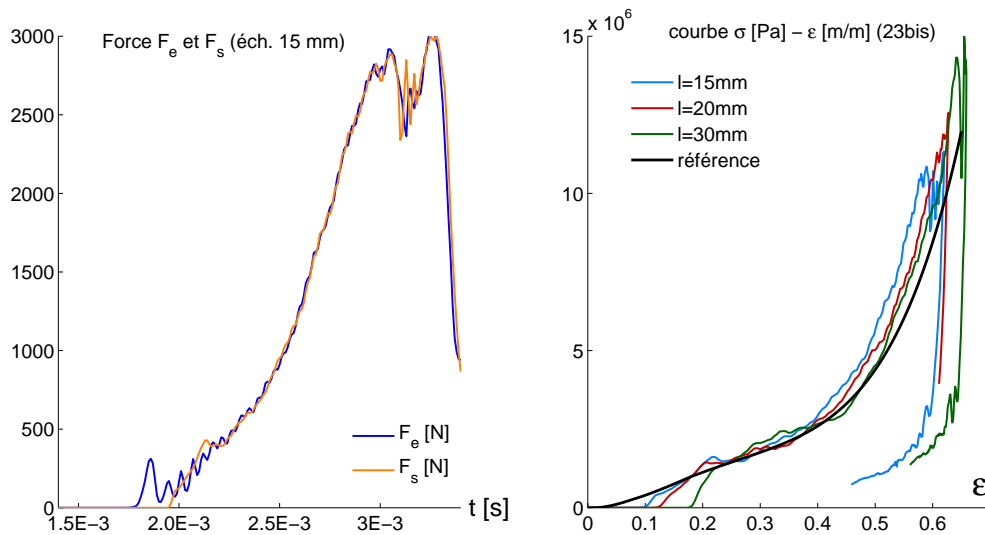


Figure 14.13 – Comparaison des courbes $\sigma - \varepsilon$ pour les trois longueurs d'échantillon avec la courbe de référence (matériau 23bis).

14.7.2 Résultats et discussion

Les résultats de forces et de déplacements numériques permettent d'établir la courbe $\sigma - \varepsilon$ à partir de l'essai simulé. Pour chacun des trois échantillons ($\ell_0 = 15, 20, 30$ mm) la courbe d'origine numérique et la courbe de référence sont tracées dans la figure 14.13 ainsi que le comportement *de référence* du matériau 23bis tel qu'il a été tabulé dans le code. Les résultats montrent que la présence de frottements aux interfaces barres-échantillon conduit à surestimer la raideur réelle du matériau, notamment dans la zone des déformations supérieures à 40%. On trouve également que plus la longueur de l'échantillon est faible, plus l'écart entre le comportement analysé et le comportement de référence est important. Ce résultat avait été déjà observé avec les échantillons expérimentaux. Les courbes expérimentales obtenues avec les échantillons de longueur 20 et 30 mm montraient cette évolution des pentes, comme le rappelle la figure 14.14.

Le test effectué grâce la présente simulation numérique indique que les résultats obtenus lors des

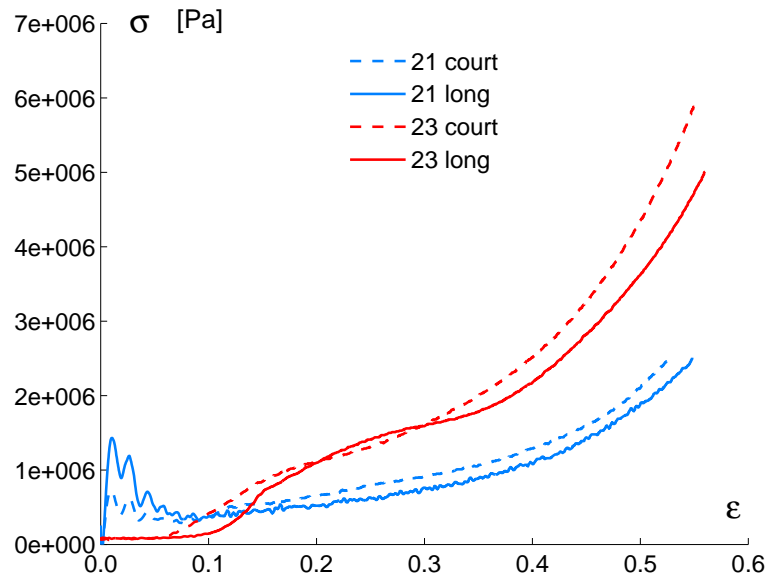


Figure 14.14 – Influence de la longueur des échantillons expérimentaux sur la pente des courbes $\sigma - \varepsilon$.

essais dynamiques expérimentaux surestiment probablement la rigidité des échantillons courts. Ceci entraîne une surévaluation des pentes de la courbe $\sigma - \varepsilon$ des matériaux testés.

Une des perspectives des travaux de recherche serait d'utiliser les simulations numériques pour mettre au point une méthode inverse permettant de retrouver le comportement réel du matériau à partir des résultats obtenus aux barres de Hopkinson.

14.8 Conclusion sur la caractérisation des matériaux déformables

Une quarantaine d'essais quasi-statiques et dynamiques ont été effectués permettant de déterminer la courbe $\sigma - \varepsilon$ des trois matériaux, 21, 22, 23, à des vitesses de déformations indiquées dans le tableau 14.1. Ces matériaux ont été formulés par l'entreprise ITC-Elastomères qui a réussi à ajuster leur formulation physico-chimique en fonction des caractéristiques dynamiques souhaitées.

Ces matériaux présentent un comportement hyper-viscoélastiques avec un effet d'hystérésis important lors du cycle charge-décharge. Le comportement visqueux de ces matériaux apparaît comme modéré, et l'on peut considérer que, dans une plage de vitesse de déformation restreinte que le comportement est principalement de nature *hyperélastique*. La taille des micro-cellules est le principal paramètre différenciant les trois matériaux. Plus la taille des cellules est petite, plus le matériau est dense et plus son comportement est rigide en compression.

Les courbes expérimentales $\sigma - \varepsilon$ ont été utilisés pour définir le modèle de matériau tabulé (**MAT_181**) implémenté dans le code de calcul explicite. Ce modèle hyperélastique permet également de tenir compte simultanément de la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}$ et de l'hystérésis pendant la phase de décharge.

Les limites de l'utilisation du banc d'essais expérimental de caractérisation ont été identifiées. Afin d'analyser le comportement des matériaux en grande déformation à des vitesses de déformation importantes, il a été nécessaire de limiter la longueur des échantillons testés. Cette diminution de longueur est associée à des forces de frottement qui conduisent à surestimer la raideur réelle du matériau. Des

essais préliminaires de compressions dynamiques numériques permettent d'envisager d'évaluer le comportement réel du matériau par la mise en place d'une méthode inverse.

Il reste à montrer comment le matériau déformable, dont on connaît désormais les propriétés, va influencer l'interaction d'un projectile avec un autre corps. Avant d'étudier cette interaction avec un autre corps, lui aussi déformable (une structure biologique), il faut d'abord disposer de résultats de références concernant l'impact du projectile sur une paroi rigide fixe, ou sur un pendule rigide. Ces résultats ont été obtenus pendant la thèse de Julien Pavier. Il seront présentés de manière concise au début chapitre 16, section 16.2.2.

Chapitre 15

Etude de la fracture dynamique des côtes

15.1 Introduction

Des vitesses locales importantes sont imposées aux côtes situées dans la zone d'impact qui réagissent alors généralement selon un mode de flexion. Il est indispensable d'adopter une approche locale pour étudier la rupture de la côte et la fragilisation de la paroi thoracique qui s'ensuit.

Les travaux effectués lors du stage de Master de Romain Aubert ont consisté à mettre au point un protocole expérimental permettant d'analyser la flexion de la côte sous sollicitations dynamiques et d'identifier le mode de rupture de cette structure osseuse. Ce protocole est basé sur le système des barres de Hopkinson et l'imagerie rapide.

Le corps de la côte est formé d'une paroi d'os cortical qui entoure l'os spongieux. L'os cortical est une structure cylindrique composée de sels minéraux, d'eau et de matériaux organiques (collagène). Cette structure hétérogène est très compacte. Mécaniquement, son comportement est considéré comme anisotrope et viscoélastique. L'os spongieux est composé de travées osseuses et de moëlle osseuse. Sa structure sous forme d'alvéoles tridimensionnelles situées sous l'os cortical présente des propriétés d'amortissement du fait de la moëlle osseuse. C'est également un matériau hétérogène, aux propriétés anisotropes et viscoélastiques.

De nombreux travaux¹ portant sur la flexion de la côte ont été menés avec des chargement quasi-statiques, associés à des vitesses de déplacements (ou flèches) imposées inférieures à 0,1 mm/s. D'autres travaux plus récents², utilisant une machine d'essai à vérins hydrauliques de plus grande capacité, ont permis d'atteindre des vitesses de déplacements inférieures à 356 mm/s. Les gammes de vitesses de déplacement imposées antérieurement sont donc très inférieures aux vitesses imposées aux côtes par les impacts que nous étudions. En effet, ces dernières sont d'un ordre de grandeur supérieur à 10 m/s. Il est donc nécessaire de pouvoir connaître la réponse des côtes, si la barre entrante (impacteur) frappe la côte avec une vitesse comprise entre 10 m/s et 30 m/s. Pour cela, nous avons mis en œuvre le montage des barres de Hopkinson en flexion. A notre connaissance, cette méthode expérimentale est originale pour caractériser le comportement de la côte en flexion dynamique.

1. Granick et Stein (1973) et Stein et Granick (1976), Cesari et al. (1981), Got et al. (1975)

2. Stitzel et al. (2003), Cormier et al. (2005)

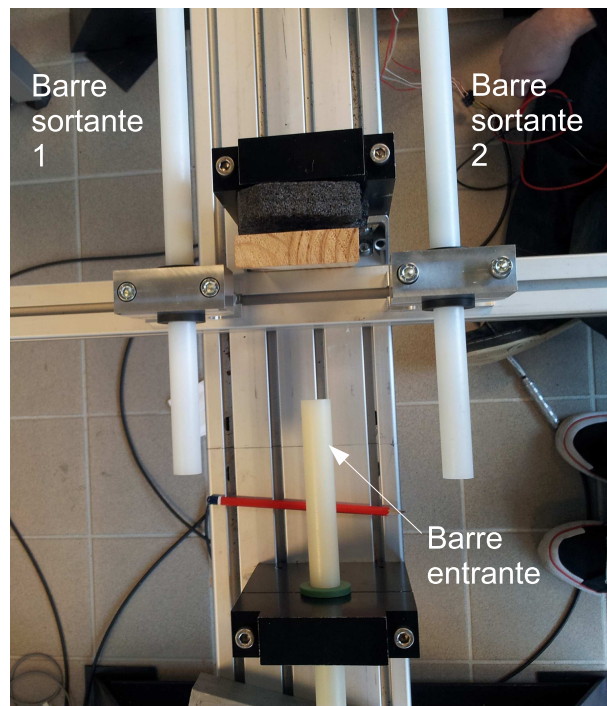


Figure 15.1 – *Dispositif expérimental de flexion dynamique.*

15.2 Matériels et méthodes

15.2.1 Dispositif expérimental d'étude de la flexion dynamique

L'utilisation des barres de Hopkinson repose sur les propagations d'ondes dans les barres et dans l'échantillon. Une photo du montage utilisé pour les essais de flexion est présentée dans la Fig. 15.1.

Ce dispositif expérimental comporte deux barres sortantes (1 et 2) instrumentées à l'aide de jauges de déformations. Le principe de l'essai en flexion reste le même que celui de compression : un impacteur crée dans la barre entrante une onde de compression incidente vers le spécimen testé. Une partie de cette onde est réfléchie dans la barre entrante lors de l'essai, l'autre partie est transmise aux deux barres sortantes via l'échantillon. L'analyse de l'essai nécessite les données de forces, vitesses et déplacements aux interfaces barres-échantillons. Ces grandeurs sont calculées à partir de la mesure des ondes de déformations incidente, réfléchie et transmise. Un miroir et une caméra rapide sont placés de chaque côté de la côte pour filmer les essais. Une mire est positionnée sous la côte avec une graduation de 5 mm. Ce dispositif est utilisé, d'une part pour s'assurer du bon déroulement de l'essai, et d'autre part pour estimer le déplacement imposé par la barre entrante sur la côte avant rupture de cette dernière. La fréquence d'acquisition de la caméra est de 11500 images/s ce qui permet de disposer d'une dizaine d'images pour visualiser le comportement de la côte jusqu'à la rupture.

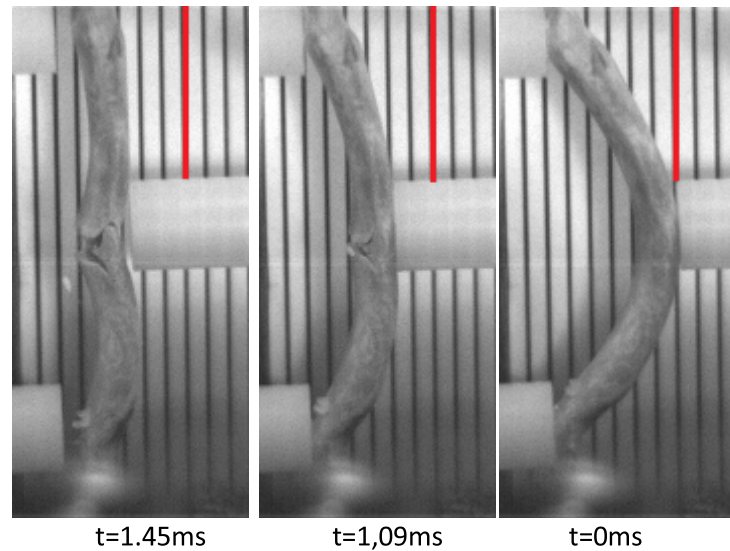


Figure 15.2 – *Cinématique de l'essai à la rupture.*

15.2.2 Spécimens de côte

L'étude a été réalisée sur des côtes de porc. Ce dernier est le Réacteur Biologique le plus utilisé pour les études en régions thoraciques, principalement pour son analogie avec l'être humain du point de vue des dimensions anatomiques thoraciques. Les côtes sont « fraîches » et sont achetées à la boucherie locale. Les muscles et membranes entourant les côtes sont retirés. Les extrémités des côtes sont taillées afin d'assurer un bon contact plan avec les barres sortantes. Chaque spécimen est référencé et ses caractéristiques de masse et de dimension sont relevées. Enfin, les côtes sont mises à température ambiante avant les essais. Elles sont placées en contact sans précontrainte avec les barres du dispositif expérimental. Les longueurs des côtes testées étant toujours du même ordre de grandeur, un même écartement entre les barres (120 mm) a été utilisé pour tous les essais.

15.3 Résultats expérimentaux

En pilotant la vitesse de l'impacteur, le dispositif a permis d'imposer aux échantillons des vitesses de déplacements au point d'impact de 5 à 13 m/s. La dynamique de chargement des spécimens fait apparaître des phénomènes transitoires dans la réponse des structures testées. Certains essais n'ont pas entraîné la fracture des côtes. Lorsque la rupture se produit, celle-ci peut survenir, soit pendant l'équilibre, soit hors-équilibre.

• Rupture pendant la phase d'équilibre

Dans la Fig. 15.3, on a représenté une fracture se produisant pendant le phase d'équilibre, sous une vitesse de déplacement imposée de 9 m/s. Les forces aux interfaces barres-échantillons sont tracées dans la Fig. 15.3. Dans les tous premiers instants de l'essai, les signaux sont perturbés par différents phénomènes d'oscillation dus à la mise en contact impacteur – barre entrante. Ces erreurs entraînent des erreurs de calage sur les fronts montants des signaux qui s'observaient aussi dans les essais de compression, mais ils sont ici accentués de par les faibles intensités des signaux de forces obtenus durant les essais. Les signaux présentés sont exploitables sur l'ensemble de la phase de plateau de 100 μ s à 1600 μ s après le début du chargement.

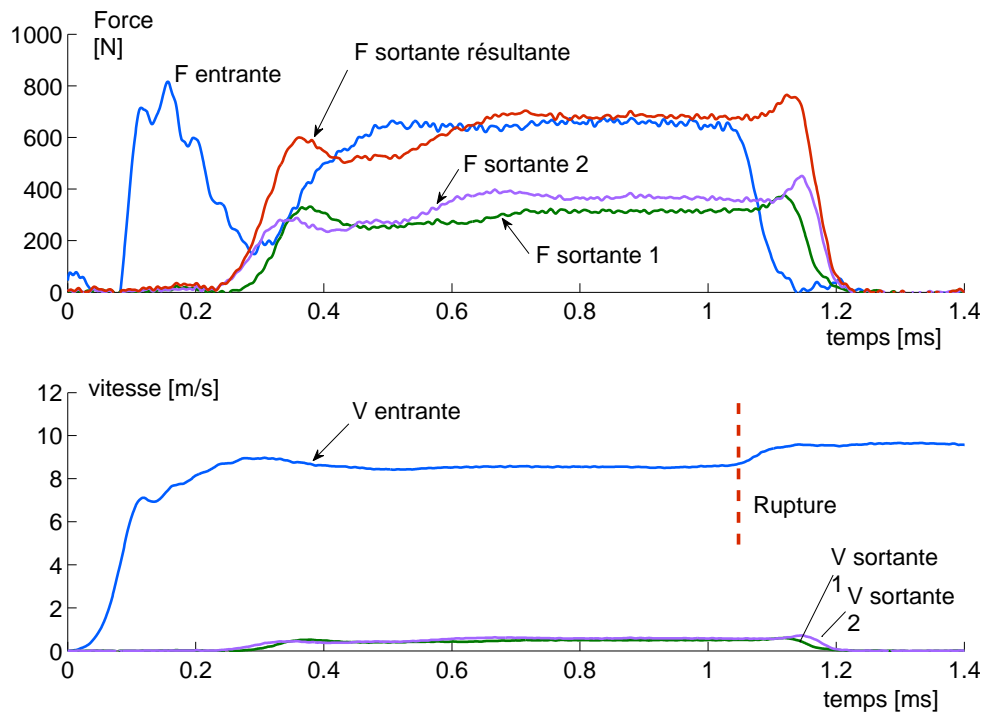


Figure 15.3 – Forces aux interfaces et vitesse lors d'une rupture à l'équilibre.

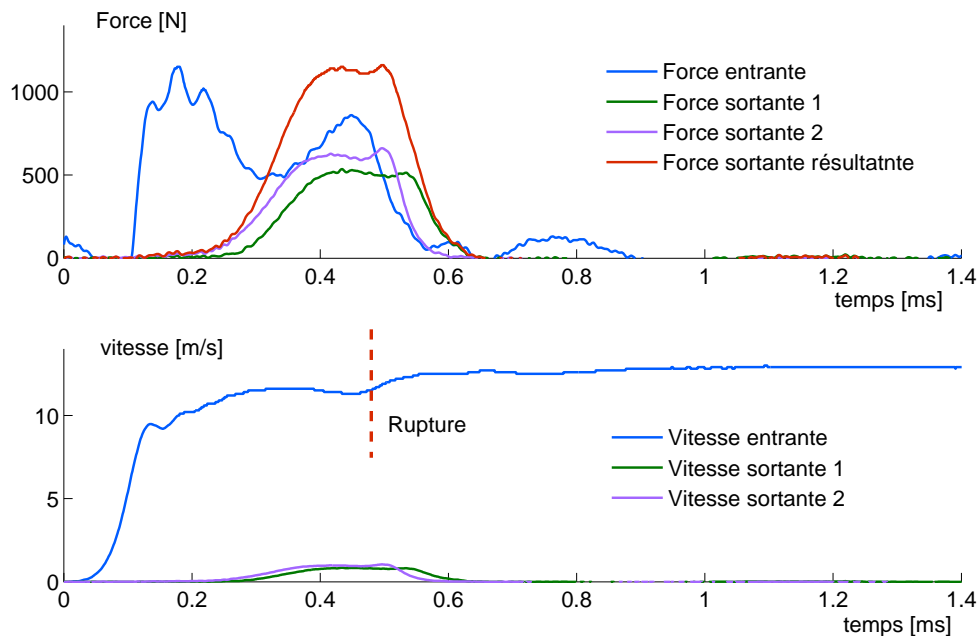


Figure 15.4 – Forces aux interfaces et vitesse lors d'une rupture hors équilibre.

Les tracés de la Fig. 15.3 montrent que la force entrante et la force sortante résultante (somme des deux forces sortantes) s'équilibrent au bout de 600 μ s. La rupture est détectée aux environs de 1.1 ms après le début de l'essai sur le signal de la barre entrante. Lorsque la rupture intervient, la vitesse de la barre entrante (figure 15.3), qui ne rencontre plus de résistance, augmente sous l'action de l'onde de compression qui agit toujours. En effet, la durée du créneau de l'onde incidente est de 1.6 ms.

• Rupture hors équilibre

Les forces aux interfaces sont représentées dans la Fig. 15.4. Dans cet essai, l'équilibre entre la force entrante et la force sortante résultante n'est jamais atteint. La rupture intervient au bout de 500 μ s,

c'est-à-dire dans la période de temps caractéristique pour que l'équilibre puisse commencer à s'établir (500 à 800 μs après le début de l'impact). La courbe force-déplacement (non représentée ici) montre que la rupture intervient entre 4 et 5 mm de déplacement imposés à la côte.

15.4 Analyse des résultats

Plusieurs modes de rupture sont envisageables : une rupture en cisaillement sans mise en flexion globale de la structure (rupture de type « emporte pièce »), une rupture en face arrière par sollicitation en traction à la suite de la mise en flexion de la structure complète, une combinaison des deux modes précédents.

Pour l'ensemble des 20 essais analysés, les résultats font clairement apparaître que dans tous les cas, le mode de rupture de la côte est dû à une mise en tension de la face arrière. La réponse de la structure est une mise en flexion avec de grands déplacements sous le point d'impact. Un essai de flexion a été filmé avec une fréquence d'acquisition de 77000 i/s.

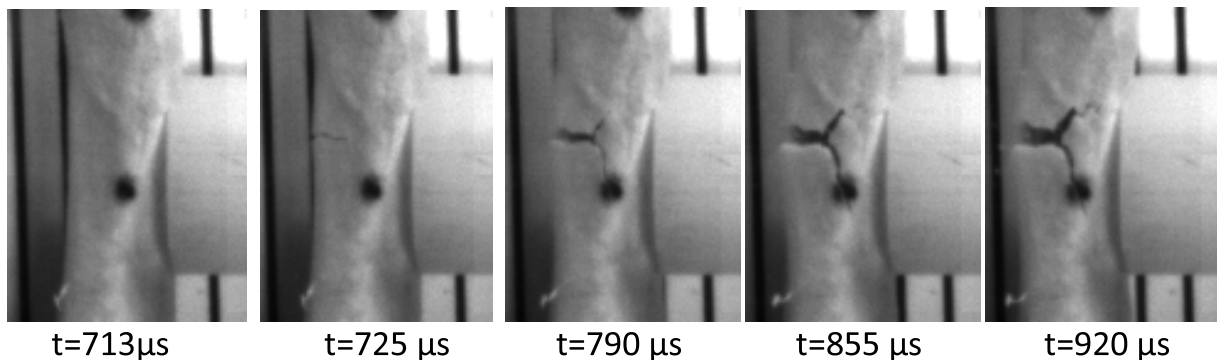


Figure 15.5 – *Propagation de la fissure durant l'essai de flexion.*

On peut voir sur la Fig. 15.5 des images espacées de 65 μs après le début de la rupture. La fissure en face arrière est observée 725 μs après le début du chargement imposé par la barre entrante. Le déplacement sous le point d'impact est alors de 5 mm. On observe ensuite la propagation de la fissure depuis la face arrière jusqu'à la face avant.

La rupture de la côte n'intervient pas forcément lorsque la force exercée par la barre entrante est maximale. En effet, le pic de force s'observe en général pendant la phase transitoire, hors équilibre. La rupture intervient au contraire après un certain déplacement de la côte sous la barre entrante. On observe pour l'ensemble des essais que le déplacement imposé lors de la rupture se situe entre 4 et 12 mm pour une longueur de côte comprise entre 100 mm et 135 mm.

Pour ce type d'étude, il n'est pas possible d'étudier une structure type aux dimensions fixes, ce qui entraîne une difficulté dans la démarche d'analyse des résultats. Il existe en effet une importante variabilité de caractéristiques, tant géométriques que mécaniques, pour les échantillons biologiques testés. Nous avons donc choisi de présenter les courbes force entrante-déplacement sous la forme de couloirs/gabarits expérimentaux.

Les essais de ruptures de côtes sont ainsi présentés en fonction de la vitesse à l'interface entre la barre entrante et la côte. Trois plages de vitesses ont été établies à partir des résultats expérimentaux obtenus :

- 5 à 7 m/s. Figure 15.6 : Force-déplacement pour des vitesses de 5 à 7 m/s (avec gabarit).

Essais : 02-03-12-E1, 02-03-12-E2, 02-03-12-E8bis.

- 8 à 10 m/s. Figure 15.7 : Force-déplacement pour des vitesses de 8 à 10 m/s (avec gabarit).
Essais : 01-03-12-E2, 01-03-12-E3, 01-03-12-E5, 02-03-12-E3v, 02-03-12-E4, 02-03-12-E7, 05-03-12-E2b, 09-03-12-E1.
- 11 à 13 m/s. Figure 15.8 : Force-déplacement pour des vitesses de 11 à 13 m/s (avec gabarit).
Essais : 01-03-12-E7, 02-03-12-E9, 07-03-12-E6,.

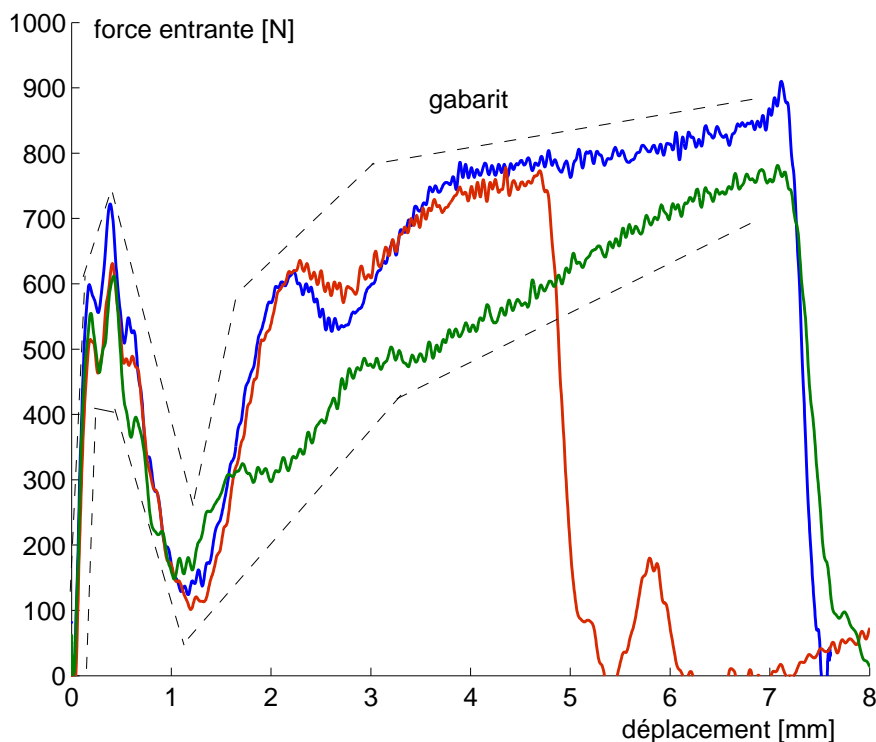


Figure 15.6 – Courbe force-déplacement pour les vitesses comprises entre 5 et 7 m/s.

La présentation des résultats sous la forme de gabarits expérimentaux met en évidence l'influence de la vitesse de déplacement imposé sur la réponse force entrante-déplacement. On note tout d'abord une influence de la vitesse de déplacement imposée durant l'impact sur l'intensité du pic de force obtenu durant la phase transitoire. Aux basses vitesses de sollicitations, les pics de forces s'échelonnent de 400 à 800 N. Pour la gamme des vitesses les plus élevées, ces pics s'échelonnent de 800 à 1400 N.

Plus la vitesse de sollicitation est élevée, plus la rupture intervient hors équilibre. En effet, nous avons montré que le temps caractéristique d'établissement de l'équilibre se situe entre $500\ \mu\text{s}$ et $800\ \mu\text{s}$. Ce temps caractéristique est uniquement dépendant des propriétés du spécimen (célérité des ondes et géométrie). Le temps d'apparition de la rupture dépend en revanche des conditions de chargement du spécimen et notamment de la vitesse de sollicitation. Plus l'impact impose une vitesse de déplacement importante et plus la rupture intervient rapidement, avant même que l'équilibre ne puisse s'établir.

Enfin, la vitesse transmise à la côte sous le point d'impact influe sur la forme des courbes forces-déplacements. Aux basses vitesses, sur la Fig. 15.7, on note qu'après le pic d'inertie, la force augmente avec le déplacement jusqu'à la rupture. Pour des vitesses plus importantes, sur la Fig. 15.8, on voit qu'après le pic un plateau de force s'établit, ce qui peut correspondre à une plastification ou à un endommagement de la structure.

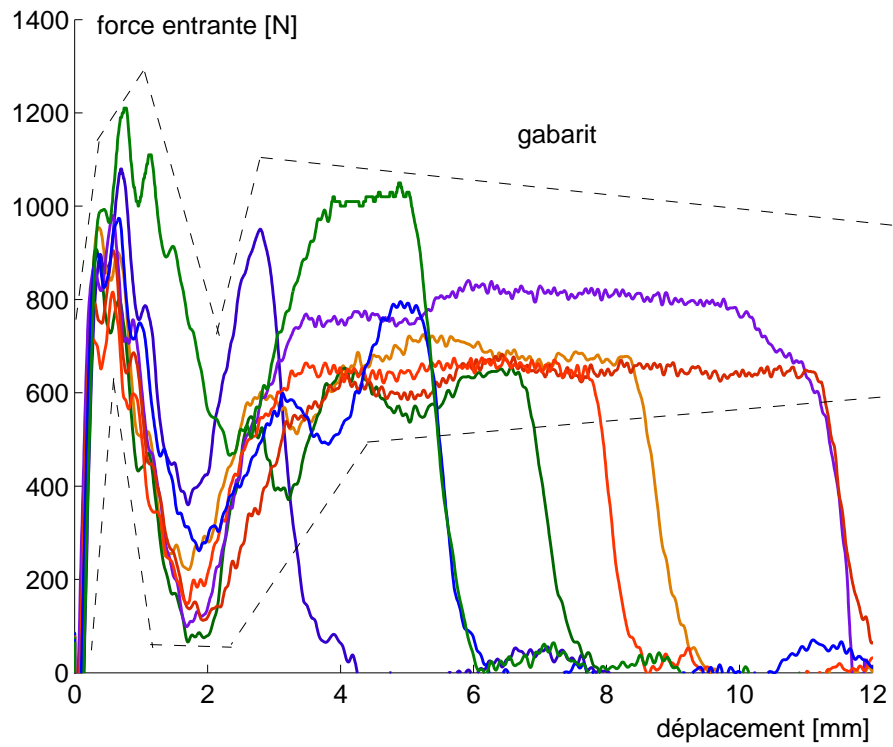


Figure 15.7 – Courbe force-déplacement pour les vitesses d'impacteur comprises entre 8 et 10 m/s.

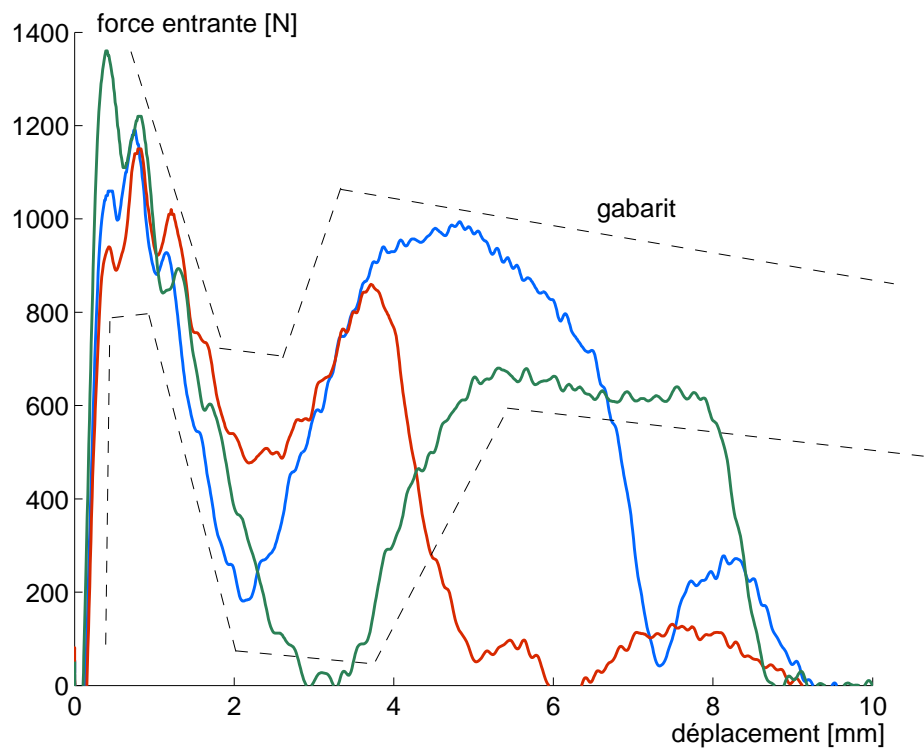


Figure 15.8 – Courbe force-déplacement pour les vitesses d'impacteur comprises entre 11 et 13 m/s.

15.5 Conclusion

Un protocole d'essais permettant de solliciter en flexion dynamique la côte a été mis au point. Il repose sur le système des barres de Hopkinson modifié pour caractériser la réponse dynamique des côtes. La mise en place de ce montage a permis de caractériser une vingtaine de côtes en imposant des vitesses de déplacements comprises entre 5 et 13 m/s. De tels essais de flexion dynamique, aux vitesses appliquées, ne semblent pas publiés dans la littérature. Le mode de rupture en flexion a été identifié. Celui-ci a été observé grâce à une caméra rapide. Il s'agit d'une rupture en tension sur la face arrière, conséquence des grands déplacements imposés sous le point d'impact (5 à 12 mm).

L'étude des courbes de forces en fonction du temps et force-entrante-déplacement a permis d'identifier deux principales phases dans la réponse des côtes :

Une phase transitoire caractérisée par la propagation des ondes en une phase « aller » du point d'impact jusqu'aux barres sortantes, puis une phase retour des barres sortantes jusqu'à la barre entrante. Le chargement entrant croît brutalement en imposant très rapidement une vitesse importante sous le point d'impact. Généralement, la force atteint son maximum durant cette phase.

Une phase d'équilibre pendant laquelle la somme des forces sortantes est égale à la force entrante. Durant cette phase, l'essai est comparable à un essai de « flexion trois points ». Le temps pour que l'équilibre puisse s'établir dépend des dimensions de la côte et de la célérité des ondes au sein de cette structure osseuse. Pour les structures testées, ce temps se situe entre 500 μ s et 800 μ s après le début du chargement. Les essais montrent que la rupture peut intervenir pendant la phase d'équilibre ou pendant la phase transitoire. Ce phénomène dépend de la vitesse de déplacement imposée pendant la phase transitoire. Plus cette vitesse est importante plus la rupture intervient rapidement.

Le comportement des côtes en flexion peut être caractérisé par les courbes force entrante-déplacement. Ces courbes ont été ensuite classées en fonction de la vitesse maximale imposée avant la rupture. Trois gammes de vitesses ont été retenues et nous avons établi des limites expérimentales qui encadrent l'ensemble des courbes tracées dans ces gammes de vitesses. Ces trois gabarits représentent pour une gamme de vitesse de déplacement comprise entre 5 et 13 m/s, la plage de réponse attendue pour des côtes dont les dimensions sont comparables avec les dimensions des spécimens testés durant la campagne.

Ce travail a fourni de nombreuses données expérimentales que nous allons mettre à profit dans les recherches futures :

- L'analyse du comportement de la côte en tant que structure soumise à une sollicitation dynamique.
- L'identification à partir de modèles analytiques des paramètres de la loi de comportement du matériau « os » qui constitue la structure « côte ».
- La corrélation avec la modélisation dynamique de la fracturation dynamique intégrant une modélisation affinée de la structure osseuse.

Chapitre 16

Etude expérimentale de la réponse de la paroi thoracique aux impacts

Experimental study of the coupling parameters influencing the terminal effects of thoracic blunt ballistic impacts¹

Julien Pavier

Nexter Munitions

7 route de Guerry, F18000 Bourges, France

Email: J.Pavier@nexter-group.fr

André Langlet²

Univ. Orleans, INSA-CVL

PRISME/DMS, EA 4229

F45072, Orléans, France

Email: andre.langlet@univ-orleans.fr

Nicolas Eches

Nexter Munitions

7 route de Guerry, F18000 Bourges, France

Email: N.Eches@nexter-group.fr

Nicolas Prat

Institut de Recherche Biomédicale des Armées (IRBA)

PRISME/DMS, EA 4229

F91220 Brétigny sur Orge, France

Email: nicolas.prat@sante.defense.gouv.fr

Patrice Bailly

Univ. Orleans, INSA-CVL

PRISME/DMS, EA 4229

F45072, Orléans, France

Email: patrice.bailly@insa-cvl.fr

Jean-François Jacquet

DGA-Techniques Terrestres,

rocade est - échangeur de Guerry, 18021 Bourges cedex France

Email: jean-francois.jacquet@dga.defense.gouv.fr

1. , Forensic Science International (2015), <http://dx.doi.org/10.1016/j.forsciint.2015.04.004>. Accepted April 3, 2015.

2. Address all correspondence to this author.

Abstract

The objective of the study is to better understand how blunt projectile ballistic parameters and material properties influence the events leading to injuries. The present work focuses on lateral thoracic impacts and follows an experimental approach.

The projectiles are made with a soft foam nose assembled with a rigid rear plastic part.

The dynamic properties of the foams were first determined using the Split Hopkinson Pressure Bar (SHPB) system. The impact forces on a rigid wall were then measured to provide reference load data. Lastly, shots were made on isolated thoraxes of porcine cadavers to investigate the response in the vicinity of the impact (wall displacements, rib accelerations and strains, rib fractures). Results show that the severity of the response appears to be mainly correlated with the impulse and with the pre-impact momentum.

keywords Less-lethal projectile, wound ballistics, thoracic blunt impact, swine

16.1 Introduction

Less-lethal kinetic weapon projectiles (LLKW) used in riot or crowd control are designed to incapacitate without causing serious injuries. Unfortunately, LLKW are not harmless. The literature reports numerous injuries and also some deaths related to shots by 40 mm hybrid ammunition (that is, with a foam nose and a plastic base). Ballistic blunt thoracic trauma, including behind armor blunt trauma or thoracic impact from a large LLKW projectile such as a 44 mm “Flash-Ball” or 40 mm hybrid rubber bullet, may cause severe physiological dysfunctions and physical damage. For example, skin lesions, rib fractures, heart and pulmonary contusions have been reported as injuries in the following references: Lidén et al. (1988), Wahl et Schreyer (2006), Drobin et al. (2007), Kobayashi et Mellen (2009), P.J.T. Knudsen et al. (2010), Prat et al. (2010).

LLKW are defined by a lower limit of efficiency and an upper limit of injury level. In order to fulfill this requirement, substantial research has been undertaken over the past four decades to better understand injuries resulting from the blunt impact of these projectiles on the human body. Each part of the body possesses its own response which requires specific studies for each region of interest. The present work focuses on the thoracic response and some associated injuries.

Rigid projectiles were used by most of the previous authors (in particular: Sturdivan et al. (2004), Bir et al. (2004) and Cooper et Maynard (1986)) in order to analyze how the projectile kinetic energy (E_c , the projectile mass times the square of its velocity) or the local thoracic response are related to the injury level. In these investigations, PMHS (post mortem human subjects) or animal surrogates were used, Sturdivan et al. (2004). Living animal surrogates enable the assessment of pathophysiological responses to the impacts. To understand the animal response, some authors have developed physical models in order to compute physiological data, e.g. the intracranial pressure (Liu et al. 2012), under blunt impacts. By predicting the biomechanical responses of living animals based on surrogate tests animal experiments also provide insight for controlling the differences between living humans and surrogates when developing response and injury targets. Live porcine and PMHS responses to blunt impacts of LLKW have been analysed and compared using wound criteria by Prat et al. (2012). Sonden et al. (2009) used Swedish landrace pigs, protected by a ceramid/aramid body armor which were shot with a standard 7.62-mm assault rifle; morphological injuries, cardiorespiratory and electroencephalogram changes as well as physical parameters were registered. Additional references include: Drobin et al.

(2007), Breeze et al. (2013). Cooper et Maynard (1986) studied impacts to the lateral thoracic wall (TW) of anaesthetized pigs with a 37 mm PVC cylinder in the range 68 J- 220 J. To assess the TW displacement, they digitized images of the rear of the projectile, assuming that the projectile does not deform. This method, also used by (Bir 2000) is valid only for projectiles considered as rigid when compared to the stiffness of the biological structure. Bir et al. (2004) used PVC baton impactors launched on human cadavers. The body response was characterized by the impact force measured by an accelerometer mounted on the rear impactor side. The results define corridors in which a load force to a given impact is recorded.

The experiments show that thoracic deflection is an interesting parameter for predicting skeletal injuries. According to Cooper et al. (1982) and Cooper et Maynard (1986), the local chest deflection is correlated to the kinetic energy and momentum (Q_0 , the projectile mass times its velocity). However, investigations were exclusively performed with the “plastic baton”.

Nsiampar et al. (2013) demonstrated that if only the kinetic energy is considered, the effects of deformable projectiles cannot be compared, and therefore that kinetic energy is insufficient to define an injury criterion.

Just after impact, the load force increases while the displacements are very small. Secondly, large displacements take place which may last long after the contact with the projectile has vanished. Injuries frequently revealed by the autopsy include rib fractures or tissue tearing, etc. Hence, two states may be distinguished: before any fracture, and after that, a weakened structure, where the risk of pleura and lung perforation by broken ribs becomes significant.

Prat et al. (2012) studied the injuries observed on porcine models impacted by 40 mm less lethal projectiles, with kinetic energies of 100 J to 160 J. The projectiles used by Prat et al. (2012) were similar to those of the present study but they were not characterized. Analyzing the data of these authors Pavier et al. (2015) highlighted that Q_0 and the projectile design influence the skeletal motion and energy transfer. In addition Pavier et al. (2015) clearly reproduced the experimental trends with a finite element model, which allowed us to go even further by stating that the thoracic displacement correlates with the transmitted impulse.

However, confirming this statement required further investigations, involving accurate knowledge of the projectile behaviour and of the instantaneous state of the structure.

We therefore conducted experiments to analyze the influence of the ballistic parameters and the projectile material properties.

The biological surrogates were isolated porcine cadaver thoracic cages. The analysis was based on redundant data acquisitions, and was also aided by dynamic finite element models to verify that some hypotheses were correct.

Three 40 mm projectiles were specially designed. In section 16.2, the characterization of the foams and the determination of the impact load on a rigid wall are presented. In section 16.3, the methods for studying impacts on porcine cadaver rib cages are described. This is the biological surrogate of choice due to its biomechanical similarity with the human chest.

Results include: (i) impulses transmitted during the impacts, (ii) time and space distribution of the response and (iii) the time of the rib fracture. The analyses are presented in section 16.5

16.2 Characterization of the materials and of the projectiles

16.2.1 Constitutive material law of the projectile nose foam

The foams are made of a polychloropren basis, with a mass density varying between 560 and 940 kg/m³. They include closed-micro cells of sizes within 50 and 100 μm . Their chemical formulations were adjusted so that the property range includes that of foams which are part of existing LLKW projectiles used by the law enforcement authorities. We proceeded iteratively, until the desired stress-strain curves were obtained, both in the dynamic and in the quasi-static domain. Three chemical formulations labeled **21**, **22**, and **23** were designed for the present study.

In the *static range*, traction-compression tests of the samples were applied to obtain the longitudinal strain under a monitored axial stress σ .

The undeformed and deformed lengths are ℓ and ℓ_0 , respectively; S_0 is the sample cross-sectional area.

In the *dynamic range*, the SHPB was used to identify the material constitutive law for strain rates between 250 and 800 s^{-1} . The sample is placed between two bars (the “input” bar and the “output” bar). The principle of the test is to generate a crenel of compressive elastic wave which is created by an impactor launched on the input bar. The crenel duration is determined by the round trip times of the compressive waves in the impactor. Starting at the impacted side, the waves travel in the bar towards the sample. After the wave crenel has reached the sample-bar interface, part of it is reflected, and the other part is transmitted to the output bar. Processing of the data required the strain histories measured on the two bars by two strain gages. Gage 1, on the input bar, provides the incident and reflected strains vs. time t , $\varepsilon_i(x_1, t)$ and $\varepsilon_r(x_1, t)$, respectively. Gage 2, on the output bar, provides the transmitted strain, $\varepsilon_t(x_2, t)$. If the bar material is *purely elastic*, (e.g. aluminium or steel) applying the formula describing the wave propagations would lead to the dynamic variables at the sample interfaces (indexed “e” for input, “s” for output), namely particle velocities v_e , v_s ; reaction forces F_e , F_s . Denoting respectively E_B , ρ_B , and S_B , the bar Young modulus, mass density and cross-sectional area, the wave velocity is $c_B = \sqrt{E_B/\rho_B}$, and:

$$v_e(t) = -c_B [\varepsilon_i(x, t) - \varepsilon_r(x, t)] \quad (16.1)$$

$$F_e(t) = E_B S_B [\varepsilon_i(x, t) + \varepsilon_r(x, t)] \quad (16.2)$$

$$v_s(t) = -c_B \varepsilon_t(x, t) \quad (16.3)$$

$$F_s(t) = E_B S_B \varepsilon_t(x, t) \quad (16.4)$$

The strain rate $\dot{\varepsilon}$ is the ratio:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{v_e(t) - v_s(t)}{\ell_0} \quad (16.5)$$

However, since the sample impedances (the mass density times the acoustic wave velocity in the material) are considerably lower than that of usual metallic bars, such classical bars cannot be used for this study as the impedance ratio would lead to a zero transmission coefficient and a reflection coefficient of 1. Then the reaction force at the input bar - sample interface would be zero, as if the interface was a free interface. For this reason, bars made of nylon were used in the present study. Due to the visco-elastic nature of this material the calculation needs to be adapted to rebuild the strain signal at the bar - sample

interface using the strains measured at the remote gage locations. Gary et al. (1991) proposed a visco-elastic correction based on the Pochhammer-Chree model in infinite cylinders. The dispersion equation was solved by Zhao et Gary (1995) and provides a correction that takes both dispersion and damping into account. The results presented below were processed with this visco-elastic/damping correction by a software implemented in the data acquisition system.

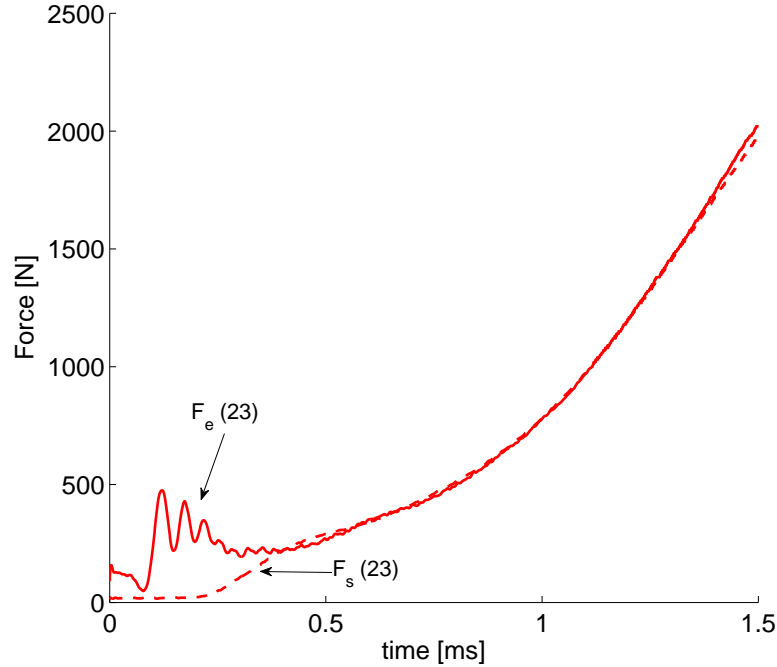


Figure 16.1 – Input force F_e and output force F_s vs. time (sample 23).

An example of the forces histories $F_e(t)$ and $F_s(t)$ is plotted in Fig. 16.1. The plot shows that an equilibrium state is reached only after a duration of $500 \mu s$, corresponding to a round trip of the waves in the sample. By selecting appropriately the sample length ℓ_0 , this duration as well as the strain rate $\dot{\epsilon}$ may be adjusted. After this transient phase, the sample is in equilibrium ($F_e = F_s$) and the stress field is homogeneous. Then, the test may be processed to characterize the material behavior. In the transient and equilibrium phases, we calculate the stress with:

$$\sigma = F_s/S_0 \quad (16.6)$$

The strain-rate $\dot{\epsilon}$ exhibits a nearly constant value during a test. The stress-strain curve deduced from the test is therefore said to be linked to this strain rate value. This is illustrated in Fig. 16.2 (a) and (b) for $\dot{\epsilon} = 780 s^{-1}$.

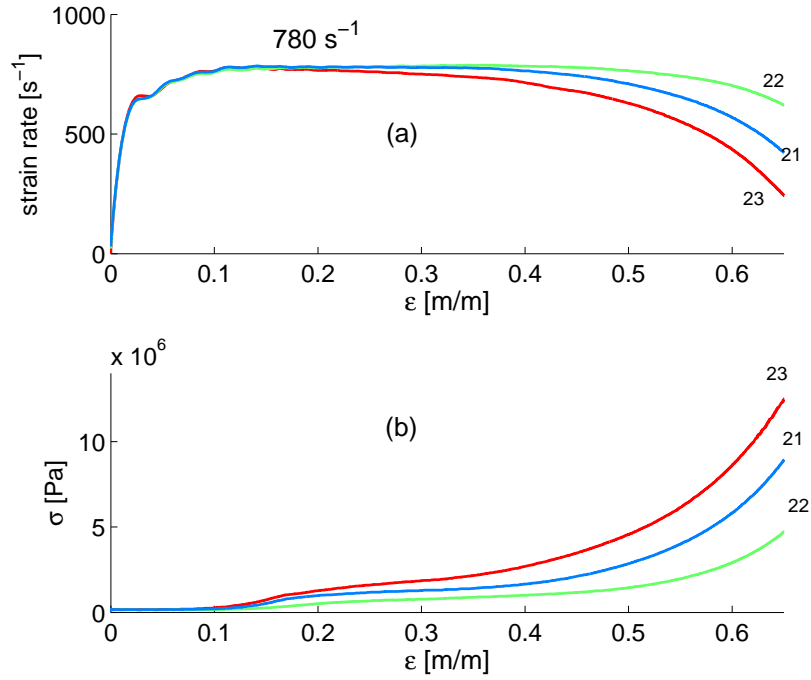


Figure 16.2 – Strain-rate of 780 s^{-1} (a) and stress-strain curves (b) of the three materials.

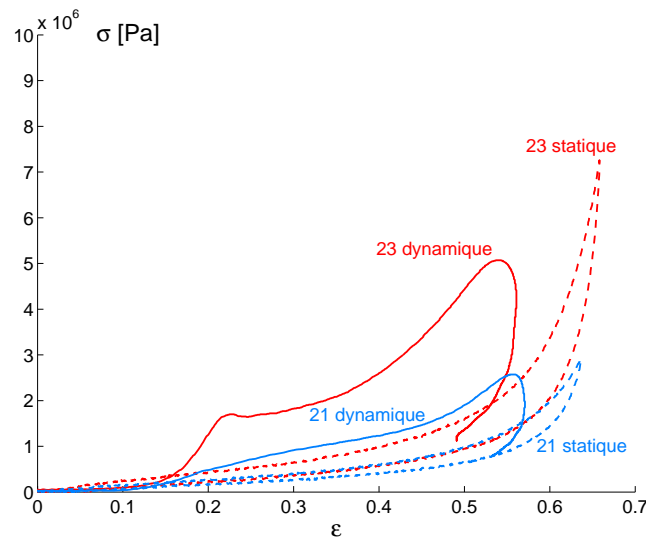


Figure 16.3 – Dynamic and static hysteresis.

The relaxation (or unloading) of the sample can be measured during the equilibrium phase provided the impactor length is appropriately chosen, in order to adjust the wave crenel in the input bar. Such results are presented in Fig. 16.3 for materials 21 and 23, loaded at a strain rate of 1000 s^{-1} , and unloaded at a strain-rate of 50 and 100 s^{-1} , respectively. Fig. 16.3 also illustrates the hysteresis during the load/unload process.

16.2.2 Study of the projectile impacts on a rigid wall

We analyzed the impact force $F(t)$ on a thick steel wall fitted with a force sensor. The wall is considered as rigid compared to the projectile.

Shots were performed with a 40 mm caliber air gun. Only the results obtained with materials 22 and 23 are presented.

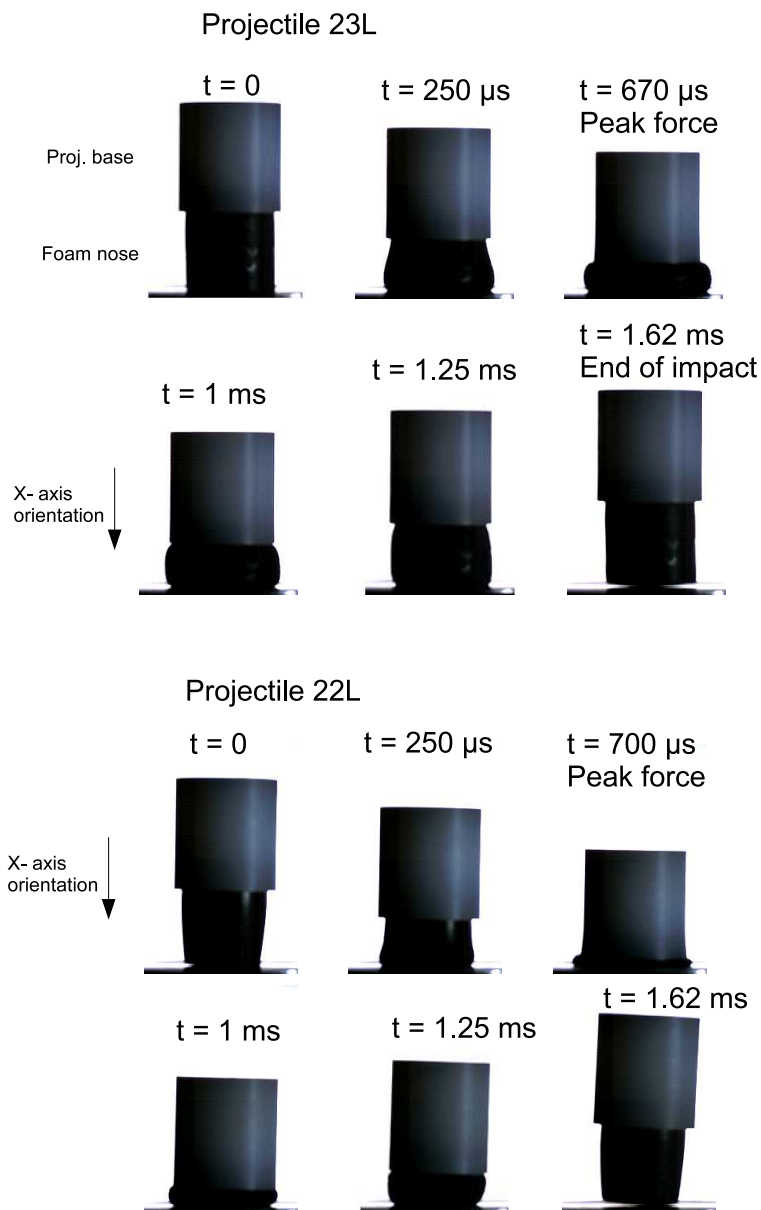
Label	Foam nose length [mm]	Total length [mm]	Total mass m [g]
23S	20	47	42
23S	20	47	42
22L	30	72	78
23L	30	72	78

Table 16.1 – *Projectile materials and sizes*

Projectile lengths were: 47 mm and 72 mm termed “short” and “long” and indexed “S” and “L”, respectively. The foam nose is a cylinder 30 mm in diameter and an area $S_0 = 7.07 \times 10^{-4} \text{ m}^2$.

The projectile data are summarized in table 16.1. In order to highlight the material influence of 22 or 23, the S and the L projectiles have the same masses m . Conversely, effect of the mass will be revealed by comparing the S and the L of the same material.

The impacts were filmed at a rate of 10^4 images per second. The typical impact kinematics depicted in Fig. 16.4 is analyzed in three distinct phases.

**Figure 16.4** – *Kinematic of the 40 mm caliber projectiles 22L and 23L.*

Phase 1. As in the compression test with the SHPB, the beginning of the shock is governed by the wave propagating from the steel wall towards the projectile base. The traveling time depends upon the

nose length, the foam properties and the impact velocity $v(t_0)$. During this phase, the base velocity remains constant, nearly equal to $v(t_0)$. The total mass has no effect during phase 1. In Fig. 16.5, the force $F(t)$ is plotted for projectiles 22S, 22L, and 23S, 23L, all with $v(t_0) = 40$ m/s. As the load is due to the action of the foam alone, it is directly related to the $\sigma - \varepsilon$ curve identified in section 16.2.1. The duration of phase 1 is approximately $400 \mu\text{s}$.

Phase 2. After $400 \mu\text{s}$, the projectile base, which is considerably stiffer than the foam, contributes to the load. When compression is maximum, the peak force value is reached. Compression of the foam converts a large amount of the kinetic energy into strain energy. It can be seen on Fig. 16.4 that the deformations of the two projectiles noses are respectively 70% and 60% for 22L and 23L. Accordingly, the loads $F(t)$ are very different, as shown by Fig. 16.5. The heaviest projectile 22L which has the least stiff foam creates the highest force.

Note: after the peak value, the force signal oscillates due to the relaxation of the sensor fixed to the rigid plate; these oscillations were not taken into consideration.

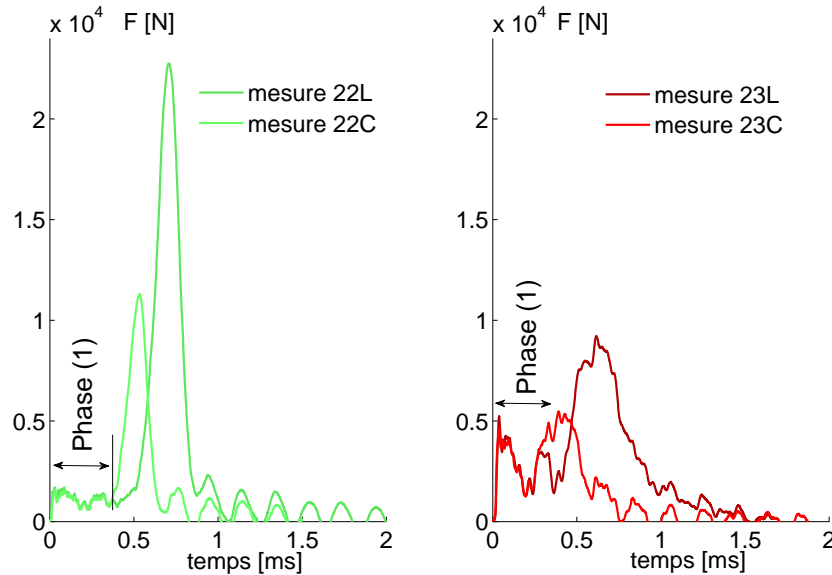


Figure 16.5 – Influence of the projectile characteristics on the impact force on a rigid wall.

Phase 3. During this rebound phase, the foam does not restore all the strain energy due to damping in the hysteretic unload.

The total impulse \vec{I} transmitted during the impact was calculated from the projectile velocities components measured with the films, respectively before and after the impact. In vectorial form, the impulse is the integral:

$$\begin{aligned}\vec{I} &= \int_{t_0}^{t_f} \vec{F}(t) dt \\ &= \vec{Q}(t_f) - \vec{Q}(t_0)\end{aligned}\tag{16.7}$$

where times t_0 and t_f denote the beginning and the end of the impact, respectively, and $\vec{Q}(t) = m\vec{V}(t)$ is the instantaneous projectile momentum. For a one-dimensional trajectory, projections of \vec{Q} along the X-axis are written as $Q(t) = -mv(t)$ or $Q(t) = mv(t)$ if the velocity is directed in the negative or positive direction, respectively.

Using the velocity vectors components $-v(t_f)$ and $v(t_0)$ the absolute value of the impulse is expressed

by:

$$I = mv(t_f) + mv(t_0) \quad (16.8)$$

Denoting Q_r the absolute rebound momentum along the X-axis, Eq. (16.8) is written as:

$$I = Q_r + Q_0 \quad (16.9)$$

Denoting Q_r the absolute rebound momentum along the X-axis, Eq. (16.8) is written as:

$$I = Q_r + Q_0 \quad (16.10)$$

For deformable projectiles, not all the solid points have the same velocity. Therefore, we assume that the “projectile velocity” may be replaced by the projectile base velocity. Some ballistic results are given in table 16.2, as well as in Fig. 16.6.

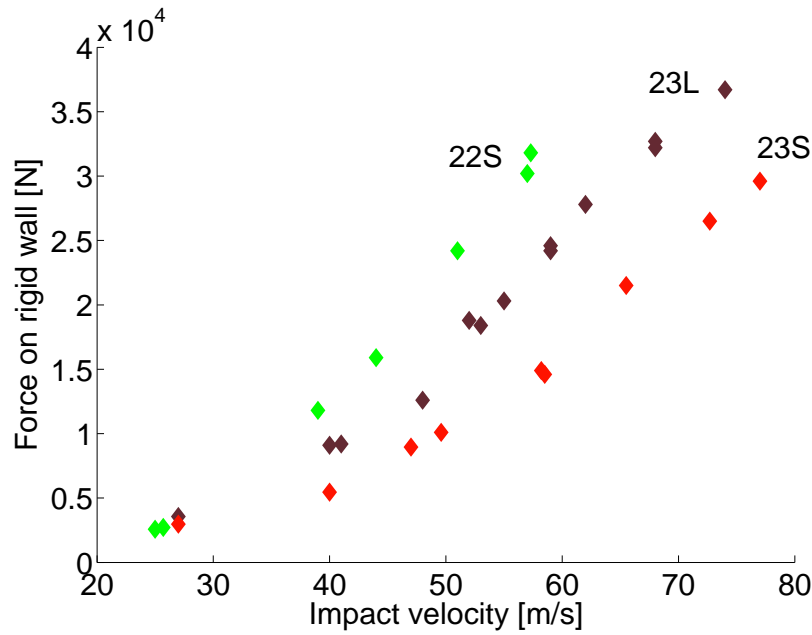


Figure 16.6 – The peak force of projectiles 22S, 23S, 23L, plotted vs. the impact velocity.

Projectiles 23S and 22S can be described as “low mass-high speed” impactors, with a short foam nose. As illustrated by Fig. 16.5, the load applied during the impact is characterized by a high impact force and a short interaction time. These two projectiles have the same E_c and Q_0 . The foam material properties clearly influence the peak force but have no influence on the impulse I , see table 16.2.

Projectile	E_c [J]	Q_0 [Ns]	Peak force [kN]	Impulse [Ns]
22S	70	2.4	29.2	3.79
23S	71	2.4	13.6	3.80
23L	66	3.2	8	5.5

Table 16.2 – Ballistic data measured with three projectiles

For the same E_c , 23L has a higher Q_0 than 22S and 23S. It generates a lower peak force value, but a higher impulse.

16.3 Material and methods for studying the isolated porcine TW

Retaining only a part of the thorax, rather than the whole, is justified by the very localized response which is investigated. In addition, it is known that the interaction is essentially governed by

the first layers of high impedances (muscle, bones) and that the relatively low displacement will not be significantly influenced by the lung compliance in this phase. Due to the use of dead animal tissues a caveat is necessary for the transposition of the raw results to the human body. However, the effects of the differences in the thoracic wall biomechanics (Prat et al. 2012) and the lack of muscular tone (Bir et al. 2004) or hypothetical tissue decomposition (Sturdivan et al. 2004) should be the same for each specimen, so the modifications seen in the thoracic wall behavior depending on the mass/velocity/foam combinations should remain constant.

Projectile	Material	Mass [g]	E_c [J]	Nb. of shots
22S	22	42	35 to 110	11
23S	23	42	35 to 110	11
23L	23	78	35 to 70	5

Table 16.3 – *Projectile configurations for the study of the thoracic response.*

The thoracic wall halves were ordered from a meat processing plant, and chosen in a commercial category to ensure homogeneity of the samples. The corresponding animal living weight was approximately 80kg. The pieces were stored at a temperature of 3 °C and left at room temperature (approximately 23 °C) for 12 hours before the experiments. The sensors were placed on the rib, and the speckle was applied on the rear face for image correlation processing.

Results obtained with the materials 22 and 23 are presented, with dimensions: 22S, 23S, 23L. The experimental configurations are summarized in table 16.3.

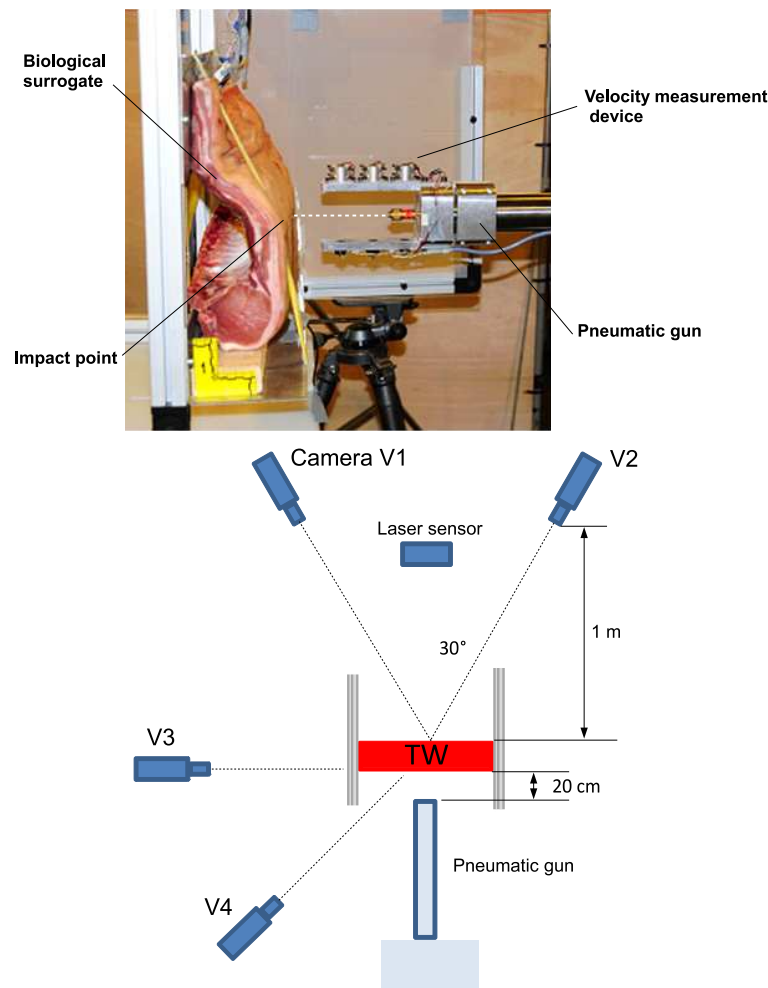


Figure 16.7 – *Mounting of the biological surrogate and schematic view of the experimental bench.*

In the 35 J - 70 J range, two projectiles with the same mass but with differing foam noses were compared. The effect of the mass was analyzed by comparing the impacts of 23L and 23S, which are made of the same material. Three series of shots were performed. In every series, each model was submitted to a single shot. We used a pneumatic launcher equipped with an optical velocity measurement system giving $v(t_0)$ and also providing the time synchronization of the records. The thoracic structure maintained in a rigid frame is shown in Fig 16.7.

A schematic top view of the experimental bench is given in Fig. 16.7.

The test instrumentation of the TW is composed of the following elements:

- a force sensor “Flexiforce” at the impact point. This sensor is only used to detect the beginning of projectile impact and the end time of the contact on the biological model;
- two strain gages (J1, J2) welded on the 7th rib : J1 is under the impact point and J2 is 4 cm away from J1 in the direction of the sternum;
- two accelerometers (A1 et A2) are tied to the rib, just above J1 and J2.

The V1 and V2 cameras record the movements of the rear face of the structure. The images were processed by an image correlation software (“Vic 3D”). Provided the speckle remains undamaged, the instantaneous deformed shape of the rear face can be rebuilt.

The V3 camera is perpendicular to the projectile trajectory axis. It provides images of the projectiles impact, from which the velocity variations and related variables are calculated. By recording the projectile base displacements, the rebound velocity v_r and acceleration a_r of this rigid part were calculated.

The total impulse $I(t_f)$ transmitted during the impact can be assessed by eq. (16.10), where the initial momentum $mv(t_0)$ is exactly known, and the rebound momentum is approximated by mv_r . Similarly, the impulse $I(t)$ at time t is known from the velocity at time t calculated with recorded images. The V4 camera is optional. A laser displacement sensor measures the surface wall displacement, just opposite the impact point.

Results obtained with the materials 22 and 23 are presented, with dimensions: 22S, 23S, 23L. The experimental configurations are summarized in table 16.3. In the 35 J - 70 J range, two projectiles with the same mass but with differing foam noses were compared. The effect of the mass was analyzed by comparing the impacts of 23L and 23S, which are made of the same material. Three series of shots were performed. In every series, each model was submitted to a single shot. We used a pneumatic launcher equipped with an optical velocity measurement system giving $v(t_0)$ and also providing the time synchronization of the records. The thoracic structure maintained in a rigid frame is shown in Fig 16.7.

A schematic top view of the experimental bench is given in Fig. 16.7.

The test instrumentation of the TW is composed of the following elements:

- a force sensor “Flexiforce” at the impact point. This sensor is only used to detect the beginning of projectile impact and the end time of the contact on the biological model;
- two strain gages (J1, J2) welded on the 7th rib : J1 is under the impact point and J2 is 4 cm away from J1 in the direction of the sternum;
- two accelerometers (A1 et A2) are tied to the rib, just above J1 and J2.

The V1 and V2 cameras (“Photron SA5”) record the movements of the rear face of the structure. The images were processed by an image correlation software (“Vic 3D”). Provided the speckle remains undamaged, the instantaneous deformed shape of the rear face can be rebuilt.

The V3 camera is perpendicular to the projectile trajectory axis. It provides images of the projectiles impact, from which the velocity variations and related variables were calculated. By recording the projectile base displacements, the rebound velocity v_r and acceleration a_r of this rigid part were calculated.

The total impulse $I(t_f)$ transmitted during the impact can be assessed by eq. (16.10), where the initial momentum $mv(t_0)$ is exactly known, and the rebound momentum is approximated by mv_r . Similarly, the impulse $I(t)$ at time t is known from the velocity at time t calculated with recorded images. The V4 camera is optional. A laser displacement sensor measures the surface wall displacement, just opposite the impact point.

16.4 Results

The displacements measured by the laser sensor were compared to the image correlation results, and to the double time integration of the accelerometer data. It was found that the difference between the three methods was less than 5 %. This was also the case for detecting the time when fracture of the rib occurs: the strain gages and the accelerometers give nearly the same time values for this event. The dynamics of the TW may be observed with the films by applying image correlation.

When the impact energy is less than 90 J the image correlation provides the displacement field of the rear face of the wall.

Fig. 16.8 shows the speckle applied at the rear face of the TW (a) and an example of 3-D shape reconstruction of the observed area (b).

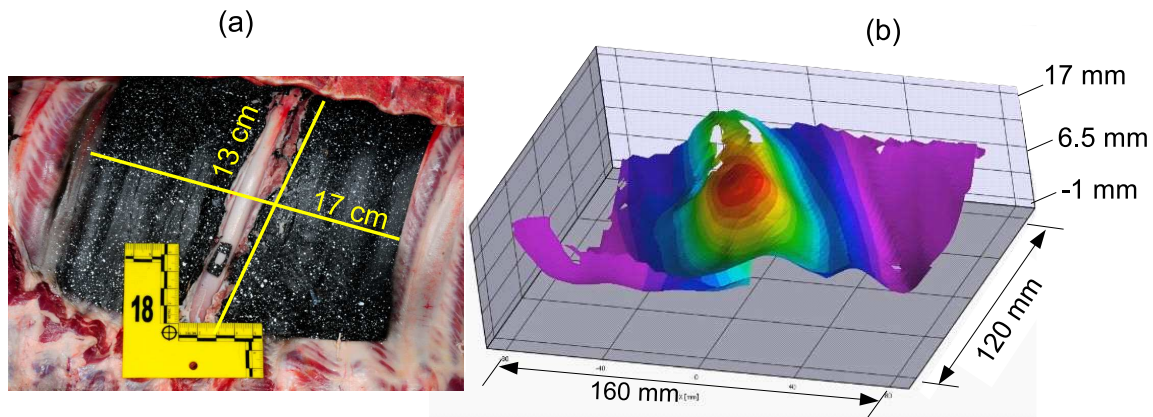


Figure 16.8 – Speckle and size of the area defined for the image correlation process (a) and example of 3-D reconstruction.

Fig. 16.9 shows plane views of the displacements created by a 23S projectile impacting at point O ($E_c = 50\text{J}$). These results confirm that the wall response is very localized in its early stage (less than 3 ms).

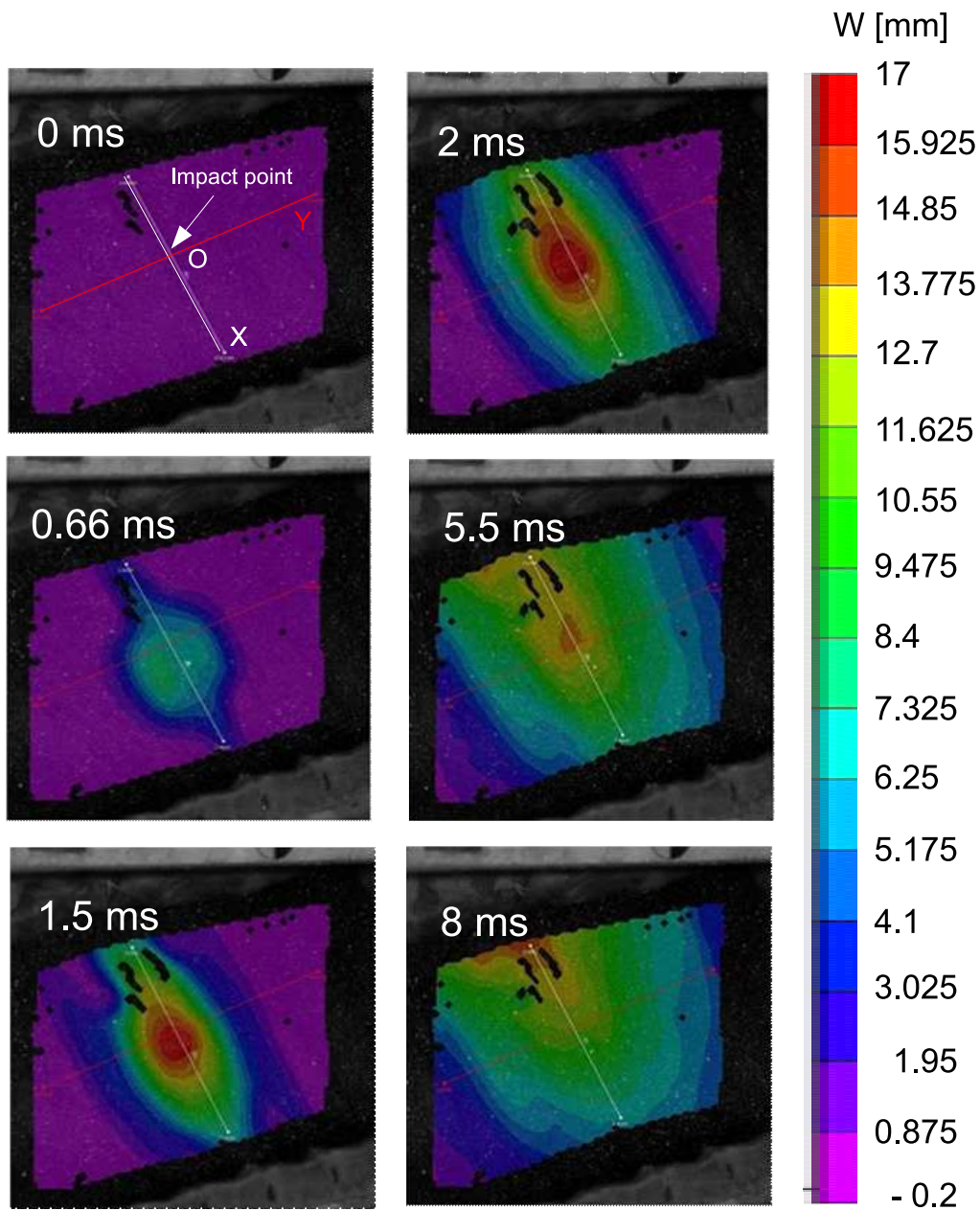


Figure 16.9 – Plane views of the normal displacement field W of the rear side of the lateral TW (23S - 50 J). The spine is at the bottom of the image. The white line follows the impacted rib.

Wall displacements extracted from the transverse line are plotted in Figs. 16.10 to 16.12. The time count is triggered by the firing. With 23L, the speckle was damaged under the impact, which explains why some points are missing in the center part of the curves. The symbols near the curves have the following meaning: “★” corresponds to the projectile action on the unweakened structure; “#” indicates the displacement profile when the rib fracture occurs in the thorax; “+” corresponds to the projectile action on the weakened structure; “~” corresponds to profiles deformed by inertial effects (the contact with the projectile has vanished).

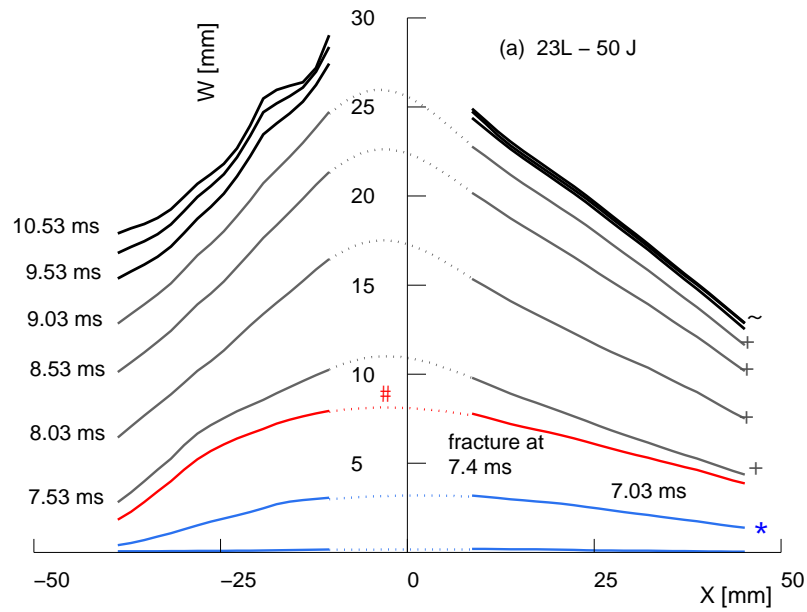


Figure 16.10 – Displacement profiles (TW) created by the 23L projectiles (kinetic energy is 50 J) obtained after image correlation (transverse line).

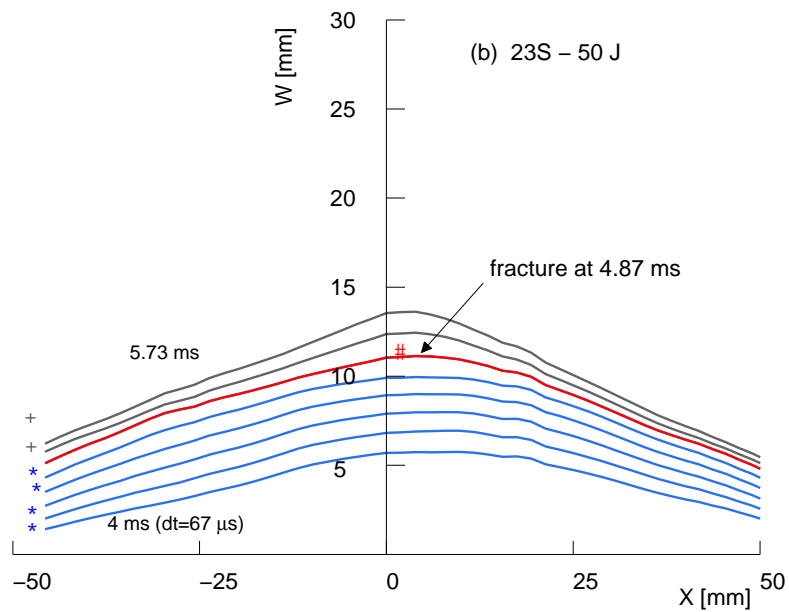


Figure 16.11 – Displacement profiles (TW) created by the 23S projectiles (kinetic energy is 50 J) obtained after image correlation (transverse line).

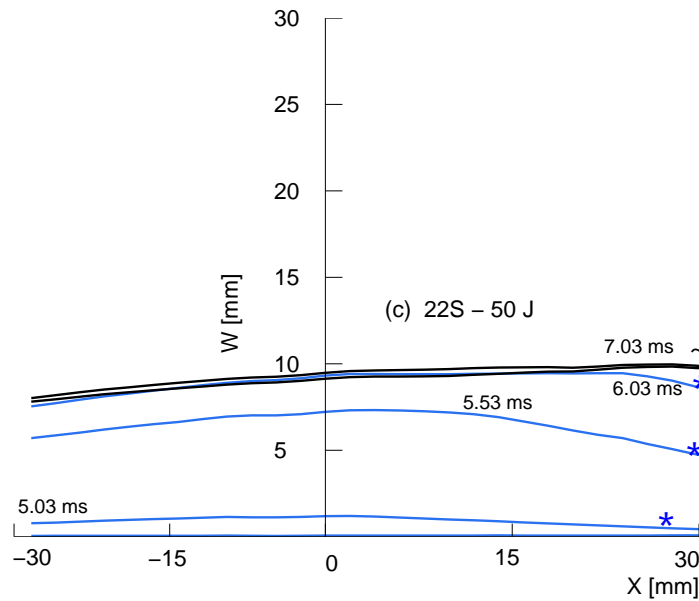


Figure 16.12 – Displacement profiles (TW) created by the 22S projectiles (kinetic energy is 50 J) obtained after image correlation (transverse line).

Before 2 ms we observed that the impacted rib responds essentially by bending. Within this duration, the wall remains in contact with the projectile; the intercostal muscles undergo large deformations. Displacements of the adjacent ribs are small. After approximately 2 ms, the projectile is no longer in contact with the wall. Progressively, the deformed area grows around the impact point. This process is clearly seen on Fig. 16.9 showing the displacement fields at different times. These results confirm that the wall response is very localized in its early stage. Typical views of the rib response are displayed in Fig. 16.13. One can see the onset of the fracture at the rear side of the rib after bending displacements have begun. The image on the right displays the TW movement caused by the projectile. Fig. 16.14 (a), (b) and (c) provide the acceleration A1 of the rib and the acceleration of the projectile base. Kinetic energies were 110 J or 70 J.

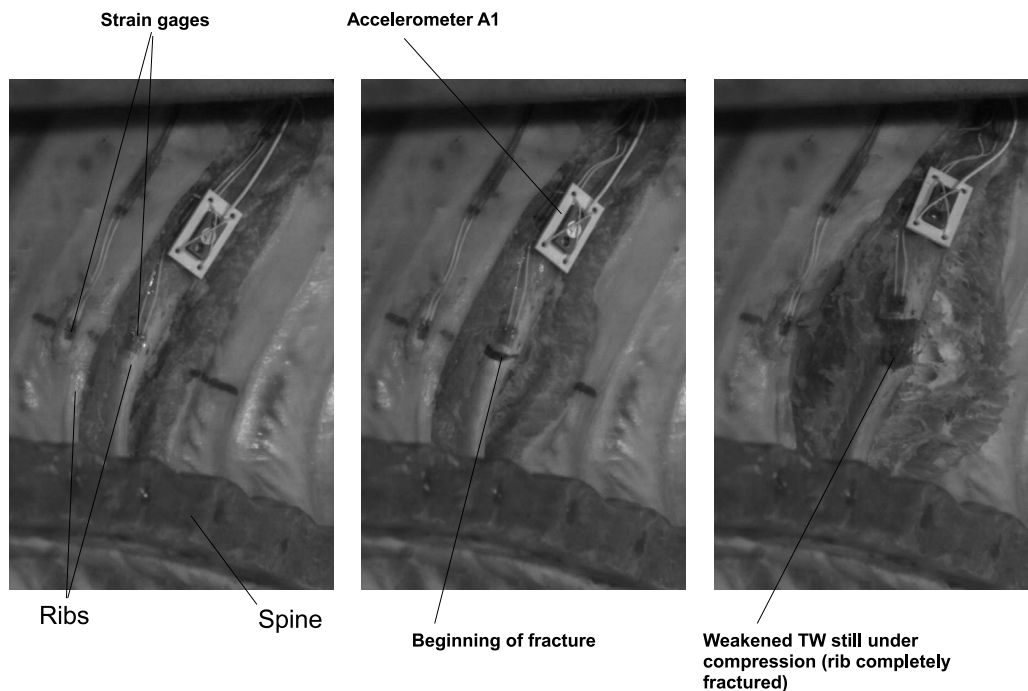


Figure 16.13 – Typical views of the rib response showing the fracture.

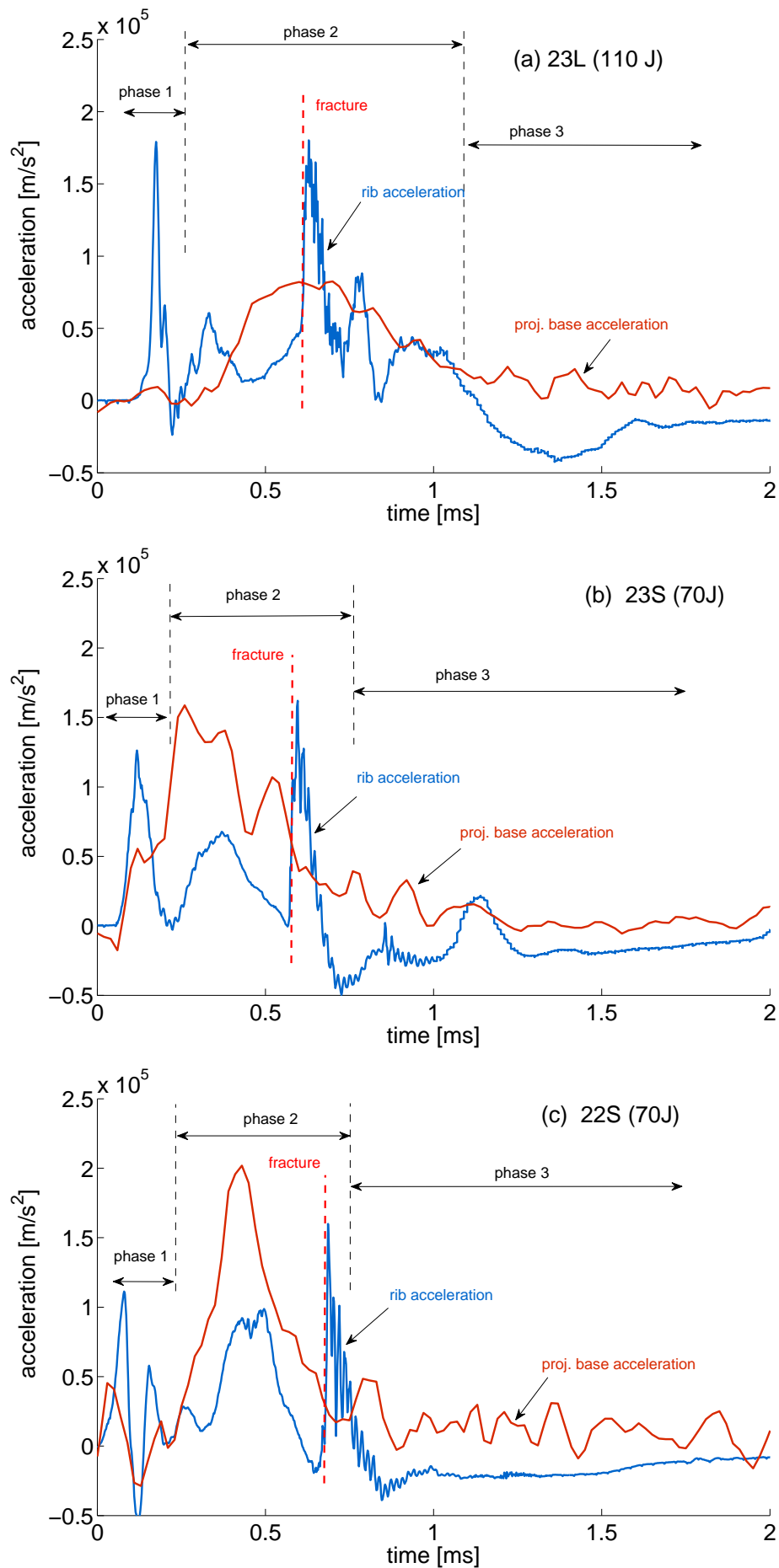


Figure 16.14 – Accelerations of the ribs and of the three projectile bases (absolute values).

16.5 Discussion

16.5.1 Analysis of the rib response

In all the experiments, the impacts imparted to the wall a maximum speed ranging between 10 m/s to 40 m/s which is reached after a duration varying from 500 μ s to 1000 μ s. Fracture occurs at the rear face of the rib where damage is maximum. The fracture is linked to the bending response, and was observed for deflection values ranging from 4 mm to 9 mm.

As for projectiles impacting a rigid wall (see 16.2.2), the load applied on the rib was analyzed in three steps:

- phase 1: action of the foam nose only which generates a moderate force
- phase 2: action of the projectile base on the compressed foam which generates the peak force
- phase 3: rebound phase corresponding to an unloading phase

From complementary numerical simulations (not presented in this article) we confirmed that the projectile base acceleration is representative of the load force.

As the base velocity is nearly constant during phase 1, the corresponding acceleration will also be zero. Therefore the projectile load cannot be correlated with the base acceleration during phase 1.

However, the action of the foam becomes apparent in the first peak of the rib acceleration as shown in Fig. 16.14 (a), (b) and (c) for projectiles having kinetic energies of 110 J or 70 J.

During phase 2, the base acceleration increases and reaches a peak which is linked to the high compressive stress applied by the projectile base. A sharp peak is measured by the rib accelerometer if fracture of the rib occurs. The fracture creates a sudden release of the stresses. It follows the sharp peak recorded by accelerometer A1.

With the heavier projectile (23L), the base acceleration reaches lower values than those measured with the other two projectiles. It can be observed in Fig. 16.14 (a) that during phase 2, the acceleration peak is not as marked as for the 22S and 23S. As a result in phase 2, the rib acceleration induced by 23L does not appear as clearly for 22S and 23S (Fig. 16.14 (b) and (c)).

With 23L, the rib fracture coincides with the maximum projectile base acceleration, and therefore, with the peak of the impact force. This is not the case with 22S and 23S: the maximum force appears long before the rib fracture, which occurs during the projectile rebound.

The different phases of the TW response are the following:

- projectile action on the unweakened structure
- fracture of the rib
- projectile action on the weakened structure
- inertial effects (contact with the projectile has vanished)

Although they have the same mass (42g) projectiles 22S and 23S create dissimilar impact dynamics during phase 1, due to their differing material properties. This is observed in the acceleration histories of the rib, in Figs. 16.14 (a) to (c).

The film reveals that the 23S projectile base velocity begins to vary earlier than that of the 22S. However, the latter evolves more abruptly. During phase 2, the 22S projectile (the most compliant material) imposes a higher rib acceleration than projectile 23S. With 23L, the rib fracture coincides with the maximum projectile base acceleration, and therefore, with the peak of the force F . This is not

the case with 23S and 22S: the maximum force appears long before the rib fracture, which occurs during the unload phase (projectile rebound).

Prat et al. (2012) compared the thoracic wall response of living pigs and of human cadavers to blunt impacts. They underlined the need for living animal models in ballistic studies for providing reliable information on pathophysiological data. However since the post-mortem human subject (PMHS) model may be closer to human adults with respect to thoracic wall response, they conducted a comparative study of the porcine thoracic wall response to blunt impact and the human cadaver thoracic wall to identical impact types. They conclude their study as follow: *“To conclude, both pigs and PMHS represent good surrogates for the human adult, which is the subject of interest for ballistic forensic assessment. Though PMHS provide good anatomic thoracic wall conformation, pigs allow for the study of pathophysiological responses to the impact. Because only one type of impact was used in this study, we cannot build an acute correlation between pigs and PMHS for the thoracic wall response, but we can affirm that, under the same threat:*

- *The motion of the pig’s chest is greater than that of the PMHS.*
- *severity of the impact for a given Blunt Criterion is always higher for PMHS than pigs.*
- *The bone in the porcine model is more elastic and less brittle than older PMHS bone.*

Based on the Bone Mineral Density, which is less for pigs and PMHS compared to human adults, we can expect that the thoracic wall of human adults is more resistant and more rigid than the thoracic wall of pigs and PMHS.” Results of test impacts with porcine cadavers (Fig. 16.19 (a) ,(c)) reveal the same trends as those obtained with living pigs (Prat et al. 2012) concerning the influence of parameters, as shown by the plots of Fig. 16.19 (b), (d).

16.5.2 Experimental evidence for the importance of the mass-velocity combination.

Firstly, we consider projectile base acceleration $a_p(t)$ and velocity $v_p(t)$. The acceleration $a_p(t)$ is representative of the interaction force between the projectile nose and the TW. For this discussion, the projectiles were 23S and 23L, with $E_c = 90$ J, $Q_0 = 2.73$ Ns and $Q_0 = 3.75$ Ns, respectively. Results are plotted in Fig. 16.15 (a) and (b).

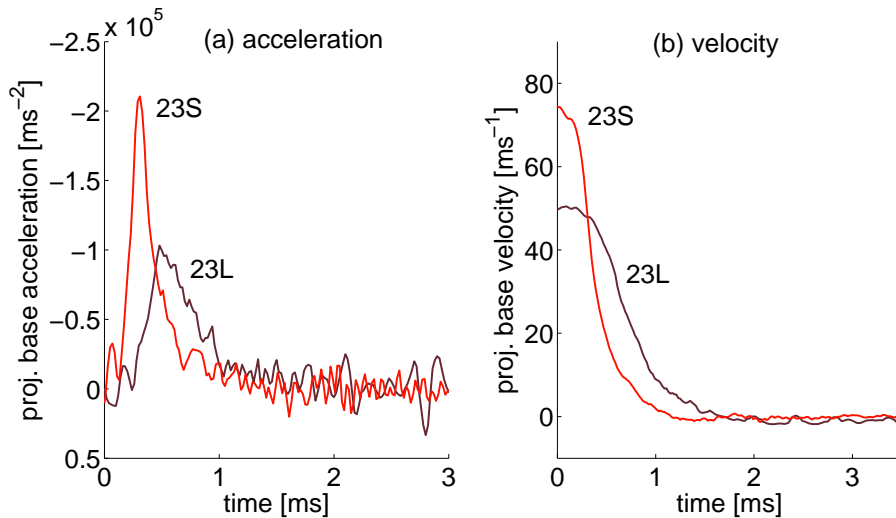


Figure 16.15 – Acceleration (a) and velocity (b) of the projectile base.

The acceleration and velocity histories show the difference in the impact dynamics. The acceleration $a_p(t)$ expresses that the interaction duration is shorter for 23S; its velocity quickly decreases, generating

a high acceleration peak. In contrast, the 23L impact exhibits a longer interaction than 23S and a smaller acceleration (and force) peak .

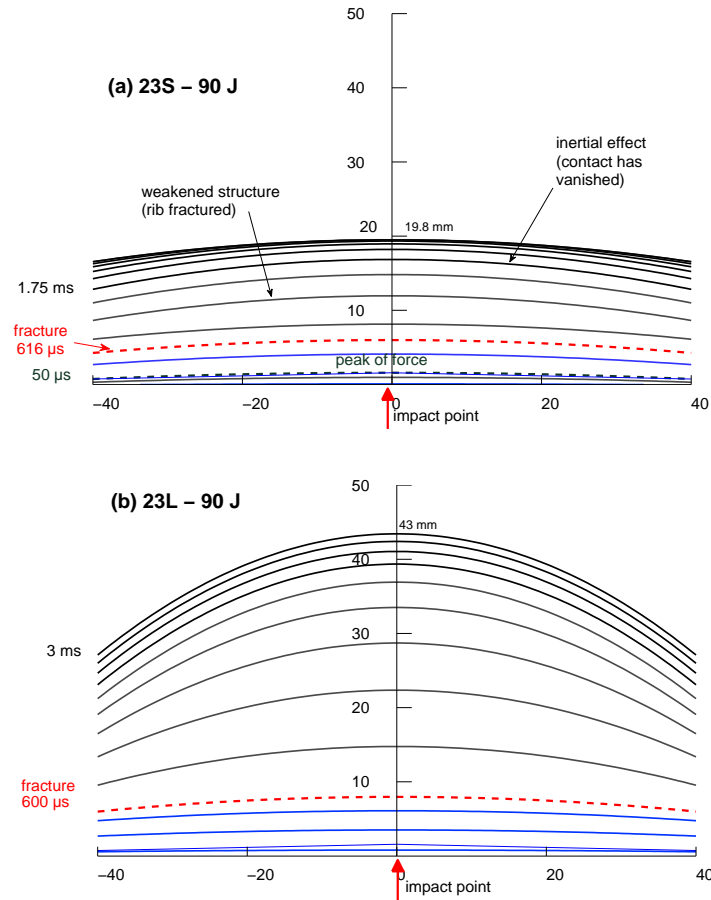


Figure 16.16 – Deformed shapes of the rib obtained from the acceleration measurements (a) 23S-89 J, (b) 23L-90 J.

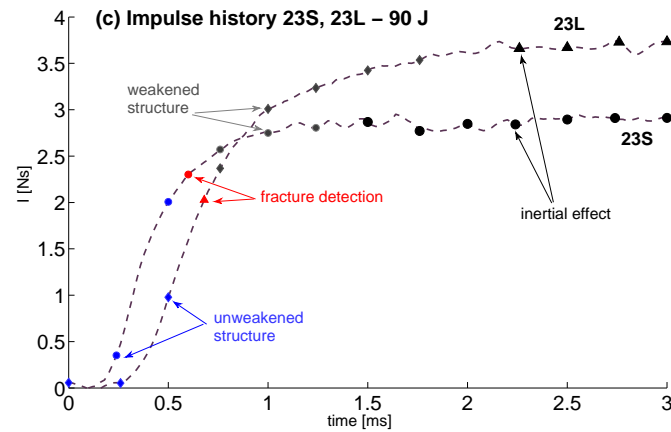


Figure 16.17 – Impulse histories and events for impacts of Fig. 16.16.

As rib fracture is identified by the strain gage records in the same time base as the films and the accelerations, the energy and impulse which the impacts deliver can be quantified.

Secondly, using the accelerations we calculated the displacements and plotted symmetrised profiles representing approximate rib deformed shapes. The results are displayed in Fig. 16.17 (a) and (b) for 90 J impacts of projectiles 23S and 23L. The profile corresponding to a fracture detection is plotted by a dotted line for times $616 \mu\text{s}$ and $600 \mu\text{s}$, respectively for 23S and 23L. It can be clearly seen that the rib responses are different.

The corresponding impulse histories are displayed in Fig. 16.17 (c). The impulse varies rapidly and then stabilizes at its final value while the thoracic structure is still compressed. During the action on the unweakened structure, projectiles 23S and 23L have similar effects (likewise, displacements are of the same order). With projectile 23S, the peak force appears much earlier than with projectile 23L. With projectile 23L, the peak force coincides with the rib fracture. We observed that the fracture occurs in both cases for a similar displacement magnitude and impulse: 5 mm and $2 \text{ Ns} < I < 2.3 \text{ Ns}$. During the action on the weakened structure, the impulse and the response are very different for the two cases. With 23S, the impulse reaches 2.3 Ns when the fracture occurs; after the rib fracture, 0.6 Ns are transmitted in less than 1 ms duration (before contact vanishes). With 23L, the impulse is 2 Ns when fracture occurs, after which the projectile exerts an impulse of 1.8 Ns during 1.75 ms. When the projectile is no longer in contact, the structure is still in movement due to inertial effects. The final state is seen to be very different. Projectile 23L imposes a larger displacement of the impact point than 23S.

Therefore the injury potential of the impactor is directly linked to its ability to break the rib and to continue its compressive action on the weakened structure. This will occur if the remaining momentum after fracture is high enough, so that the impulse transmitted to the tissues reaches significant values.

Projectile 23S impacts the wall with $Q_0 = 2.73 \text{ Ns}$. The total impulse reaches 2.9 Ns. When the fracture occurs, 80 % of this value has been transmitted. The projectile action is brief and creates a moderate displacement of the impact point.

Projectile 23L impacts the wall with $Q_0 = 3.75 \text{ Ns}$. The total impulse reaches 3.8 Ns. When the fracture occurs, 55 % of this value has been transmitted. After that time, the load quantity applied to the weakened thorax will be higher than that applied by 23S. The large displacements resulting from this compression increase the risk of pleura and lung perforation by any sharp rib fragments, which may lead to a hemothorax. This is why a correlation was found between the lung perforation and the initial momentum Q_0 (see Pavier et al. (2015)).

The presentation of 23S and 23L was intended to demonstrate the influence of the impulse on the thoracic wall dynamics under impact, for a homogeneous series of swine samples.

A previous study on the influence of the mass-velocity couple on thoracic injuries was published by Pavier et al. (2015) who analyzed wound results obtained in ballistic tests on living porcine surrogates conducted by Prat et al. (2010). The homogeneity of the sample population was carefully checked before the tests, so that the effect of dynamics ballistic parameters (kinetic energy, momentum, and impulse) can be decoupled from the lack of homogeneity of the sample population. The analysis clearly revealed the significant correlations of the parameters with the wound results: rib fracture occurrence, number of fractures per rib, thoracic wall displacement, lung and cardiac injuries. In addition, modelling the TW response with a restricted three-layer model (but nevertheless including large displacements and realistic material characteristics) as did Pavier et al. (2015) demonstrates that the same trends occur in the simulation results.

To sum up: the higher the pre-impact momentum was, the higher the injury level was.

16.5.3 Relevance of the impulse as a coupling parameter.

The time evolutions of the impulse $I(t)$ were found to be similar for the 22S and 23S projectiles. This conclusion is illustrated by the example in Fig. 16.18 (a) for three shots ($E_c = 70 \text{ J}$). This means that the load histories are also similar for 22S and 23S. Plotting $I(t)$ reveals that final values are close to Q_0 . A comprehensive presentation of the total impulse for all the tests is given in Fig. 16.18 (b).

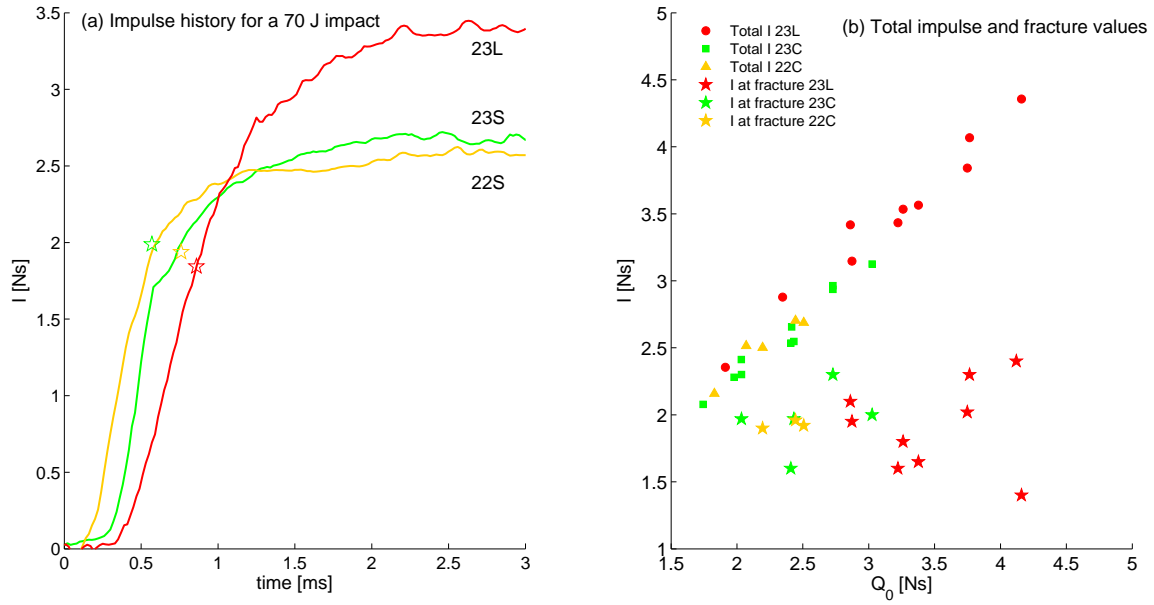


Figure 16.18 – Examples of impulse histories (a) and comprehensive plot of I (b) (the star symbols indicate the values corresponding to rib fractures).

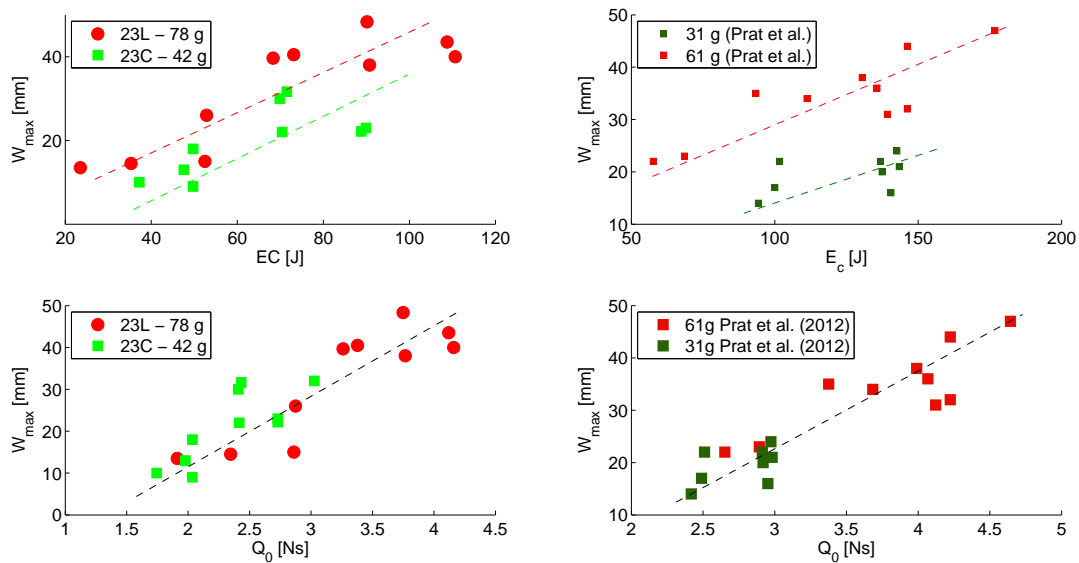


Figure 16.19 – The local maximal displacement W_{max} vs. Q_0 (a), (b) and vs. the pre-impact kinetic energy E_c (c), (d).

For a given Q_0 , the three projectiles transmit a similar impulse to the impacted TW as demonstrated by Fig. 16.18 (b). The average impulse value causing the fracture is 2.3 Ns.

It appears that the local deflection is strongly dependent upon the initial momentum Q_0 as depicted in Fig. 16.19 (a). The results of Prat et al. (2012) reproduced in Fig. 16.19 (b) also obey the same evolution when the mass increases.

The plot of the maximum displacement W_{max} vs. Q_0 in Fig 16.19 (a) demonstrates that this displacement was nearly the same for projectiles 22S and 23S. Therefore, we conclude that the foam properties weakly influence the TW response, in particular its deflection, in the present kinetic energy range (35 J - 50 J - 70 J - 90 J).

The plots of W_{max} vs. E_c in Fig. 16.19 (c), (d), provide further evidence that the kinetic energy does not clearly discriminate between the projectiles, regarding their effects. For a given E_c , the impulses delivered by 22S and 23S reach very similar values, as indicated by Fig. 16.18 (a). These projectiles of equal mass generate similar displacements. If the mass increases, the local displacement and impulse increase. However, the correlation of the maximum displacement with the kinetic energy is seen to be clearly ambiguous in Fig. 16.19 (c) and (d).

The rebound momentum Q_r depends upon the interaction between the projectile and the wall tissues. The results of section 16.2.2 indicate that the foam material weakly influences the interaction with a rigid wall; the same conclusion is reached for the interaction with the TW. In addition the Q_r values were all found to be very small with respect to Q_0 . This not-so-intuitive result is demonstrated by Fig. 16.18 (b) showing the impulse I as a function of Q_0 . The linear dependence of I upon Q_0 means that Q_r is only a small fraction of Q_0 , therefore the results of Fig. 16.18 (b) (round symbols) can be represented by a line with slope α .

However, this is not a universal conclusion: it holds only for the present ballistic and material parameters.

Finally, the momentum Q_0 appears to be an unambiguous parameter which enables the maximum local displacement W_{max} to be assessed.

The initial momentum Q_0 is the principal parameter determining the transmitted impulse I . As there is also a unequivocal correlation between I and Q_0 , the impulse may be also chosen as the parameter determining the compression of the TW.

16.6 Conclusion

The first part the study addressed both the static and the dynamic characterization of the compliant projectile nose materials. The SHPB apparatus was used for the tests, thus enabling identification of the stress-strain curves in the strain rate ranges of the impacts to be studied.

The second part addressed the impact characterization on a rigid wall, in order to analyze the load on this reference target. Until the compressive waves have completely traveled through the nose, the load evolution at the projectile-wall interface depends solely on the action of the foam. After this transient phase, the force is due to the compressive action of the projectile base, which ends after the projectile rebound.

The second part of the study addressed the analysis of 27 blunt thoracic impacts performed on porcine cadaver thoracic cages by three compliant projectiles. The projectiles used were of different masses, sharing a common range of kinetic energy.

The severity of the injury mechanism depends upon the local displacement of the broken rib which may lead to lung perforation during the impact. From the experimental results, it appears that considering only the kinetic energy is insufficient to compare the effects of the deformable projectiles as regards the deflection of the broken rib.

The injury depends on the interaction between the projectile and the thorax which is represented by the impulse transmitted to the thorax. For the three projectiles, the momentum drove the impulse and the thoracic displacement.

The results demonstrate that a “low mass-high speed” projectile delivers the load rapidly. A “higher mass-lower speed” projectile has a slower impact dynamic but delivers a higher impulse. This kind of

projectile has greater action on the damaged structure and induces a substantial local displacement which may cause lung perforation.

As the foam properties do not influence the impulse, their influence appears to be weaker than that of the mass-velocity combination on the thoracic impact severity. However, these properties clearly influence the impact force and its peak value. The force enters into skin penetration and impact wound criteria against stiffer body regions (e.g. the skull). It is therefore necessary to consider simultaneously the mass, the velocity and the foam properties in order to forecast the injury potential of the impactors.

Further experimental investigations using both rigid and deformable projectiles in broader ranges of material constitutive laws are required. This will contribute to better understanding the influence of materials impedance on the injuries.

The ultimate goal of this research is to develop efficient wound criteria able to define the limit of parameter values of blunt impactors.

The present study provides three different approaches for improving projectiles design by adjusting: (i) the mass, (ii) the terminal velocity, (iii) the material foam behavior, in order to monitor the impulse transmitted to the impacted structure. However, as the projectile effects are inseparable from the impacted structure response, the desired objectives (controlling the LLKW injury level) will require accurate understanding of how each part of the living organism responds to blunt impacts.

Conflict of interest

The authors declare that they have no conflict of interest.

Acknowledgments

The authors would like to thank the engineers and doctors of the French Ministry of Defence for their strong contributions in this work. We would also express our gratitude to: FEDER (Fonds Européen de Développement Régional), OSEO, CG18 (Conseil Général du Cher), for their financial assistance. We also thank the companies ATCOM (www.atcom.fr) and ITC (www.itc-elastomeres.com) for their partnership.

Partie IV

Conclusion générale et perspectives

Conclusion générale et perspectives

Dans ce mémoire, j'ai présenté mes activités de recherche effectuées dans l'équipe Dynamique des Matériaux et des Structures du laboratoire PRISME. Une stratégie mixte, associant expérimentation et simulation, a toujours été mise en œuvre. La caractéristique commune aux phénomènes étudiés est la rapidité et l'intensité des chargements appliqués : pression des ondes de chocs créées par les détonations, actions mutuelles entre un projectile et un tube d'arme, impact d'un projectile non pénétrant sur le thorax. L'échelle de temps très court permet à des réponses mécaniques au contenu fréquentiel très riche d'apparaître sur des petites échelles de longueurs, c'est-à-dire, localement. Ceci se vérifie expérimentalement et cette constatation a permis des développements analytiques ou numériques assez poussés, basés sur l'hypothèse de linéarité. Les codes numériques ont été développés au laboratoire, soit entièrement soit à partir de codes commerciaux dédiés à la dynamique rapide.

L'approche expérimentale et les modèles développés en parallèle ont permis d'étudier des interactions dans des systèmes simples, tels que la plaque posée sur un liquide, ou plus complexes tels que le tube d'arme ou la paroi thoracique. Les techniques mises en œuvre ont permis de compléter ou développer les savoir-faire et connaissances acquis au laboratoire : maîtrise des explosions de gaz à échelle réduite associées à des modèles de structures, résolutions analytiques des problèmes avec chargement en mouvement et caractérisation de matériaux polymériques et de la fracturation dynamiques des os avec les barres de Hopkinson et analyse de films de caméras rapides (cinématique et corrélation d'images).

Il est extrêmement frappant de constater que les théories « élémentaires » (linéaires) présentées rendent bien compte des premiers instants de la réponse des systèmes.

Ces travaux apportent deux axes de recherches potentiels.

Le **premier axe de recherche** futur est celui de la réponse dynamique des structures au sens large (c'est-à-dire incluant les fluides et des phénomènes multiphysiques). Il reste encore de nombreux points incompris. Par exemple, en biomécanique, comment faut-il analyser les effets d'une explosion (*blast*) sur une personne ? ce problème nécessite une approche à la fois médicale et mécanique, pour l'analyse de la réponse structurale, et énergétique pour la modélisation de l'explosion. Egalement, comment faut-il tenir compte de la micro-structure de l'os, de sa forme et de sa biologie, pour modéliser sa rupture sous un impact brutal ? Ce problème requiert une certaine expertise de la modélisation du comportement de l'os. Des projets de recherches transversaux sont donc possibles au sein du laboratoire PRISME avec l'équipe Mécanique des Matériaux Hétérogènes où ce sujet est déjà abordé. Un des objectifs identifiés serait de développer un outil informatique dans un cadre d'ingénierie médicale de la santé permettant de diagnostiquer le risque de fracture de fémurs humains lors de chutes latérales à travers la simulation numérique d'un scénario de chute d'une personne donnée et la prédiction de l'occurrence de telles fractures. Ce type de diagnostic est extrêmement utile pour les cliniciens et les ingénieurs biomécaniciens. Il permettrait d'identifier en amont les personnes à risque, prescrire un traitement médical optimal pour améliorer la résistance osseuse et enfin, anticiper le type de prothèse adapté à la fracture et à la personne. Le projet

contribuerait ainsi aux services appliqués à la santé. Le travail devrait permettre de développer un modèle biomécanique de prédiction de la fracture et un banc d'essais de fracture en « mode chute » pour valider le modèle numérique, puis de tester ce modèle sur une cohorte existante (échantillons humain). Ainsi, nous avons déjà commencé à la mise en place d'un modèle de la fracturation dynamique qui bénéficiera des nombreuses données expérimentales obtenues dans le projet PARCHOC. Ce projet comporte un volet expérimental conséquent tant pour les essais dynamiques d'identification des propriétés des matériaux que pour les essais de fracture par chocs sur les structures. Aux applications évidemment biomédicales s'ajoutent celles liées à la défense et la police scientifique (identification des causes de lésions). Une application dans ces deux derniers domaines cités est la conception d'un mannequin balistique « biofidèle ». Ce substitut possède un intérêt en accidentologie (simulation expérimentale des crashes), en balistique lésionnelle, et dans la police scientifique (détermination des conditions de tirs).

Le travail sur les impacts de projectiles en élastomères a fait apparaître des développements potentiels à partir de l'exploitation du comportement des polymères résistifs. Ces derniers sont capables de restituer un signal électrique suite à des efforts mécaniques qu'ils subissent ou à leur vieillissement au cours du temps. L'objectif serait donc de concevoir un matériau polymérique chargé avec des particules en carbone qui lui confèrent des propriétés électriques. L'idée est d'exploiter la réponse électrique du matériau induite par des sollicitations mécaniques, en statique ou en dynamique (sollicitations monotones, vibrations, chocs). Il s'agit d'un matériau « intelligent », dont la réponse peut en principe être reliée aux variations de sa microstructure et donc aux sollicitations mécaniques qu'il subit et à l'évolution de son vieillissement au cours du temps. La finalité industrielle est de développer une partie d'un système à partir de ce matériau, laquelle jouera le rôle d'indicateur de toute défaillance dans le système. Les applications sont multiples. Par exemple, la création d'une partie « fusible » détectant un surcroît de contraintes et déclenchant la protection des autres éléments du système en cas de dysfonctionnement (force trop importante sur un arbre de turboréacteur suite à l'ingestion d'un oiseau en vol, effort trop important sur un cardan de voiture, etc.). On pourrait aussi envisager de concevoir un capteur d'efforts transmettant des données en temps réel à un superviseur afin de contrôler un système mécanique à petite ou grande échelle.

Ce *premier axe* inclut aussi la dynamique des tubes. Dans le tube, les événements se produisant dans une chronologie de quelques millisecondes vont influencer toutes les performances ultérieures du système. Dans ce contexte, les phénomènes physiques restent « maîtres » du système s'ils ne sont pas bien appréhendés pour être contrôlés. Il en est ainsi des paramètres qui influencent la dispersion du tir des armes que nous avons étudiés : la dispersion est encore mal comprise car elle résulte des interactions entre le projectile, le tube ou avec les autres composants du système d'arme. A ce stade, le défi qui nous apparaît est celui de prévoir le comportement du projectile dans le tube pour déterminer ses conditions initiales de vol. Les problèmes posés sont multiphysiques, et, pour apporter des solutions réelles et mesurables, nous avons choisi l'approche expérimentale. Elle consiste à mesurer *in-situ* les mouvements du projectile (au mieux dans les trois axes instantanés du projectile) grâce à un dispositif de mesure et de télémétrie qui est en cours de développement dans le cadre de la thèse de Mathilda Liennard. Le succès de ces mesures devrait permettre de nourrir des modèles non-déterministes et des modèles de résolution inverses appliqués en balistique externe pour identifier les paramètres de vol. Je pense également qu'une approche probabiliste de la variation des paramètres cinématiques permettrait de dégager des lois de dispersion de ces paramètres et donc de maîtriser ladite dispersion.

Les résultats expérimentaux présentés dans ce mémoire sont pertinents, et constituent, en eux-

mêmes, des références que nous avons publiées. Il s'agit : (1) des déformations et déplacements des plaques soumises aux détonations, ou de tubes d'armes pendant un tir et (2) des déformations, accélérations, impulsions, qui surviennent dans la paroi thoracique à la suite de l'impact d'un projectile non pénétrant (modèle animal non vivant).

Ces résultats rendent compte des *non-linéarités* telles que les actions de contact, la transformation du matériau ou son endommagement, la rupture des os, les grands déplacements et rotations. Pour contribuer à l'élaboration de simulations pertinentes de ces phénomènes, des formulations adaptées doivent donc être mises en place.

Cette nécessité constitue un **deuxième axe de recherches** futur. En réalité, cet axe est le *fil d'Ariane* des travaux que j'ai menés et de ceux qui sont à venir. Nous avons déjà mis en oeuvre la méthode MMALE (Multimaterial Arbitrary Lagrangian Eulerian) pour simuler l'écoulement et les ondes de choc créées expérimentalement par une détonation. À côté de cette application d'une méthode déjà implémentée dans « l'hydrocode » LS-DYNATM, j'ai le projet de développer l'interaction entre la structure et son environnement en se basant sur les méthodes immergées (*immersed boundary methods*). Cette approche permet notamment de coupler la « solution structure » avec la « solution fluide » en définissant des termes de forçage qui évitent de gérer explicitement la discrétisation de la frontière (paroi) réelle du solide. Dans ce projet, la « solution structure » pourra être obtenue avec les codes dédiés à la dynamique des structures. L'utilisation du code numérique « METAS » doit permettre de coupler l'écoulement des ondes de choc avec la réponse structurale.

Bibliographie

- M. Abramowitz et I. Stegun. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, graphs and Mathematical Tables*. Abramowitz Stegun, New-York, Dover Publications. ISBN 978-0-486-61272-0, 1972. (Cité page 28.)
- A. Alia et M. Souli. High explosive simulation using multi-material formulations. *Applied Thermal Engineering*, 26(10) : 1032 – 1042, 2006. (Cité page 116.)
- G. Allegri et X. Zhang. On the inverse power laws for accelerated random fatigue testing. *International Journal of Fatigue*, 30 :967–977, 2008. (Cité page 79.)
- T. D. Andrews. Projectile driving band interactions with gun barrels. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 128 : 273–278, 2006. (Cité pages 63, 66 et 67.)
- C. Bacon. An experimental method for considering dispersion and attenuation in a viscoelastic hopkinson bar. *Experimental Mechanics*, 38(4) :242–249, 1998. (Cité page 144.)
- W. E. Baker, S. T. Dodge, et P. S. Westine. *Similarity Methods in engineering dynamics*. Hayden Book Company, 1973. (Cité pages 88 et 94.)
- J. A. Bannantine et D. F. Socie. A variable amplitude multiaxial fatigue life prediction method, fatigue under biaxial and multiaxial loading. *Mechanical Engineering Publications, London*, ESIS 10 :35–51, 1991. (Cité pages 64 et 78.)
- O. H. Basquin. The exponential law of endurance tests. *proceedings of AM. Soc. Test Mater.*, 10 :625–630, 1910. (Cité pages 69 et 79.)
- Adel M. Benselama, Mame J.-P. William-Louis, et François Monnoyer. A 1d–3d mixed method for the numerical simulation of blast waves in confined geometries. *Journal of Computational Physics*, 228(18) :6796 – 6810, 2009. (Cité pages 15, 92 et 93.)
- C. A. Bir, S.J. Stewart, et M. Wilhelm. Skin penetration assessment of less lethal kinetic energy munitions. *J. Forensic Sci.*, 50 :1426 – 1429, 2005. (Cité page 138.)
- C.A. Bir. The evaluation of blunt ballistic impacts of the thorax. *PhD Thesis, Wayne State University, Detroit, Michigan*, 2000. (Cité pages 131, 138 et 167.)
- C.A. Bir et D.C. Viano. Design and injury assessment criteria for blunt ballistic impacts. *J. Trauma*, 57 :1218–1224, 2004. (Cité page 138.)
- C.A. Bir, D.C. Viano, et A. King 2004. Development of biomechanical response corridors of the thorax to blunt ballistic impacts. *J. Biomech.*, 37 :73–79, 2004. (Cité pages 138, 166, 167 et 174.)
- J. Breeze, N. Hunt, I. Gibb, G. James, A. Hepper, et J. Clasper. Experimental penetration of fragment simulating projectiles into porcine tissues compared with simulants. *Journal of Forensic and Legal Medicine*, 20(4) :296–299, 2013. (Cité page 167.)
- J. Brossard, C. Desrosier, H. Purnomo, et J. Renard. A new family of explicit time integration methods for linear and non–linear structural dynamics. *Shock Waves @ Marseille*, IV :387–392, 1995. (Cité pages 15, 85, 88, 89, 91, 96, 116, 125 et 126.)
- D. Cesari, M. Ramet, et J. Bloch. Influence of arm position on thoracic injuries in side impact. *Proceedings of the 25th Stapp Car Crash Conference, SAE 811007*, pages 271–297, 1981. (Cité page 157.)
- W. Chen, B. Zhang, et M. Forrestal. A split hopkinson bar technique for low-impedance materials. *Experimental Mechanics*, 39(2) :81–85, 1999. (Cité page 144.)
- Ophélie Chevalier, André Langlet, Laetitia Fouché Sanseigne, et Yann Guilmard. Assessment of the lifetime of gun barrels under high-speed moving loads. *J. Pressure Vessel Technol.*, 137(1), 2014. (Cité page 21.)
- S.H. Chu. New approach for analysis of transverse projectile-tube interactions. Dans *Proceedings of the 3rd U.S. Army Symposium on Gun Dynamics*, 1981. (Cité page 62.)
- J. Chung et J. Lee. A new family of explicit time integration methods for linear and non–linear structural dynamics. *Int. J. Numer. Method Eng.*, 37(23) :3961–3976, 1994. (Cité page 119.)
- V.R. Clare. Projectile induced blunt trauma. *Handbook of Human Vulnerability Criteria. Edgewood Arsenal Publication. SP-76011-9*, 1976. (Cité page 138.)
- G.J. Cooper et R.L. Maynard. An experimental investigation of the biokinetic principles governing non-penetrating impact on the chest and the influence of the rate of body wall distortion upon the severity of lung injury. *Proceedings of the International Research Council on the Biomechanics of Impact (IRCOBI) Zürich*, 22 :331–342, 1986. (Cité pages 131, 134, 166 et 167.)

- G.J. Cooper, B.P. Pearce, M.C. Stainer, et R.L. Maynard. The biomechanical response of the thorax to non penetrating impact with particular reference to cardiac injuries. *The Journal of Trauma – Injury Infection and Critical Care*, 22 : 994–1008, 1982. (Cité pages 131 et 167.)
- J. Cormier, J. Stitzel, S. Dumas, et F. Matsuoka. Regional variation in the structural response and geometrical properties of human ribs. *49th annual proceedings of Association for the Advancement of Automotive Medicine*, 2005. (Cité page 157.)
- G.R. Cowper. The shear coefficient in timoshenko's beam theory. *Journal of Applied Mechanics*, pages 335–340, 1966. (Cité page 29.)
- C. Desrosier, A. Reboux, et J. Brossard. Effect of asymmetric ignition on the vapor cloud spatial blast. *Progress in Astronautics and Aeronautics*, 134 :21–137, 1991. (Cité pages 85 et 88.)
- D. Drobin, D. Gryth, J.K.E. Persson, D. Ro, U. Arborelius, L.G. Olsson, J. Bursell, et B. T. Kjellström. Electroencephalogram, circulation, and lung function after high-velocity behind armor blunt trauma. *J. Trauma*, 63 -(2) :405–413, 2007. (Cité page 166.)
- P.A. Dubois. A simplified approach for the simulation of rubber-like materials under dynamic loading. *4th Ls-Dyna Users Conference*. <http://www.dynalook.com/european-conf-2003/a-simplified-approach-to-the-simulation-of-rubber.pdf>, pages 31–46, 2003. (Cité page 148.)
- T. F. Erline et M. D. Kregel. Flexible projectile modelling using the little rascal gun dynamics program. Dans *6th Symposium on gun ballistics*, May 1990. (Cité page 63.)
- D. Euvrard. *Résolution numérique des équations aux dérivées partielles de la Physique, de la Mécanique et des sciences pour l'ingénieur*. Masson, 1994. (Cité page 36.)
- S. Felszeghi. The timoshenko beam on an elastic foundation and subject to a moving step load. part 1 : Steady-state response. *J. Vibr. Acoust.*, 118 :277–284, 1996. (Cité pages 26, 36 et 86.)
- M. Frank, B. Bockholdt, D. Peters, J. Lange, R. Grossjohann, A. Ekkernkamp, et P. Hinz. Blunt criterion trauma model for head and chest injury risk assessment of cal. 380 r and cal. 22 long blank cartridge actuated gun dog retrieval devices. *Forensic Science International*, 208(1-3) :37 – 41, 2011. (Cité page 138.)
- Ladislav Frýba. *Vibration of Solids and Structures Under Moving Loads*. Thomas Telford, 3rd edition, 1999. (Cité pages 25 et 36.)
- Sh.U. Galiev. Experimental observations and discussion of counterintuitive behavior of plates and shallow shells subjected to blast loading. *International Journal of Impact Engineering*, 18(7&8) :783 – 802, 1996. (Cité page 116.)
- G. Gary, J. Klepaczko, et H. Zhao. Correction de dispersion pour l'analyse des petites déformations aux barres de hopkinson. *Journal de Physique*, Tome III, 1 : c3-403 :403–410, 1991. (Cité pages 144 et 169.)
- R. G. Gast, S. Morris, et M. Costello. Simulation of shot impacts for the m1a1 tank gun. Dans *9th US Army Gun Dynamics Symposium*. Nov. 1998, 1998. (Cité page 63.)
- R. G. Gast, S. Morris, et M. Costello. Simulation of shot impacts for the m1a1 tank gun. Dans *Technical report ARCCB-TR-00009. US Army Armament Research Development and Engineering Center. Close Combat Armament Center. Benét Laboratories*. June 2000, 2000. (Cité page 63.)
- T. L. Geers et K. S. Hunter. An integrated wave-effect model for an underwater explosion bubble. *J. Acoust. Soc. Am*, 111(4) :1584 – 1601, 2002. (Cité page 116.)
- M. Gérardin et D. Rixen. *Théorie des vibrations : applications à la dynamique des structures*. Masson, Paris, 1996. (Cité page 49.)
- G. Girault. *Réponse d'une plaque couplée à un liquide et soumise à une pression mobile. Aspects théoriques et expérimentaux en détonique*. PhD thesis, Univ. Orléans, France, 2006. (Cité pages 96, 97, 107, 115 et 117.)
- C. Got, G. Wallfish, A. Fayon, et G. Favergeon. Les caractéristiques morphologiques, chimiques et physiques des cotes de leurs relations avec la déflexion provoqué du thorax. *Garches : Biomechanics of serious trauma. Proceedings of 2nd International Conference*, 6(3) :220–228, 1975. (Cité page 157.)
- G. Granick et I. Stein. Human ribs : static testing as a promising medical application. *Journal of Biotechnology*, 6(3) : 237–240, 1973. (Cité page 157.)
- Q. Grimal, B.A. Gama, S. Naili, A. Watzky, et J.W. Gillespie. Finite element study of high-speed blunt impact on thorax : linear elastic considerations. *Journal of Impact Engineering*, 30 :665–683, 2004. (Cité page 139.)
- M. Grujicic, W.C. Bell, B. Pandurangan, et T. He. Blast-wave impact-mitigation capability of polyurea when used as helmet suspension-pad material. *Materials & Design*, 31(9) :4050 – 4065, 2010. (Cité page 116.)
- R. Haberman. *Elementary Applied Partial Differential Equations*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1998. (Cité page 109.)
- R. Hasenbein et A. Hyland. Dynamic strain waves and permanent bore enlargement. Dans *Proceedings of the seventh U.S. Army Symposium on Gun Dynamics*, 1993. (Cité page 63.)
- E. Herbert, S. Balibar, et F. Caupin. Cavitation pressure in water. *Phys. Rev. E.*, 74(041603), 2006. (Cité page 116.)
- D. A. Hopkins. Modelling gun dynamics with 3d beam elements. Dans *6th Symposium on gun ballistics*. May 90, 1990. (Cité page 63.)
- D. A. Hopkins. Predicting dynamic strain amplification by coupling a finite element structural analysis code with a gun interior ballistic code. Dans *Aberdeen Proving Ground (M.D), Armt armament research and development Command center, Ballistic research Lab*, volume vol. ARBRL-CR-3269, 1991. (Cité page 63.)

- Y.C. Hou et C.H. Tsen. A new high-order non uniform timoshenko beam finite element on variable two-parameter formulations for vibration analysis. *J. Sound Vib.*, 191 :91–106, 1996. (Cité pages 26 et 48.)
- Gregory M. Hulbert et Jintai Chung. Explicit time integration algorithms for structural dynamics with optimal numerical dissipation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 137(2) :175 – 188, 1996. (Cité page 119.)
- S. W. James, R. P. Tatam, S. R. Fuller, et C. Crompton. Monitoring transient strains on a gun barrel using fibre bragg-grating sensors. *Meas. Sci. Technol.*, 10. (Cité page 63.)
- D. Janda, C.A. Bir, D. Viano, et S. Cassatta. Blunt chest impacts : Assessing the relative risk of fatal cardiac injury from various baseballs. *J. of Trauma*, 44(2) :298 – 303, 1998. (Cité page 138.)
- D. Karagiozova, G.N. Nurick, et G.S. Langdon. Behaviour of sandwich panels subject to intense air blasts – part 2 : Numerical simulation. *Composite Structures*, 91(4) :442 – 450, 2009. (Cité page 116.)
- G. Kinney. *Explosive Shocks in Air*. Mac Millan, London, 1962. (Cité page 94.)
- M. Kobayashi et P.F. Mellen. Rubber bullet injury : Case report with autopsy observation and literature review. *American Journal of Forensic Medicine & Pathology*, 30(3) :262–267, 2009. (Cité page 166.)
- B. Koene, F. Id-Boufker, et A. Papy. Kinetic non-lethal weapons. *Netherlands Annual Review of Military Studies*, Online : [http ://www.isofms.org/cms_uploads/KineticNon-LethalWeapons_Koene_Id-Boufker_Papy.pdf](http://www.isofms.org/cms_uploads/KineticNon-LethalWeapons_Koene_Id-Boufker_Papy.pdf) :9–24, 2008. (Cité page 138.)
- C.K. Kroell, D.C. Schneider, et A.M. Nahum. Impact tolerance and response to the human thorax. *Proceedings of the 15th Stapp Car Crash Conference, Warrendale, Society of Automotive Engineers*, pages 84–134, 1971. (Cité page 138.)
- F. Labesse-Jied, B. Lebrun, E. Petitpas, et J. L. Robert. ‘multiaxial fatigue assessment of welded structures by local approach. *Biaxial/Multiaxial Fatigue and Fracture 1st Edition, Elsevier Science Ltd*, 31, 2003. (Cité pages 78 et 80.)
- T. Lagoda, E. Macha, et W. Bedkowski. A critical plane approach based on energy concepts : Application to biaxial random tension-compression high-cycle fatigue regime. *International Journal of Fatigue*, 21(5) :431–443, 1999. (Cité page 78.)
- Quentin Lambert, André Langlet, Jérôme Renard, et Nicolas Eches. Dynamique en flexion de tubes parcourus à grandes vitesses. *Mechanics and Industry*, 9(6) :559–569, 2008. (Cité pages 24 et 25.)
- A. Langlet, S. Naili, et C. Ribreau. Loi de poiseuille dans une conduite cylindrique obtenue par aplatissement uniforme d’un tube initialement elliptique. *La Houille blanche – International Journal of Water*, 1 :71–78, 1992. (Cité page 13.)
- A. Langlet, J. Renard, et O. Penetier. Analytical stationary acoustic wave in a liquid over which a moving pressure runs. *Shock and Vibrations*, 17(3) :251–267, 2010. (Cité page 36.)
- A. Langlet, O. Safont, et J. Renard. The response of infinite strings and beams to an initially applied moving force : Analytical solution. *ASME J. Vib. Acoust.*, 134(041005), 2012. (Cité pages 45 et 72.)
- A. Langlet, M. Souli, N. Acquelet, O. Penetier, et G. Girault. Air blast reflecting on a rigid cylinder : simulation and reduced scale experiments. *Schock Waves*, on line 24 october 2014. DOI 10.1007/s00193-014-0531-6, 2014a. (Cité pages 85, 87, 88 et 98.)
- A. Langlet, M. William-Louis, G. Girault, et O. Penetier. Transient response of a plate – liquid system under an aerial detonation : Simulations and experiments. *Computers & Structures*, 133 :18–29, 2014b. (Cité pages 93, 97 et 115.)
- A. Lannoy. Analyse des explosions air-hydrocarbures en milieu libre : études déterministe et probabiliste du scenario d’accident. prévision des effets de surpression. *Bull. dir. Etudes & Recherche - EDF.*, 18, 1984. (Cité page 87.)
- Martin Larcher, George Solomos, Folco Casadei, et Norbert Gebbeken. Experimental and numerical investigations of laminated glass subjected to blast loading. *International Journal of Impact Engineering*, 39(1) :42 – 50, 2012. (Cité page 116.)
- I.V. Lau et D.C. Viano. The viscous criterion – bases and application of an injury severity index for soft tissues. *Proceedings of the 30th Stapp Car Crash Conference, Warrendale, PA : Society of Automotive Engineers*, pages 123–142, 1986. (Cité page 138.)
- U. Lee. Separation between the flexible structure and the moving mass sliding on it. *J. Sound Vibr.*, 209 :867–877, 1998. (Cité pages 23 et 25.)
- J. Lemaître et J. L. Chaboche. *Mechanics of Solids Materials*. Cambridge University Press. ISBN 0 521 47758 1, 2000. (Cité pages 69 et 78.)
- E. Lidèn, R. Berlin, B. Janzon, B. Schantz, et T. Seeman. Some observations relating to behind-body armour blunt trauma effects caused by ballistic impact. *J. Trauma*, 28 :145–148, 1988. (Cité page 166.)
- M.S. Link, B.J. Maron, B.A. Vanderbrink, M. Takeuchi, N.G. Pandian, P.J. Wang, et N.A. Estes. Impact directly over the cardiac silhouette is necessary to produce ventricular fibrillation in an experimental model of commotion cordis. *J. Am. Coll. Cardiol.*, 37(0) :649 – 654, 2001. (Cité page 138.)
- H. Liu, J. Kang, J. Chen, G. Li, X. Li, et J. Wang. Intracranial pressure response to non-penetrating ballistic impact : An experimental study using a pig physical head model and live pigs. *Int. J. Med. Sci.*, 9(8) :655–664, 2012. (Cité page 166.)
- T. F. Lobdell. *Impact response of the human thorax. Proceedings of the Symposium on Human Impact Response, Human Impact Response : Measurement and Simulation*. General Motors Laboratories, Plenum Press, New-York, London, 1973. (Cité pages 132, 133 et 138.)
- Patrice Longère, Anne-Gaëlle Geffroy-Grèze, Bruno Leblé, et André Dragon. Ship structure steel plate failure under near-field air – blast loading : Numerical simulations vs experiment. *International Journal of Impact Engineering*, 62

- (0) :88 – 98, 2013. (Cité page 116.)
- D. H. Lyon, C.A. Bir, et B. Patton. Injury evaluation techniques for non-lethal kinetic energy munitions. *Army Research Laboratory Technical Report, ARL-TR-1868*, 1999. (Cité page 138.)
- T. Magister. The small unmanned aircraft blunt criterion based injury potential estimation. *Safety Science*, 48 :1313 – 1320, 2010. (Cité page 138.)
- L. Maheo, V. Grolleau, et G. Rio. On the use of some numerical damping methods of spurious oscillations in the case of elastic wave propagation. *Mechanics Research Communications*, 38(23) :81 – 88, 2011. (Cité page 119.)
- B.J. Maron et N.A. Estes. Commotio cordis. *N. Engl. J. Med.*, 362(0) :917 – 927, 2010. (Cité page 138.)
- B. Migeon, A. Langlet, J.M. Boniface, P. Vieyres, et P. Marché. Ultrasonographic measurement of straight sections of vertical collapsible tubes during steady flow. *Archives of Physiology and biochemistry*, 103-3 :72–72, 1995. (Cité page 14.)
- J. Miklowitz. *The theory of elastic waves and waveguides*. North Holland Publishing Company, 1980. (Cité pages 42 et 86.)
- R. D. Mindlin. Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic elastic plates. *Journal of Applied Mechanics*, 18 :31–38, 1951. (Cité pages 101 et 117.)
- A. Neuberger, S. Peles, et D. Rittel. Scaling the response of circular plates subjected to large and close-range spherical explosions. part i : Air-blast loading. *International Journal of Impact Engineering*, 34(5) :859 – 873, 2007. (Cité page 116.)
- N. Newmark. A method of computation for structural dynamics. *J. Eng. Mech. Div. ASCE*, pages 67–94, 1959. (Cité page 119.)
- N. Nsiampar, C. Robbe, A. Oukara, et A. Papy. Sensibility study of viscous criterion for kinetic energy non-lethal projectile thoracic impacts. Dans *Proceedings of the 27th international symposium on ballistics, Freiburg*, 2013. (Cité page 167.)
- J. Pavier. *Contribution à la compréhension des phénomènes physiques lors de l'impact d'un corps sur un modèle de structure biologique*. PhD thesis, Univ. Orléans, France, 2013. (Cité page 133.)
- J. Pavier, A. Langlet, N. Eches, et J.F. Jacquet. On ballistic parameters of less lethal projectiles influencing the severity of thoracic blunt impacts. *Comput. Methods Biomech. Biomed. Engin.*, 18(2) :192–200, 2015. (Cité pages 134, 167 et 184.)
- O. Penetier, M. William-Louis, et A. Langlet. Numerical and reduced-scale experimental investigation of blast wave shape in underground transportation infrastructure. *Process Safety and Environmental Protection*, 2015. (Cité page 85.)
- A.V. Pesterev, B. Yang, L.A. Bergman, et C.A. Tan. Response of elastic continuum carrying multiple moving oscillators. *ASCE J. Eng. Mech.*, 127 :481–488, 2001. (Cité page 23.)
- E. Petitpas. Outils et approches de conception avancée : évaluation de l'amorçage de fissures en fatigue. Dans *Fatigue Design*, 2005. (Cité pages 78 et 80.)
- I. Anderson P.J.T. Knudsen, M.A. Mayorga, J. L. M. J. van Bree, P. Gotts, J.C. Sarron, et S. Waclawik. Thoracic response to undefeated body armour. *Mayorga, M. A. (ed.). Paris : Research and Technology Organisation, NATO*, 63 -(2) :1–8, 2010. (Cité page 166.)
- S. E. Powell. Modelling gun dynamics with 3d beam elements. Dans *13th International symposium on Ballistics. Stockholm, 06/1992*, 1992. (Cité page 63.)
- N. Prat, F. Rongieras, H. de Fremerville, P. Magnan, E. Debord, T. Fusai, C. Destombe, J.C. Sarron, et E.J. Voiglio. Comparison of thoracic wall behavior in large animals and human cadavers submitted to an identical ballistic blunt thoracic trauma. *Forensic Science International*, 222 :179–185, 2012. (Cité pages 134, 166, 167, 174, 182 et 185.)
- N. Prat, F. Rongieras, E. Voiglio, P. Magnan, C. Destombe, E. Debord, F. Barbillon, T. Fusai, et J.C. Sarron. Intrathoracic pressure impulse predicts pulmonary contusion volume in ballistic blunt thoracic trauma. *Journal of Trauma-Injury Infection and Critical Care*, 69-4 :749–755, 2010. (Cité pages 134, 166 et 184.)
- D. A. Rabern et M. W. Lewis. Two and three-dimensional simulations of moving pressure fronts in gun tubes. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 114(5) :181–188, 1992. (Cité pages 63 et 73.)
- P. Radkowski, J. Bluhm, et O. Bowie. Formulae for the stresses and strains in elastic, thick-walled, circular cylinders resulting from axially symmetric loadings. *Watertown Arsenal WAL*, 893/172, 1954. (Cité page 62.)
- R. Rajendran et J.M. Lee. Blast loaded plates. *Marine Structures*, 22(2) :99 – 127, 2009. (Cité pages 89 et 116.)
- H. Reismann. *Elastic plates – Theory and application*. Wiley Interscience Publication, John Wiley and Sons, 1988. (Cité page 102.)
- J. Renard et M. Taazount. Transient responses of beams and plates subject to travelling load. miscellaneous results. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 21 :301–322, 2002. (Cité pages 32, 36, 43 et 44.)
- C. Ribreau, S. Naili, M. Bonis, et A. Langlet. Collapse of thin walled tubes for high values of the major-to-minor axis ratio. *ASME Journal of Biomechanical Engineering*, 115 :432–440, 1993. (Cité page 13.)
- C. Ribreau, S. Naili, et A. Langlet. Head loss in smooth pipes obtained from collapsed tubes. *Journal of Fluids and Structures*, 8 :183–200, 1994. (Cité page 13.)
- O. Sawas, N. Brar, et R. Brockman. Dynamic characterization of compliant materials using an all-polymeric split hopkinson bar. *Experimental Mechanics*, 38(3) :204–210, 1998. (Cité page 144.)

- M. H. Seon, H. Benaroya, et W. Timothy. Dynamics of transversely vibrations beams using four engineering theories. *Journal of Sound and Vibrations*, 225(5) :935–988, 1999. (Cité pages 29, 42 et 49.)
- S.A.Q. Siddiqui, M.F. Golnaraghi, et G.R. Heppler. Dynamics of a flexible beam carrying a moving mass using perturbation, numerical and time-frequency analysis techniques. *Journal of Sound and Vibration*, 229(5) :1023 – 1055, 2000. (Cité page 25.)
- T. Simkins. Resonance of flexural waves in gun tubes. Dans *Technical Report ARCCB-TR-87008, US Army Armament Research, Development and Engineering Center, July 87, Watervliet, NY*, 1987. (Cité pages 62 et 63.)
- T. Simkins, T. Pflögl, et R. Scanlon. Dynamic response of the m113 gun tube to travelling ballistic pressure data. *Benet Weapons Lab Tech Report*, No. WVT-TR-75015, ADA010662, 1975. (Cité page 63.)
- T. E. Simkins, G. A. Pflögl, et E. G. Stilson. Dynamics strains in a 60 mm gun tube, an experimental study. Dans *Proceedings of the 6th U.S. Army Symposium on Gun Dynamics*, 1990. (Cité page 63.)
- I. M. Snyman. The numerical simulation of projectile/barrel interaction. Dans *15th International Symposium on Ballistics*, 1995. (Cité page 63.)
- A. Sondén, D. Rocksén, L. Riddez, J. Davidsson, J.K. Persson, D. Gryth, J. Bursell, et U.P. Arborelius. Trauma attenuating backing improves protection against behind armor blunt trauma. *J. Trauma*, 67-6 :1191–9, 2009. (Cité page 166.)
- M.A. Sprague et T.L. Geers. Response of empty and fluid-filled, submerged spherical shells to plane or spherical, step-exponential waves. *Schock and Vibration*, 6 :147 – 157, 1999. (Cité page 116.)
- STANAG 4110. *NATO Standardization Agreement. Definition of pressure terms and their interrelationship for use in the design and proof of cannons and mortars and ammunition*. NATO Standard Agency, <http://nsa.nato.int/>. (Cité page 62.)
- I. Stein et G. Granick. Rib structure and bending strength : an autopsy study. *Calcified Tissue Research*, 20 :61–73, 1976. (Cité page 157.)
- J.D. Stitzel, J.M. Cormier, J.T. Baretta E.A. Kennedy, E.P. Smith, A.L. Rath, et S.M. Dumas. Defining regional variation in the material properties of human rib cortical bone and its effect on fracture prediction. *Proceedings of the 47th Stapp Car Crash Conference*, pages 243–265, 2003. (Cité page 157.)
- L.M. Sturdivan, D.C. Viano, et H. R. Champion. Analysis of injury criteria to assess chest and abdominal injury risks in blunt ballistic impacts. *J. of Trauma*, 56(0) :651 – 663, 2004. (Cité pages 138, 166 et 174.)
- Y. A. Su et I. Tadjbakhsh. Transient vibrations and instability in flexible guns- II. Response characteristics. *Int. J. Impact Engng.*, 11(2) :173–184, 1991a. (Cité page 62.)
- Y. A. Su et I. G. Tadjbakhsh. Transient vibrations and instability in flexible guns - I. Formulations. *Int. J. Impact Engng.*, 11(2) :159–171, 1991b. (Cité page 62.)
- S.C. Tang. Dynamics response of a tube under moving pressure. *Journal of Engineering Mechanics*, E115 :97–122, 1965. (Cité page 43.)
- M. Thiriet, S. Naili, A. Langlet, et C. Ribreau. Modelling of thin walled tubes with a flowing fluid and their applications in the study of the collapse of anatomic vessels. *Biofluid Methods in Vascular and Pulmonary Systems, Bio-mechanical Systems Techniques and Applications Series*, IV :1–43, editor C. Leondes, CRC Press, 2001. (Cité page 13.)
- S. Timoshenko et G. Mac Cullough. *Elements of strength of materials*. D. Van Nostrand Co., Princeton, NJ, 1949. (Cité page 62.)
- C.W.S. To. A linearly tapered beam finite element incorporating shear deformation and rotatory inertia for vibration analysis. *J. Sound Vib.*, 78 :475–484, 1981. (Cité pages 26, 47 et 48.)
- S. Trélat. *Impact de fortes explosions sur les bâtiments représentatifs d’une installation industrielle*. PhD thesis, Univ. Orléans, France, 2006. (Cité page 87.)
- D.C. Viano et A.I. King. Biomechanics of chest and abdomen impact. *The Biomedical Engineering Handbook*, 1 :369 – 380, 2000. (Cité page 138.)
- D.C. Viano et I. Lau. A viscous tolerance criterion for soft tissue injury assessment. *J. Biomech.*, 21 :387–399, 1988. (Cité page 138.)
- P. Wahl et N. Schreyer. Injury pattern of the flash-ball, a less-lethal weapon used for law enforcement : report of two cases and review of the literature. *J. Emerg. Med.*, 31-3 :325–330, 2006. (Cité page 166.)
- C. H. Wang et M. W. Brown. Life prediction techniques for variable amplitude multiaxial fatigue - part I : Theories. *Journal of Engng. Mat. Technol.*, 118 :367–370, 1996. (Cité page 78.)
- B. Zakrisson, B. Wikman, et Hans-Ake Häggblad. Numerical simulations of blast loads and structural deformation from near-field explosions in air. *International Journal of Impact Engineering*, 38(7) :597 – 612, 2011. (Cité page 116.)
- W. Zhai. A new family of explicit time integration methods for linear and non-linear structural dynamics. *Int. J. Numer. Method Eng.*, 39(24) :4199–4214, 1996. (Cité page 119.)
- H. Zhao et G. Gary. A three dimensional analytical solution of the longitudinal wave propagation in an infinite linear viscoelastic cylindrical bar : Application to experimental techniques. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 43(8) :1335–1348, 1995. (Cité pages 144 et 169.)
- H. Zhao, G. Gary, et J. Klepaczko. On the use of a viscoelastic split hopkinson pressure bar. *International Journal of Impact Engineering*, 19(4) :319–330, 1997. (Cité page 144.)

Titre Mécanique et Interactions en Dynamique Rapide sous chargements variables

Résumé Les travaux de recherche et d'encadrement doctoraux présentés dans ce mémoire sont relatifs à la réponse des structures déformables soumises à des chargements variables : réponse des structures à des détonations, dynamique des tubes-d'armes, et dynamique de la paroi thoracique subissant un impact non-pénétrant. *Dans la première partie*, on présente les solutions du mouvement des structures élancées, obtenues par la méthode des transformées (Fourier et Laplace) ou par synthèse modale. Une méthode mixte (expérimentale/numérique) permettant de prévoir la durée de vie d'un tube de canon en fonction du nombre de coups est proposée. *Dans la deuxième partie*, le couplage fluide-structure provoqué par la pression d'une explosion est étudié. Les solutions analytiques pour le problème idéalisé et une simulation mixte (calcul de la propagation de l'onde de choc et résolution du couplage solide-liquide) sont présentées et analysées. *Dans la troisième partie*, une vaste étude expérimentale a permis de mettre en évidence le rôle de l'impulsion et du couple masse - vitesse sur la sévérité des lésions intra-thoracique provoquées par un projectile non-pénétrant. Les expériences ont également permis de mesurer la fracture dynamique des côtes et la réponse en temps réel de la paroi thoracique.

Mots-clés Dynamique rapide, charges mobiles, détonations, interaction fluide - structures, expérimentations, modélisation, biomécanique des impacts

Title Mechanical Interactions in Fast Dynamics under Variable Loads

Abstract The research work and the doctoral supervisions presented in this memoir are related to the response of deformable structures under variable loads which include responses of explosively loaded plates, gun-tube interaction, and non-penetrating impacts on the the thoracic cage. *In the first part*, solutions of slender structures responses obtained by transform or assumed modes methods are presented. We present in this part a mixed method (simulations/experiments) able to forecast the life-time of a gun tube. *In the second part*, fluid-structure interaction under the moving pressure of an explosion is studied. Analytical solutions for the idealized problem and the simulations based on a mixed approach (solving the shock-wave propagation and solid-liquid coupling) are presented and analyzed. *In the third part*, a large experimental study of the response of isolated pig thoracic cages have enable to highlight the influences of the transmitted impulse and of the mass-velocity couple on the impact severity against the biological structure. The experiments, also permitted to record the dynamic fracture of the rib, and to measure in real-time the wall response under the impact.

Keywords Fast dynamics, moving loads, detonations, fluid - structure interaction, experiments, simulation, impact biomechanics